THE BOOK WAS DRENCHED

كتاب كشف النقاب * من علم الحساب *
ترجمه من الفرنساوية * الى اللغة
العربية * محمد افندى الشيمى
غفر الله ذنوبه وستر
فى الدارين
عيوبه
آمين

(فهرسة كتاب كشف النقاب عن علم الحساب)

صحيفة

الفصل

صحيفة

الفصل

صحيفة

صحيفة

صحيفة

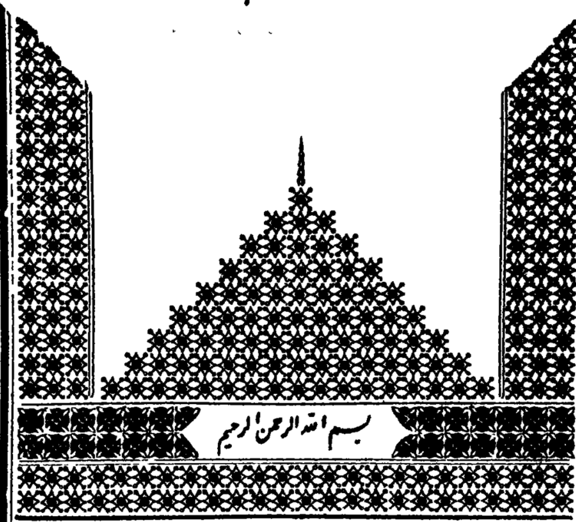
*

هذا كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب *
ترجمه من الفرنساوية * الى اللغة
العربية * محمد افندى الشيمى
غفر الله ذنوبه وستر
فى الدارين
عيوبه
آمين

وهذه هى الطبعة الثالثة بأمر سعادة مدير المدارس والاشغال حضرة على باشا
مبارك وتنقيح معلم علم الاستاتيك والديناميك والايدروليك بمدرسة
المهندسخانة الخديوية حضرة على افندى عزت وتصحيح شيخ التصحيح بدار
الطباعة ابراهيم عبد الغفار الدسوقى

طبع بالمطبعة الكبرى ببولاق سنة ١٢٨٨ هجرية على صاحبها أفضل الصلاة
وازكى التحية

*



حمد نعمائك التى تجل عن العد * وشكر آلائك التى لا تقف عند حد * خير
ما افتتح به كل مقال * وآثارك الدالة على وحدتك * وآياتك الشاهدة باحديتك
* اجلى برهان على تنزهك عن الكم فى الذات والصفات والافعال * فسبحانك
لا يقدر قدرك * ولا يحصى برك وخيرك * قسمت النوال على احسن منوال *
ضربت علينا سرادقات الاكرام * وبسطت لنا مقام الانعام * بابراز سرك
الجامع لكمال الصفات وصفات الكمال * أس آثارك الافخم * وقاسم عطاياك
الاعظم * نبيك الكريم المفضال * الذى قام بارشاد العباد * ودمر عثرات
المخالفين بالآحاد * مبادرا لاوامرك بالامتثال * فصل عليه افضل صلواتك *
وسلم عليه ازكى تسليماتك * وألحق به فى ذلك سائر الاصحاب والآل * ثم الدعاء
بالتأييد والنصر * ودوام العز والفخر * لمن اكتسى بالعدل حلل المهابة
والاجلال * عزيز مصرنا * وغرة جبهة عصرنا * من اضحى به دوح الأمن
وارف الظلال * محمد الاسم على الهمة * حليف الحزم ولى النعمة *

من

من شهدت بفخاره الملوك والاقيال * لازالت ديارنا بوجوده باسمة الثغر * وبهمته راقية مراقى الفلاح مدى الدهر * ولابرح ملحوظا بعين العناية والسعادة والاقبال * اما بعد فيقول المفتقر الى رحمة ربه الخالق * محمد بن شيمى ابن عبد الرازق * احسن الله له الحال والمآل * هذا كتاب فى علم الحساب * تحل به المعضلات الصعاب * نافع للمبتدين وغيرهم من فحول الرجال * ترجمته من الفرنساويه * ونظمته فى سلك المؤلفات العربيه * ممتطيا صهوة العزم فى هذا المجال * بامر من ديوان المدارس * التى هى فى ديارنا من اعظم المغارس * حيث انتعشت بها المعارف بعد الاضمحلال * كيف لا وقد اينعت فيها اثمار العلوم بعد الذبول * وبزغت فيها شمس المعارف بعد الافول * وأنتجت ضروبها نتائج الفنون والاشكال * بانفاس حضرة مديرها * القائم بتنظيمها وتدبيرها * من غردت بمدحه طيور المكارم فى الابكار والآصال * حضرة البيك المفخم * سعادة ميرالوا ابراهيم ادهم * حميد الشيم جميل الخلال * لازالت شموس المدارس بهمته ساطعه * وحمائم الفنون على اغصان دوحها ساجعه * داعية بالبقاء لولى النعم وحضرات الانجال * وكان تعويلى فى حل مشكلاته * واعتمادى فى فك معضلاته * على من حاز فضيلة السبق على الاقران والامثال * حضرة العلامة رفاعة افندى * حفظه مولاه المعيد المبدى * حتى انتهى بانفاسه على احسن حال * وكان تحرير اصطلاحاته * وبيان رموز رياضياته * بمعرفة حضرة محمد افندى بيومى لكونه فى هذا الفن بعيد المنال * فجاء بحمد الله كتابا معتبرا فى بابه * عظيم النفع لطلابه * جريا بالظهور فى ايام الخديوى العديمة المثال * وسميته كشف النقاب * عن علم الحساب * راجيا من الله بلوغ الآمال * وقد حان الشروع فى التعريب * وسلوك طريق التسهيل والتقريب * فأقول طالبا من الله الاعانة فى جميع الاحوال *

قال صاحب الاصل وهو البارون رينو

(الباب الاوّل)
فى التعاريف الاوّلية والعدّ وعمليات الحساب الاربعة الاصلية (وهى الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول

(الفصل الاوّل)*
(فى التعاريف الاوّلية)

(١) الحساب فرع من العلوم الرياضية يبحث فيه عن معرفة اجراء العمليات المختلفة على الاعداد * والعدد هو الكمية المؤلفة من عدّة وحدات والوحدة كمية مصطلح عليها اتّوخذ مقياسا لعدّة كميات أخرى متحدة الجنس * والكم كل ما يقبل الزيادة والنقصان

والعدد الصحيح ما ألف من عدّة وحدات متحدة المقدار وهو قسمان مبهم ومميز فالمبهم ما لم يذكر مميزه عند النطق به بأن لم يصرّح بجنس آحاده (كخمسة مثلا) والمميز ما ذكر مميزه عند النطق به بأن صرّح بجنس آحاده (كخمسة ارطال) مثلا

(الفصل الثانى)
(فى العدّ)

(٢) العدّ كيفية تأليف الاعداد والنطق بها ورسمها باشكال مخصوصة

(بيان اسماء الاعداد والعدّ الهوائى اعنى اللفظى)

(٣) اذا أريد تأليف الاعداد يبتدأ من الوحدة او من الواحد فاذا أضيف الى نفسه حدث عدد يسمى اثنين وباضافته الى هذا العدد الحادث يحدث عدد آخر يسمى ثلاثة وهكذا كلما أضيف الواحد الى عدد حدث من الاضافة عدّة اعداد تسمى اربعة وخمسة وستة وسبعة وثمانية وتسعة (وتسمى هذه الاعداد بالآحاد البسيطة الاصلية)

واذا اضفت الواحد الى التسعة يحصل عدد آخر يسمى عشرة وباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل عدد جديد لا مانع من تسميته باسم يخصه

كالاعداد السابقة لكن لاجل اجتناب التطويل فى التسمية باختراع كلمات كثيرة اصطلحوا على أن يعتبروا العشرة نوعا جديدا من الآحاد فيعدّ بها كما يعدّ بالآحاد البسيطة فيبتدأ من العشرة الى تسع عشرات

واذا اريد النطق بعشرتين وثلاث عشرات واربع عشرات وخمس عشرات وست عشرات وسبع عشرات وثمانى عشرات وتسع عشرات يقال عشرون ثلاثون اربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وتسمى هذه الاعداد بالعشرات)

وباضافة اسماء التسعة البسيطة الى كل اسم من اسماء العشرات وهى العشرة والعشرون الى التسعين تتألف اسماء اعداد أعلى من عشرة لاتزيد على اكثر من تسع عشرات وتسعة آحاد فيقال مثلا احد عشر اثنا عشر وهكذا الى تسعة عشر واحد وعشرون واثنان وعشرون الى تسعة وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

وحيث انه يتألف من اضافة الواحد الى تسعة آحاد عدد يسمى عشرة يسهل بالقياس على ذلك مع الالتفات الى الاصطلاح المتقدم تحصيل اسماء جميع الاعداد الصحيحة المتتابعة من عشرين الى تسعة وتسعين لانه لما كان عدد تسعة عشر مؤلفا من عشرة واحدة وتسعة آحاد كان يتحصل باضافة الواحد الى هذا العدد عدد جديد مؤلف من عشرتين اعنى عشرين و يتحصل ايضا باضافة الواحد الى تسعة وعشرين المؤلف من عشرتين وتسعة آحاد ثلاث عشرات أعنى ثلاثين وهلم جرا

ولما كان عدد تسعة وتسعين مؤلفا من تسع عشرات وتسعة آحاد كان يتحصل باضافة الواحد اليه عدد جديد مؤلف من عشر عشرات يسمى مائة ورأيضا نوع جديد من الوحدة الاصلية فيعدّ من المائة الى تسع مآت وباضافة أعداد تسعة وتسعين الاول (اى من واحد الى تسعة وتسعين) الى مائة ومائتين وهكذا الى تسعمائة يتحصل اسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة وتسعة وتسعين

مثلا عدد سبعمائة وتسعة وتسعين يحتوى على سبع مآت وتسع عشرات وتسعة آحاد فاذا أضيف اليه الواحد تحصل عدد ثمانمائة المؤلف من ثمان مآت لان تسع عشرات زائدة تسعة آحاد زائدة واحدا يتألف منها عشر عشرات اى مائة

وباضافة الواحد الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين يحصل عشر مآت لان عدد تسعة وتسعين زائدا واحدا يساوى عشر عشرات أى مائة وباجتماع عشر مآت يحصل ايضا وحدة جديدة تسمى ألفا فيعد من الالف الى تسعة آلاف وباضافة اعداد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول (اى من الواحد الى تسعمائة وتسعة وتسعين) الى الف والفين وهكذا الى تسعة آلاف يحصل عدد تسعة الاف وتسعمائة وتسعة وتسعين وباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل عشرة آلاف لان تسعمائة وتسعة وتسعين زائدة واحدا يساوى عشر مآت اى الفا

وقد علم مما ذكرناه أنه باجتماع عشرة آحاد من اى مرتبة كانت يحصل نوع جديد من الوحدة يسمى باسم مختصر وبالقياس على ذلك يحصل من عشرة آحاد من الالف نوع جديد من الوحدة يسمى باسم يخصه لكن لقصد الاختصار فى التسمية اصطلحوا على اعتبار الالف واحدا جديدا اصليا فيعدّ بآحاد الالف وعشراته ومآته كما يعدّ بآحاد الاعداد البسيطة وعشراتها ومآتها ويتوصل بهذه الطريقة الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الفا وتسعمائة وتسعة وتسعين فباضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل الف آحاد الف لان عدد تسعمائة وتسعة وتسعين زائدا واحدا يحصل منه الف وعدد تسعمائة وتسعة وتسعين الفا زائدا الفا يحصل منه الف الف وباجتماع الف آحاد الف يحصل واحد جديد أصلى يسمى مليونا فيعدّ بآحاد المليون وعشراته ومآته من المليون الى الف مليون ومنها يحصل واحد جديد يسمى بليونا ويحصل من الف بليون واحد آخر يسمى ترليونا وهكذا

ومقتضى ما ذكر فى طريقة العدّ الهوائى أن اسم اى عدد من هذه الاعداد

لا يتحقق الا باضافة عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول الى ألف او مليون او بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها دال الاعلى اكثر من تسعة آحاد وتسع عشرات وتسع مائات من كل نوع

ومن ثم سميت الوحدة الاصلية التى يتوصل بها الى تأليف جميع الاعداد بالوحدة البسيطة او وحدة المرتبة الاولى وسميت العشرات بآحاد المرتبة الثانية والمائات بآحاد المرتبة الثالثة والالوف بآحاد المرتبة الرابعة وعشرات الالوف بآحاد المرتبة الخامسة وهكذا

ثم ان الوحدات الاولية او وحدات المرتبة الاولى والالوف او وحدات المرتبة الرابعة والملايين او وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب الثلاثية لانها تتابع ثلاثة ثلاثة

(بيان وضع الاعداد بالارقام اعنى العدّ الغبارى او الوضعى)

---

(٤) حيث انهم سلكوا فى طريقة العدّ الهوائى مسلك الايجاز باصطلاحهم على وضع كلمات قليلة دالة على جميع الاعداد ناسب أن يسلكوا هذا المسلك ايضا فى وضع الاعداد بالطريقة الغبارية طلبا للسرعة فى اجراء العمليات فوضعوا لها اشكالا تسمى بالارقام فكما أنهم استعملوا لاجل النطق بالاعداد الاصلية تسع كلمات مختصرة اخترعوا ايضا لاجل الدلالة عليها تسعة ارقام وحيث انه يحدث من اجتماع هذه الاسماء التسعة مع آحاد المراتب المختلفة اسماء جميع الاعداد اصطلحوا هنا على أن الارقام الموضوعة بجانب بعضها تدل بالنظر لذاتها على عدد وحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وهاك بيان الارقام التسعة المذكورة

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

وهى عبارة عن اعداد

واحد اثنين ثلاثة اربعة خمسة ستة سبعة ثمانية تسعة

فاذا أردت كتابة اى عدد من الاعداد فانك تضع الارقام الدالة على مقدار

آحاد كل مرتبة بجانب بعضها بحيث يكون رقم الآحاد البسيطة او آحاد المرتبة الاولى فى الخانة الاولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات او آحاد المرتبة الثانية فى الخانة الثانية على يسار الخانة الاولى ورقم المآت او آحاد المرتبة الثالثة فى الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا

وبموجب هذا الاصطلاح تكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين هكذا ٩٥٦٧ .

فان كان ذلك العدد لا يحتوى على آحاد جميع المراتب التى تكون دون مرتبة آحاده العليا فانك تضطر الى وضع ٠ و يعبر عن هذه النقطة بصفر وهو لا قيمة له فى نفسه وانما فائدة وضعه حفظ خانة مالم يوضع من الارقام المعنوية التى هى

١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩

فعلى ذلك اذا أردت وضع عدد تسعمائة وسبعة المؤلف من تسع مآت وسبعة آحاد بدون عشرات فانك تضعه على هذه الكيفية ٩٠٧

(٥) وبالجملة فتى أردت كتابة اى عدد هو اى لزم أن تضع الارقام الدالة على عدة المراتب التى يحتوى عليها العدد المذكور من مآت كل مرتبة ثلاثية وعشراتها وآحادها متتالية بعضها بجانب بعض (بالابتداء من الجهة اليسرى) وتضع اصفارا فى محل الآحاد او العشرات او المآت التى تكون معدومة من العدد المفروض .

فعلى ذلك اذا أردت كتابة عدد تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة وضعته هكذا ٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(٦) لاجل قراءة اى عدد من الاعداد الغبارية يلزم أن تقسم ذلك العدد الى فصول كل فصل منها يحتوى على ثلاثة ارقام مبتدئا فى التقسيم من اليمين الى اليسار وقد يكون الفصل الاخير من الجهة اليسرى لا يحتوى الا على رقم او رقمين فقط ثم تبتدئ من اليسار بقراءة كل فصل على حدته وتذكر فى الآخر اسم آحاده

فعلى .

فعلى ذلك اذا أردت قراءة عدد ٩٠٧٠٠٥٠٣ نطقت به على هذا الوجه وهو تسعماتة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آحاد

وهذه الطريقة التى ذكرناها فى العدّ تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة ارقام واذا قيل ان اساسها عشرة

(٧) يوخذ من الاصطلاح الذى يجرى عليه العمل فى العدّ الغبارى أنه اذا وضع على يمين اى عدد صفر او صفران او ثلاثة اصفار الخ كبر ذلك العدد عما كان عليه عشر مرّات او مائة مرّة او الف مرّة الخ واما فى صورة العكس وهى ما اذا وضع عن يمينه صفر أو صفران او ثلاثة اصفار الخ فانه يصغر عما كان عليه عشر مرّات او مائة مرّة او الف مرّة الخ

مثلا اذا وضعت صفرين على يمين عدد ٢٤٨ صارا كبر مما كان عليه ١٠٠ مرّة وذلك لانك ترى فى ٢٤٨٠٠ الناتج عن وضع الصفرين كل رقم من ارقام ٢ و ٤ و ٨ قد دل على آحاد اكبر من الآحاد الاصلية مائة مرّة

(الفصل الثالث)

(فى قواعد الحساب الاصلية)

(بيان الجمع)

(٨) الجمع ضم عدد الى غيره ليحصل عدد آخر يسمى بالحاصل

فاذا أردت أن تجمع ٣ و ٥ تقول ٥ و ١ يحصل ٦ و ٦ و ١ يحصل ٧ و ٧ و ١ يحصل ٨ فيكون ٨ الحاصل من اضافة ٣ الى ٥ هو مجموع عددى ٥ و ٣ وبهذه الطريقة يمكن تحصيل مجموع عدة اعداد اياما كانت بأن يضاف الى احدها على التوالى جميع الآحاد المؤلفة منها الاعداد الاخرى لكن حيث ان هذه العملية تطول اذا كانت الاعداد كبيرة لزم تحصيل المجموع الكلى بواسطة مجموعات جزئية مختصرة وذلك بأن تجمع الاحاد والعشرات والمآت الخ المؤلفة منها جميع الاعداد

المطلوب جمعها كل منها على حدته وتضع لاجل ذلك الاعداد المفروضة على وجه بحيث تكون آحادها التي من منزلة واحدة موضوعة تحت بعضها على هيئة عمود رأسي

ولنمثل لذلك بمثالين الاول أن يكون المطلوب جمع عددى ٤٢ و ٣٦ فعوضا عن أن نضيف الواحد ٣٦ مرة الى ٤٢ تضع الاعداد هكذا

٤٢
٣٦
———
٧٨

ثم تقول ٢ آحاد + ٦ آحاد يحصل ٨ آحاد فتضعها تحت صف الآحاد ثم تقول ٤ عشرات + ٣ عشرات يحصل ٧ عشرات فتضعها تحت صف العشرات فعلى ذلك يكون ٧٨ هو مجموع العددين المطلوب

وفى كل جمع جزئى يستغنى عند اجراء العملية عن التصريح باسم جنس الاحاد التي يجرى فيها العمل فلذا يقال ٢ و ٦ يحصل ٨ و ٤ و ٣ يحصل ٧

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل مجموع اعداد ٨٤٧٩ و ٥٨ و ٧٩٣ و ١٥٤٠ فتضع الاعداد هكذا

٨٤٧٩
٠٠٥٨
٠٧٩٣
١٥٤٠
———
١٠٨٧٠

ثم تقول ٩ و ٨ يحصل ١٧ و ٣ يحصل ٢٠ فتضع صفرا فى منزلة الآحاد وتحفظ ٢ عشرات لتضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم تقول معنا ٢ و ٧ يحصل ٩ و ٥ يحصل ١٤

و ٩ يحصل ٢٣ و ٤ يحصل ٢٧ وحيث ان ٢٧ تعادل ٧ عشرات + ٢ مآت تضع ٧ فى منزلة العشرات وتحفظ ٢ مآت لتضيفها الى مآت الاعداد المفروضة ثم تقول معنا ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٧ يحصل ١٣ و ٥ يحصل ١٨ وحيث ان ١٨ تعادل ٨ مآت + ١ الوف تضع ٨ فى منزلة المآت وتحفظ الواحد لتضيفه الى ما بعده ثم تقول معنا ١ و ٨ يحصل ٩ و ١ تكون الجملة ١٠ وحيث ان فى عشرة الآلاف المذكورة واحدا من عشرات الالوف نضع صفرا ليحل محل آحاد الالوف ثم نضع ١ فى منزلة عشرات الالوف فيكون ١٠٨٧٠ هو المجموع المطلوب

(٩) وبالجملة اذا أردت أن تجمع عدة اعداد فضعها تحت بعضها بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة موضوعة على هيئة عمود رأسى بمعنى أن الآحاد تكون تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا ثم ترسم خطا تحت الاعداد المذكورة لتفصلها من الحاصل الذى تضعه تحته ثم تبتدئ الجمع من عمود الآحاد فان لم يتجاوز مجموعها ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور وان جاوزها لا تضع تحته غير آحاده ثم تحفظ العشرات لتضيفها الى عمود العشرات وتجرى العملية على هذا العمود كما اجريتها على عمود الآحاد وتستمر على هذا المنوال حتى تصل الى العمود الاخير فتضع تحته جملته بتمامها

تنبيهات الاول يكفى فى تحصيل المجموعات الجزئية أن تضيف كل عدد ذى رقم واحد الى اى عدد كان

الثانى يبتدأ دائما فى الجمع من الجهة اليمنى لانه بهذه الطريقة يتحصل من جمع كل عمود رقم من المجموع المطلوب

ولا يتأتى ذلك دائما بالابتداء من الجهة اليسرى لانه فى صورة ما اذا تحصل من جمع احد الاعمدة اكثر من ٩ آحاد يلزم وضع الآحاد واضافة العشرات الزائدة الى الرقم الموضوع تحت العمود الذى قبله وهذا لا يتأتى الا اذا تغير الرقم المذكور

(الميزان)

(١٠) الميزان عملية يختبر بها صحيح العمليات من فاسدها

ويكفى فى ميزان عملية الجمع أن تعيد العمل على عكس عملية الجمع المعتادة وهاك مثالا يوضح ذلك وهو

٠٩٢٧
٠٠٤٣
٥٦١٨
―――
٦٥٨٨

فاذا فرضنا انه تحصل ٦٥٨٨ من جمع تلك الاعمدة القائمة من أعلى الى اسفل وأردنا أن نختبر هذا الحاصل هل هو صحيح او فاسد فاننا نعيد العملية على عكس العملية الاولى بأن نجمع كل عمود قائم من اسفل الى اعلى فنقول ٨ و ٣ يحصل ١١ و ٧ يحصل ١٨ فنضع ٨ ونحفظ ١ ونقول معنا ١ و ١ يحصل ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٢ يحصل ٨ فنضعها بتمامها ثم نقول ٦ و ٩ يحصل ١٥ فنضع ٥ ونحفظ ١ ثم نقول ١ و ٥ يحصل ٦ فنضعها بتمامها فنجد الحاصل من العملية الثانية عين الحاصل من العملية الاولى فلا يكون حينئذ فى العملية غلط

وبالجملة فالغرض من الميزان تحقيق صحة حاصل الجمع بعملية مغايرة للعملية التى انتجت ذلك الحاصل ومع ذلك فقد يقع الغلط فى العمليات الجديدة التى اعيدت لتحقيق العمليات الاولى وربما كان الغلط فيهما واحدا وليس الغرض من ميزان العملية الا ازالة الشك

(بيان الطرح)

(١١) الغرض من الطرح استخراج عدد من عددين علم مجموعهما واحدهما ويسمى العدد المطلوب استخراجه باقيا او فرقا او فاضلا

ثم ان استخراج الباقى له طريقتان احداهما أن تطرح من العدد الاكبر جميع احاد الاصغر على التوالى والثانية أن تبحث عن العدد الذى اذا أضيف الى العدد

الاصغر يحصل من مجموعهما العدد الاكبر

مثلا اذا أردت استخراج الباقى من عددى ٥ و ٣ فاطرح ٣ احاد من خمسة بأن تقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ حينئذ هو باقى الطرح المطلوب

ولك أن تستخرجه بهذه الطريقة فتقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ٤ و ١ يحصل ٥ فلزم حينئذ اضافة ٢ احاد الى ٣ حتى يحصل ٥ فاذن يكون ٢ هو الباقى المطلوب

ولما كانت هاتان الطريقتان تؤديان الى التطويل فى العمل اذا كان المطروح كبيرا او كان الباقى المطلوب استخراجه كثيرا ناسب اختصار العملية بطرح الآحاد المتحدة المنزلة من بعضها على التدريج وذلك بأن تضع العدد الاصغر تحت الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متقابلة (يعنى أن الآحاد تكون تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا الخ)

مثلا اذا كان المطلوب طرح ٤٢ من ٧٨ فانك تضع الارقام هكذا

٧٨
٤٢
―――
٣٦

ثم تقول ٢ آحاد مطروحة من ٨ احاد يبقى ٦ آحاد فتضع ٦ تحت عمود الآحاد ثم تقول ٤ عشرات مطروحة من ٧ عشرات يبقى ٣ عشرات فتضع ٣ تحت عمود العشرات فاذن يكون الباقى المطلوب ٣٦

فاذا كان بعض ارقام المطروح اكبر من الارقام المقابلة له من المطروح منه فانه يمكن بواسطة الاستعارة أن تطرح طروحا جزئية اذا أردت

ولنفرض مثلا ان المطلوب طرح ٢٩ من ٦٧

فحيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ فاستعر واحدا من عدد ٦ الذى

هو عشرات ٦٧ فيحال حينئذ هذا العدد الى ٥ عشرات و ١٧ آحادا فتؤول المسئلة حينئذ الى قولنا اطرح من

١٧ آحادا ومن ٥ عشرات
٩ آحادا و ٢ عشرات

فنقول فى طرح الآحاد المتحده المنزلة من بعضها ٩ آحاد مطروحة من ١٧ آحادا يبقى ٨ آحاد و ٢ عشرات من ٥ عشرات يبقى ٣ عشرات فاذن يكون الباقى المطلوب ٨ آحاد + ٣ عشرات اى ٣٨ وعند العمل تضع العددين هكذا

المطروح منه ٦٧
المطروح ٢٩
الباقى ٣٨

ثم تقول حيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ يستعار ١ عشرات من ٦ ويطرح حينئذ ٩ من ١٧ فيكون الباقى ٨ فتوضع تحت عمود الآحاد وينقص ١ عشرات من ٦ لا يبقى الا طرح ٢ من ٥ فيبقى ٣ فتوضع تحت عمود العشرات فاذن يكون ٣٨ هو الباقى المطلوب

وهناك حالة تصعب فيها العملية وهى ما اذا كان الرقم المستعار منه صفرا ولنفرض مثلا أن المطلوب طرح ٤٦٧ من ٨٠٠٥

فنقول حيث لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزمت الاستعارة حتى يمكن الطرح لكن لا يمكن الاخذ الا من الرقم المعنوى (وهو رقم ٨ الذى فى منزلة آحاد الالوف) فيستعار منه حينئذ ١ وهو من آحاد الالوف وحيث انه يعادل ١٠ مآت يترك منها ٩ فى منزلة المآت وحيث ان المائة الباقية تعادل ١٠ عشرات يترك منها ٩ فى منزلة العشرات وتضم العشرة الباقية الى ٥ آحاد وبذلك يحصل ١٥ آحادا فعلى ذلك تكون الالف المستعارة محللة الى ٩ مآت و ٩ عشرات و ١٠ احاد

وباستعارتها

وباستعارتها ينقص ١ من رقم ٨ المستعار منه ويحل رقم ٩ محل كل
من الصفرين المتقدمين عليه ونضاف ١٠ الى الاحاد وبما ذكرناه يتوصل الى
اجراء العملية فى هذا المثال وهاك صورتها

٨٠٠٥
٠٤٦٧
―――
٧٥٣٨

فيتحصل الباقى وهو ٧٥٣٨ بطرح ٧ احاد من ١٥ احادا و ٦
عشرات من ٩ عشرات و ٤ مآت من ٩ مآت وبتنقيص الالف
المستعارة من رقم ٨

وحيث ان المطروح الجزئية دائما لاتكون الا فى الآحاد المتحدة المنزلة اغنى ذلك
عن ذكر جنس تلك الآحاد فيقال فى تحصيل ارقام باقى الطرح فى هذا المثال
٧ من ١٥ يبقى ٨ و ٦ من ٩ يبقى ٣ و ٤ من ٩ يبقى ٥
وباستعارة ١ من رقم ٨ يبقى ٧

(١٢) متى أردت طرح اى عدد من آخر تضع الاصغر منهما تحت
الاكبر بحيث تكون الآحاد المتحدة المنزلة متقابلة (يعنى أن الآحاد توضع
تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) وترسم تحتهما خطا
ليفصلهما من الباقى ثم تطرح كل رقم من الارقام السفلى من الرقم الذى يقابله
من الارقام العليا مبتدئا من الجهة اليمنى ثم تضع كل باق جزئى تحت العمود
الذى اتجه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما
تحت العمود وان تجاوزه استعرت واحدا من احاد اول رقم معنوى من الجهة
اليسرى وأضفته محسوبا بعشرة الى الرقم الذى تريد الطرح منه وبذلك ينقص
العدد المستعار منه واحدا فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المذكور والرقم
المستعار منه اعتبرت محل كل صفر تسعة حتى تنتهى الى العمود الاخير فعند ذلك
تضع تحته الباقى المتحصل منه وبهذا تتم العملية

تنبيهان * الاول يكفى فى اجراء جميع الطروح الجزئيـة ان تعرف طرح اى عدد ذى رقم واحد من آخر لا يتجاوز ١٨

الثانى يبتدأ دائما فى الطرح من الجهة اليمنى لانه بهذه الكيفية يتحصل من كل طرح جزئى رقم واحد من الباقى المطلوب

ولا يتأتى ذلك فى الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد فى المطروح ارقام اكبر من الارقام المقابلة لها فى المطروح منه لم يتأت الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغيرت بعض ارقام الباقى المتحصل وذلك لكون العملية اجريت على الارقام المتقدمة

(الميزان)

(١٣) يكفى فى ميزان عملية الطرح أن تضم الباقى الى اصغر العددين المفروضين فان كان الحاصل مساويا للاكبر كانت العملية صحيحة والا فلا

(١٤) اذا زاد المطروح منه اونقص بمقدار ما فان الباقى يزيد وينقص بقدر ذلك المقدار ويقال عكس ذلك فى المطروح فاذا زاد اونقص بمقدار ما نقص الباقى أوزاد بقدر ذلك المقدار وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ كان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ اى ٨

وينتج من ذلك أن الفرق بين اى عددين لا يتغير اذا زاد اونقص كل منهما بمقدار واحد لانه لما كان الفرق بين اى عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور دائما على حالة واحدة سواء زاد العددان او نقصا بمقدار واحد فيكون حينئذ الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ ويكون ايضا الفرق بين ١٥ و ٨ هو عين الفرق بين ١٥ — ٦ و ٨ — ٦

(١٥) يتوصل بالقاعدة المذكورة الى طريقة اخرى فى اجراء عملية الطرح وهى أنه عوضا عن أن يؤخذ من الرقم الاعلى الواحد الذى استعير منه ليطرح الرقم الاسفل المقابل للمستعار له يطرح الرقم الاسفل المقابل له بزيادة الواحد المستعار

فى

فى الطرح الجزئى المتقدم على الرقم المطروح فاًل الطريقتين واحد فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المعنوى المستعار منه والرقم الاعلى الذى أضيفت اليه العشرة فانك عوضا عن أن تجعل محل هذه الاصفار تسعات ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها تجعل كل صفر منها ١٠ ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد عليها ونتيجة هذه الطريقة كنتيجة الطريقة السابقة ولنمثل لتلك القاعدة الجديدة بمثالى نمرة ١١ السابقين فنجعل الوضع على هذه الصورة

المطروح منه	٦٧	المطروح منه	٨٠٠٥
المطروح	٢٩	المطروح	٤٦٧
الباقى	٣٨	الباقى	٧٥٣٨

ونقول فى طرح المثال الاول ٩ مطروحة من ٧ + ١٠ أو من ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ او ٣ مطروحة من ٦ يبقى ٣

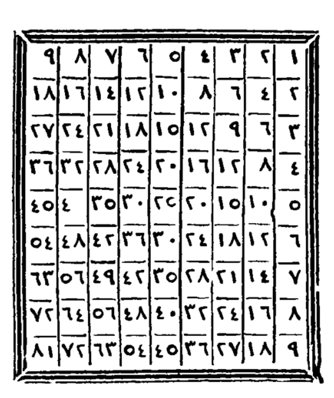
ونقول فى طرح المثال الثانى ٧ مطروحة من ١٥ يبقى ٨ و ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ١ من ٨ يبقى ٧

(بيان الضرب)

(١٦) الضرب هو تكرير عدد يسمى مضروبا عدة مرات بقدر ما يوجد من الآحاد فى عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصلا ويسمى المضروب والمضروب فيه عاملى الحاصل

فاذا أردت استخراج الحاصل بمقتضى هذا التعريف وضعت المضروب عدة مرات بقدر الآحاد الموجودة فى المضروب فيه ثم تجرى على ذلك عملية الجمع فيكون المجموع هو الحاصل المطلوب فحينئذ يكون حاصل ضرب ٢ فى ٣ هو ٢ + ٢ + ٢ اى ٦

وبهذه الكيفية تستخرج جميع الحواصل الناتجة من ضرب عددين فى بعضهما كل منهما ذو رقم واحد وهى مبينة فى جدول فيثاغورس وهذه صورته



١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤	٤٥
٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤
٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣
٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢
٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١

فاما السطر الاول فيحتوى على الاعداد التسعة البسيطة والثانى يحتوى على حواصل ضرب هذه الاعداد فى ٢ ويتألف باضافة كل من هذه الاعداد الى نفسه والثالث يحتوى على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة فى ٣ ويتألف باضافة اعداد السطر الثانى الى اعداد السطر الاول والرابع على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة فى ٤ ويتألف باضافة اعداد السطر الثالث الى الاول وهلم جرّا

وبموجب تأليف هذا الجدول ترى أن حاصل ضرب عددين كل منهما ذو رقم واحد يكون فى الخانة التى يتلاقى فيها السطر الافقى المبدوء باحد العاملين المذكورين مع السطر القائم المبدوء بالعامل الآخر فحينئذ يكون عدد ٤٨ الحاصل من ضرب ٦ فى ٨ موجودا فى ملتقى السطرين المبدوء أحدهما برقم ٦ والآخر برقم ٨

ولنذكر هنا قاعدة يعرف بها استخراج حاصل ضرب أى عددين صحيحين من الحواصل الناتجة من ضرب الاعداد ذات الرقم الواحد فى بعضها مثنى

بحيث

بحيث يمكن اجراء جميع الضروب بواسطة جدول فيثاغورس فنقول

(١٧) يكفى فى ضرب أىّ عدد فى حاصل ضرب عدّة عوامل أن تضربه على التوالى فى العوامل المذكورة ومعناه أن ضرب اىّ عدد فى حاصل ضرب عدّة عوامل يؤل الى ضرب ذلك العدد فى العامل الاول ثم الحاصل فى العامل الثانى وهلم جرّا * وهكذا تجرى العملية حتى يتم ضرب جميع العوامل

مثلا اذا ضربت ٤ فى عدد ٦ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٢ و ٣ وجدت حاصل ضرب ٤ فى ٦ عبارة عن مجموع ٦ اعداد كل عدد منها يساوى ٤ (اى هو عبارة عن عدد ٤ مكررا ٦ مرّات)

وحيث ان ٦ يساوى ٣ فى ٢ يكون المجموع مؤلفا من ٣ مجموعات جزئية كل منها مؤلف من عدد ٤ مرّتين اعنى ٢ فى ٤ مكررة ٣ مرّات فاذن يتالف حاصل ضرب ٤ فى ٣ فى ٢ من ضرب ٤ فى ٢ فيتحصل ٨ ثم ضرب ٨ فى ٣ فيكون ٢٤ الناتج هو حاصل ضرب ٤ فى ٣ فى ٢

(تنبيه) قد استبان من هذه القاعدة ان حاصل ضرب عدّة اعداد يحتوى دائما على جميع عواملها

(١٨) قد تبين أن هذه القاعدة التى سبق ذكرها فى (١٧) يتوصل بها الى استخراج حاصل ضرب عددين حيثما اتفق بأن تضرب رقما فى آخر على التوالى

مثلا اذا كان المطلوب استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤ وضعت صورة العملية على هذا المنوال

٥٦٧	مضروب
٨٣٤	مضروب فيه
٢٢٦٨	اول حاصل جزئى ناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٤
١٧٠١٠	ثانى حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٣٠
٤٥٣٦٠٠	ثالث حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٨٠٠
٤٧٢٨٧٨	مجموع الحواصل الجزئية أو الحاصل الكلى الناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

ثم تلاحظ انه يكفى فى استخراج حاصل الضرب المطلوب تكرير المضروب ٨٣٤ مرة او ٨٠٠ مرة + ٣٠ مرة + ٤ مرات وهو عبارة عن ضرب ٥٦٧ على التوالى فى أجزاء المضروب فيه وهى ٨٠٠ و ٣٠ و ٤

ولنذكر لك هنا كيفية استخراج هذه الحواصل الجزئية لكن حيث انه يتألف من مجموعها الحاصل الكلى لزم وضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتحدة المنزلة متقابلة (بمعنى أن الآحاد تكون موضوعة تحت الآحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) (وتشتمل الكيفية المذكورة على ثلاث صور)

الصورة الاولى لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٤ يلزم تكرير ٥٦٧ أربع مرات فيكون مجموعها وهو ٢٢٦٨ هو الحاصل المطلوب لكن حيث ان هذا الجمع عبارة عن تكرير كل من آحاد المضروب وعشراته ومآته وهى ٧ و ٦ و ٥ أربع مرات استغنى عن تكرير ٥٦٧ اربع مرات ويقال ٤ فى ٧ يحصل ٢٨ فتوضع ٨ تحت سطر الآحاد ثم تحفظ ٢ عشرات ويقال ٤ فى ٦ عشرات يحصل ٢٤ عشرات و ٢ محفوظة يحصل ٢٦ عشرات او ٢ مآت و ٦ عشرات فتوضع ٦ عشرات تحت سطر العشرات ثم تضم ٢ مآت محفوظة الى حاصل ٤ فى ٥ مآت فيحصل ٢٢ مآت او ٢ الوفا و ٢ مآت فتوضع ٢ مآت تحت سطر المآت و ٢ تحت

سطر

سطر الالوف فيكون ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٤

وان شئت الاختصار فى ذلك قلت ٤ فى ٧ يتحصل ٢٨ فتضع ٨ وتحفظ ٢ وتقول ٤ فى ٦ يتحصل ٢٤ و ٢ محفوظة يتحصل ٢٦ فتضع ٦ وتحفظ ٢ وتقول ٤ فى ٥ يتحصل ٢٠ و ٢ محفوظة يتحصل ٢٢ فتضع رقمى هذا العدد بجانب بعضهما

ويجرى مثل ذلك فيما اذا أريد ضرب اىّ عدد فى آخر ذى رقم واحد فيكفى ضرب آحاد المضروب وعشراته وما تلاه الخ على التوالى فى المضروب فيه بأن يضاف على التدريج الى كل حاصل جزئى (معتبرا آحادا بسيطة) ماحفظ من العشرات المتحصلة من الحاصل المتقدم ان كان والا فلا

الصورة الثانية لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٣٠ يلزم تكرير عدد ٥٦٧ عدّة مرّات بقدر ما فى عدد ٣٠ من الآحاد فيكون مجموع هذه المرّات هو حاصل الضرب لكن حيث ان عدد ٣٠ يساوى ١٠ فى ٣ ينتج من الطريقة السابقة فى نمرة ١٧ أنه يكفى فى استخراج الحاصل المطلوب أن نضرب اوّلا ٥٦٧ فى ٣ فيكون الحاصل بمقتضى الصورة الاولى ١٧٠١ ثم نضرب ١٧٠١ فى ١٠ فيكون الحاصل بمقتضى (نمرة ١٧) ١٧٠١٠ فعلى ذلك يكون استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٣٠ بضرب ٥٦٧ فى ٣ ثم وضع صفر على يمين حاصل هذا الضرب وهو ١٧٠١ وبذلك يكون أوّل رقم من عدد ١٧٠١ من الجهة اليمنى موضوعا فى منزلة العشرات

وعلى هذه الطريقة يجرى العمل فى ضرب أىّ عدد فى رقم مسبوق بعدّة اصفار فيكفى فى ذلك أن نضرب هذا العدد فى الارقام التى على يساره بقطع النظر عن الاصفار السابقة عليها ثم نضع تلك الاصفار المحذوفة من المضروب فيه على يمين الحاصل فينتج حينئذ حاصل الضرب المطلوب

الصورة الثالثة لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٠٠ يكفى أن نضرب أوّلا ٥٦٧ فى ٨ ثم نضع صفرين على يمين حاصل هذا

الضرب وهو ٤٥٣٦ وبذلك يكون أول رقم من هذا الحاصل أعنى ٤٥٣٦ موضوعا فى منزلة المآت

وبالجملة فيتألف من مجموع الثلاثة حواصل الجزئية وهى ٢٢٦٨ و ١٧٠١٠ و ٤٥٣٦٠٠ الحاصل الكلى وهو ٤٧٢٨٧٨ وذلك بضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

(تنبيه) يظهر أن اجراء العملية فى ذلك على وجه سهل هو عبارة عن ضرب ارقام المضروب وهو ٥٦٧ على التوالى فى كل من ارقام المضروب فيه المعنوية وهى ٤ و ٣ و ٨ التى هى اجزاء المضروب فيه أعنى ٨٣٤ ووضع الحواصل الجزئية وهى ٢٢٦٨ و ١٧٠١ و ٤٥٣٦ بحيث اذا جمعت يكون كل رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروبا فيه ولذلك توضع اصفار على يمين كل حاصل جزئى أو يوضع كل حاصل جزئى على وجه بحيث يكون اول رقم من ارقامه من الجهة اليمنى موضوعا تحت الرقم المستعمل مضروبا فيه

(١٩) اذا أردت ضرب أى عدد فى آخر فضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحتهما خطا ليفصلهما من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالى فى كل من ارقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث اذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالا على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروبا فيه ثم ارسم تحتها خطا ليفصلها من مجموعها وهو الحاصل الكلى

(تنبيه) يبتدأ فى استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب فى جميع ارقام المضروب فيه المختلفة بالضرب من يمين المضروب فيه لان الضرب ليس الا جمعا مختصرا

وليس ذلك بلازم بل الضرب من كلتا الجهتين واحد غير أن العادة انما جرت بالضرب من الجهة اليمنى

ثم ان الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب أى عدد صحيح فى عدد ٢ أو ٣ أو ٤ الخ تسمى مضاعفات العدد المذكور فعلى ذلك تكون مضاعفات ٧ هى ٢ فى ٧ أى ١٤ و ٣ فى ٧ أى ٢١ و ٤ فى ٧ اى ٢٨ وهكذا

(٢٠) لاجل بيان حاصل ضرب عدة اعداد فى بعضها يضرب العدد الاول فى الثانى ثم حاصل ضربهما فى الثالث وهكذا على التوالى حتى تنتهى جميع العوامل فيكون آخر هذه الحواصل هو الحاصل المطلوب

(تنبيه) اذا كان عاملا الحاصل منتهيين باصفار من الجهة اليمنى فان العملية تختصر بأن يحصل الضرب بدون التفات الى هذه الاصفار وبعد تمام العملية توضع الاصفار المحذوفة على يمين الحاصل الكلى

مثلا اذا أردت استخراج حاصل ضرب ٥٤٠٠ فى ٢٠٠٠٠ فاضرب ٥٤ فى ٢ ثم ضع الاصفار الستة المتروكة على يمين النتيجة التى هى ١٠٨ فيتألف من ذلك الحاصل الكلى المطلوب وهو ١٠٨٠٠٠٠٠٠

(٢١) لا يتغير حاصل ضرب عدة اعداد صحيحة ولو تغيرت مواضعها

ولنبرهن اولا على أن هذه الخاصية تجرى فى عاملين كعاملى ٣ و ٤ مثلا فنلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التى يتألف منها حاصل ضرب ٣ فى ٤ برسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث تكون على هذا الوضع

١	١	١
١	١	١
١	١	١
١	١	١

لكن اذا عددت آحاد الاسطر القائمة رأيت هذا الجدول مؤلفا من ٣ أسطر قائمة كل منها محتو على أربعة آحاد أعنى على ٣ فى ٤ آحاد أو على حاصل ضرب ٤ فى ٣

فحينئذ يكون حاصل ضرب ٣ فى ٤ مساويا لحاصل ضرب ٤ فى ٣
وبذلك ثبت الخاصية المذكورة (كما فى الصورة الاولى)
وثانيا على أن تلك الخاصية تجرى فى ثلاثة عوامل فنلاحظ أن حاصل ضرب ثلاثة اعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين او الاخيرين وقد ثبت آنفا أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد سبق فى الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣ × ٤ يساوى ٤ × ٣ فاذا ضربنا كلا من هذين الحاصلين فى ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب ٣ × ٤ × ٥ مساوية بالضرورة لنتيجة ٤ × ٣ × ٥
فلم يبق علينا حينئذ الا الآن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع العاملين الاخيرين فنقول
لاجل الاستدلال على أن حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ يساوى حاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ نضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلف من أربعة اعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث ان كل سطر أفقى من هذا الجدول يحتوى على ٤ × ٣ آحاد أو ٣ × ٤ آحاد فان الاسطر الخمسة الافقية المتألف منها هذا الجدول تحتوى على ٥ فى ٣ × ٤ آحاد أو ٣ × ٤ × ٥ آحاد
فاذن يمكن أن نعتبر ان هذا الجدول مؤلف من أربعة أسطر قائمة كل منها يحتو على ٥ × ٣ آحاد بمعنى أنه مؤلف من ٣ × ٥ آحاد مكررة ٤ مرات أو من ٣ × ٥ × ٤ آحاد

فيكون

فيكون حينئذ حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٥ مساويا لحاصل ضرب ٣ × ٥ × ٤ فلم يتغير اذن حاصل الضرب بتغير موضع المضروبين الاخيرين

ثالثا يكفى فى البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجرى فى عدد مّا من المضاريب أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع مضروبين متواليين اياما كانا

مثاله حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ × ٨ × ٩ × ٧ ولكن المضروبان المتواليان فى هذا المثال هما ٣ و ٥ فلاجل البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ أن حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ يكون استخراجه قبل ضربه فى مضاريب ٨ و ٩ و ٧ فعلى هذا يكفى أن نبرهن على أن حاصل ضرب ٢ × ٦ × ٤ × ٣ × ٥ = ٢ × ٦ × ٤ × ٥ × ٣ وحيث انه يلزم استخراج ٤٨ الذى هو حاصل ضرب مضاريب ٢ و ٦ و ٤ قبل ضربه فى مضروبى ٣ و ٥ يؤل الامر الى البرهنة على أن ٤٨ × ٣ × ٥ = ٤٨ × ٥ × ٣ وقد ثبت فى الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع المضروبين الاخيرين فى صورة ما اذا كان هناك ثلاثة مضاريب

فينتج مما تقدم أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أىّ مضروب من المضاريب بأن تنقله بالتدريج من محل الى محل آخر من الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى و بذلك يثبت المطلوب

(ميزان الضرب)

---

(٢٢) يكفى فى اختبار صحة الضرب عدم تغير الحاصل بتغير مواضع المضاريب بل يكون حاصل الضرب بعد التغير هو عين حاصل الضرب قبله

(٢٣) اذا كانت مضاريب الحاصل كلها متساوية بأن ضرب أىّ عدد مفروض فى نفسه عدة مرّات سمى حاصل الضرب قوة لذلك العدد المفروض واذا تعددت

القوى لعدد واحد قيل فى تمييزها القوة الثانية أو القوة الثالثة أو الرابعة وهكذا على حسب عدد المضاريب المتساوية من كونها ٢ او ٣ او ٤ الخ
اذا تقرر ذلك علمت أن ٨ مثلا هى القوة الثالثة لعدد ٢ وان شئت قلت هى مكعب ذلك العدد وذلك لانها عبارة عن حاصل ضرب ثلاثة مضاريب كل منها يساوى ٢

ولاجل الدلالة على قوة اى عدد مفروض يوضع فوقه من الجهة اليمنى عدد يدل على عدد المرات التى يتكرر بقدرها المضروب فعلى هذا اذا وضعت ٣ على ٢ هكذا $٢^{٣}$ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ ويسمى رقم ٣ أس عدد ٢

(تنبيه) كل عدد لا اس له فأسه الواحد فعلى هذا $٢^{١}$ يساوى ٢

(٢٤) حاصل ضرب أى عدد مفروض له عدة قوى يساوى ذلك العدد مشارا اليه بأس يكون مساويا لمجموع أس ذلك العدد المفروض الموجودة فى جميع المضاريب وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب يحتوى على جميع مضاريب الاعداد التى تضرب فى بعضها كما تقدم فى تنبيه نمرة (١٧)

فعلى ذلك يكون حاصل ضرب $٢^{٤}$ فى $٢^{٣}$ مساويا $٢^{٧}$ لان هذا الحاصل يحتوى على ٢ أربع مرات وهى عين المضروب الذى هو $٢^{٤}$ ويحتوى أيضا على ٢ ثلاث مرات وهى عين المضروب فيه الذى هو $٢^{٣}$ فيتألف من ذلك حاصل ضرب ٤ + ٣ او ٧ مضاريب كل يساوى ٢ فاذا ضربنا $٢^{٤}$ او ١٦ فى $٢^{٣}$ او ٨ كان الحاصل وهو ١٢٨ مساويا $٢^{٧}$

تنبيهات * الاول اذا كان بعض مضاريب الحاصل متحدا وكان له قوى فانه يكفى وضع احد تلك المضاريب المتحدة فى الحاصل مرة واحدة بأس يكون مساويا لمجموع أس المضاريب المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب $٢^{٣} \times ٥$ فى $٢^{٨} \times ٥^{٦}$ مساويا $٢^{١١} \times ٥^{٧}$ وذلك لانه يؤخذ من قواعد نمرة ١٧ و ٢١ و ٢٤ أن هذا

الحاصل

الحاصل يساوى $\frac{3}{2} \times 5 \times \frac{8}{2} \times \frac{6}{5}$ كما تقدم فى نمرة (١٧) أو يساوى $\frac{3}{2} \times \frac{8}{2} \times 5 \times \frac{6}{5}$ كما سبق فى نمرة (٢١) أو يساوى $\frac{3}{2} \times \frac{8}{2}$ ثم فى $5 \times \frac{6}{5}$ كما فى نمرة (١٧) أو يساوى حاصل ضرب $\frac{11}{2}$ فى $\frac{7}{5}$ كما فى نمرة (٢٤)

التنبيه الثانى * اذا كان المطلوب رفع أى حاصل الى قوة كفى فى ذلك رفع كل من مضاريب هذا الحاصل الى تلك القوة

مثلا حيث ان القوة الثالثة من حاصل 2×5 المبينة بهذا الوضع $(2 \times 5)^3$ مؤلفة من ثلاثة مضاريب كل يساوى 2×5 يلزم أن تكون محتوية على ٣ مضاريب كل يساوى ٢ وعلى ٣ مضاريب كل يساوى ٥ (لانه يمكن تغيير مواضع المضاريب من غير أن يتغير الحاصل) فحينئذ تكون $2^3 \times 5^3$ هى القوة المطلوبة

وذلك لان

$$2 \times 5 = 10 \text{ و } (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$$

$$\text{أو } 2^3 = 8 \text{ و } 5^3 = 125 \text{ و } 2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1000$$

(بيان القسمة)

---

(٢٥) القسمة عبارة عن حاصل ضرب مضروبين معلوم هو وأحد مضروبيه والمضروب الآخر مجهول يطلب استخراجه ويسمى الحاصل مقسوما والمضروب المعلوم مقسوما عليه والنتيجة خارج القسمة

وحيث ان استخراج المقسوم انما هو بضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة يمكن تحصيل خارج القسمة المذكور بواسطة الطروح المتوالية بأن نبحث عن عدد المرات التى يحتوى بقدرها المقسوم على المقسوم عليه لكن لما كانت هذه العملية قد تطول بكثرة الطروح اذا كان المقسوم محتويا على المقسوم عليه عدة مرات ناسب أن نذكر طريقة مختصرة فى بيان اجراء العمليه بواسطة القسمة ولنمثل لذلك بمثالين فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب قسمة ٤٥٣٦ على ٨

فيقال حيث ان المقسوم يساوى مجموع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد المعبر عنها بجميع ارقام خارج القسمة على اختلافها فان أمكن استخراج هذه الحواصل الجزئية المختلفة من المقسوم فان قسمتها على المقسوم عليه تكفى فى تحصيل ارقام خارج القسمة وبهذه الطريقة تكون المسئلة عبارة عن عدة قسمات متوالية سهلة العمل والاجراء ينتج منها جميع ارقام خارج القسمة على التوالى

واذا أردت معرفة اجزاء المقسوم التى تحتوى على هذه الحواصل الجزئية فضع العملية هكذا

المقسوم	٤٥٣٦	٨	المقسوم عليه
	٤٠	٥ مآت	
الباقى الاول	٥٣٦	٦ عشرات	خوارج القسمة الجزئية
	٤٨	٧ آحاد	
الباقى الثانى	٥٦	٥٦٧	خارج القسمة الكلى
	٥٦		
الباقى الثالث	٠٠		

ثم ابحث أولا عن جنس الآحاد العليا من خارج القسمة فتعين من المقسوم الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ويلزم أن يكون المقسوم محتويا على هذا الحاصل المؤلف من عدة آحاد منزلتها من جنس منزلة آحاد الرقم المطلوب ولايمكن أن يكون الحاصل المذكور أصغر من المقسوم عليه الذى هو ٨ فلاجل أن تحصل من المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى فى المقسوم عليه وهو ٨ تاخذ ارقاما كافية من يسار ٤٥٣٦ ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه ولو مرة واحدة وذلك متحقق فى عدد ٤٥ الذى هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث ان

هذا العدد يدل على مآت المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ تكون الآحاد العليا من خارج القسمة من منزلة المآت

ويتحقق ذلك بطريقة سهلة بأن تضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى خارج القسمة المطلوب فيتحصل المقسوم وهو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا المقسوم محصور بين ٨٠٠ و ٨٠٠٠ اعنى بين ٨ × ١٠٠ و ٨ × ١٠٠٠ يكون أيضا خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصرا بين ١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى ذلك تكون أعظم الآحاد العليا من خارج القسمة من المآت

ولاجل بيان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أن عدد ٤٥ مؤلف من حاصل ضرب مآت خارج القسمة فى المقسوم عليه وهو ٨ ومما حفظ من المآت التى أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه فينتج من ذلك أنه اذا كان هذا العدد المحفوظ اقل من المقسوم عليه وهو ٨ يلزم بالضرورة أن يكون المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن فى ٤٥ عبارة عن حاصل ضرب الرقم الاول من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ فعلى هذا يحصل اول رقم من خارج القسمة بتقسيم هذا المضاعف على المقسوم عليه وهو ٨ وبناء على ذلك تسهل البرهنة على أن العدد المحفوظ من المآت (المتحصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه) يكون بالضرورة اقل من المقسوم عليه وهو ٨ وذلك لان العدد المعبر عنه بعشرات خارج القسمة وآحاده لما كان اقل من ١٠٠ كان ضربه فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ينتج حاصلا اقل من ١٠٠ × ٨ اومن ٨ مآت

وحيث كان عدد ٤٠ هو المضاعف الاكبر للمقسوم عليه المنحصر فى عدد ٤٥ الذى يحتوى على مآت خارج القسمة ينتج من قسمة ٤٠ على ٨ رقم مآت خارج القسمة وهو ٥

وذلك لانه لما كان المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ منحصرا بين ٤٠ و ٤٨

ما آت اعنى بين ٥ ما آت × ٨ وبين ٦ ما آت × ٨ كان
خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصرا بين ٥ و ٦ ما آت
فاذن يكون خارج القسمة مؤلفا من ٥ ما آت زائدا بعض عدد من العشرات
والآحاد

وعوضا عن تقسيم المضاعف الاكبر لعدد ٨ المنحصر فى ٤٥ على ٨
تؤول المسئلة الى البحث عن عدد مرّات انحصار ٨ فى ٤٥ وهذه
الطريقة اسهل من الاولى فيكون رقم ٥ الناتج هو ما آت خارج القسمة
المطلوب

وحيث علم رقم ٥ الذى هو ما آت خارج القسمة ولزم البحث عن ايجاد
عشراته وآحاده يلاحظ أن المقسوم وهو ٤٥٣٦ مؤلف من ثلاثة
حواصل جزئية ناتجة من ضرب ٥ التى هى ما آت خارج القسمة
وضرب عشراته وآحاده فى المقسوم عليه الذى هو ٨ فاذا طرح من هذا
المقسوم ٤٠ ما آت وهو حاصل ضرب ٥ التى هى ما آت خارج القسمة
فى المقسوم عليه يكون الباقى وهو ٥٣٦ محتويا على الحاصلين الجزئيين
وهما حاصل ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه ولا مانع
من اعتبار الباقى الاول وهو ٥٣٦ مقسوما جزئيا جديدا مؤلفا من
حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى خارج قسمة جزئى تكون عشراته
وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلى وآحاده

فتؤول المسئلة حينئذ الى قسمة ٥٣٦ على ٨ ويؤخذ من ذلك ان
الآحاد العليا من خارج القسمة هى العشرات وحيث كان لا يمكن وجود
حاصل ضرب عشرات خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ الا فى ٥٣
التى هى عشرات المقسوم الجزئى وهو ٥٣٦ وكان ضرب رقم آحاد خارج
القسمة فى المقسوم عليه وهو ٨ يعطى عددا من العشرات بحفظ ويكون
اقل من ١٠ × ٨ او من ٨ عشرات فان رقم عشرات خارج القسمة
يتحصل بالبحث عن عدد مرّات انحصار المقسوم عليه وهو ٨ فى ٥٣

فيحصل ٦ فاذن يكون ٦ هو رقم عشرات خارج القسمة الكلى فاذا
طرح حاصل ضرب ٨ × ٦ عشرات او ٤٨ عشرات من ٥٣٦
دل الباقى وهو ٥٦ على حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ فى رقم آحاد
خارج القسمة فيحصل حينئذ هذا الرقم المذكور بقسمة ٥٦ على ٨
فينتج ٧ فاذا طرح حاصل ضرب ٧ فى ٨ من ٥٦ كان الباقى
الاخير صفرا

وهذا الصفر يدل حينئذ على أن ٥٦٧ هو خارج القسمة تحقيقا اعنى
أن ٤٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨ لاننا توصلنا الى
هذا الصفر بطرحنا من المقسوم على التوالى الحواصل الجزئية الناتجة
من ضرب ٥ و ٦ و ٧ التى هى ماآت خارج القسمة وعشراته
وآحاده فى المقسوم عليه وهو ٨ فيؤدى ذلك الى أن نطرح من المقسوم
وهو ٤٥٣٦ الحاصل الكلى الناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٨ وحيث
كان الباقى الاخير صفرا كان ٤٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧
فى ٨ تحقيقا

فاذا تمرن الطالب على قسمة عدة ارقام على رقم واحد استغنى عن وضع
المقسومات الجزئية فاذا أراد فى مثالنا هذا ايجاد ارقام خارج قسمة ٤٥٣٦
على ٨ يقال ثمن ٤٥ ماآت هو ٥ ماآت بالنظر لعدد ٤٠ فيضع
٥ ماآت فى خارج القسمة ويبقى ٥ ماآت او ٥٠ عشرات اذا أضيفت
الى ٣ عشرات من المقسوم نتج عنها ٥٣ عشرات فيقال حينئذ ثمن
٥٣ عشرات هو ٦ عشرات بالنظر لعدد ٤٨ عشرات فيضع ٦
عشرات فى خارج القسمة ويبقى ٥ عشرات او ٥٠ آحادا اذا أضيفت
الى ٦ آحاد من المقسوم نتج عنها ٥٦ فيقال حينئذ ثمن ٥٦ هو ٧
بدون باق فيضع ٧ فى خارج القسمة فيحصل من ذلك خارج القسمة الكلى
وهو ٥٦٧

وبالجملة فتختصر العملية أيضا بأن يقال ثمن ٤٥ يساوى ٥ بالنظر لعدد

٤٠ فتوضع ٥ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٣ يساوى ٦ بالنظر
لعدد ٤٨ فتوضع ٦ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٦ يساوى ٧
فتوضع بتمامها ولما كانت هذه القسمة الاخيرة لاباقى لها كان عدد ٥٦٧
هو خارج القسمة تحقيقا

المثال الثانى أن يكون المطلوب قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ فتوضع
العملية هكذا

٤٧٢٨٧٨	٥٦٧
٤٥٣٦	٨٣٤
٠١٩٢٧٨	
١٧٠١	
٠٢٢٦٨	
٢٢٦٨	
٠٠٠٠	

ثم يبرهن كما فى المثال الاول لاجل بيان جنس الآحاد العليا من خارج القسمة
ويبحث أولا فى المقسوم عن الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا
من خارج القسمة فى المقسوم عليه وهذا الحاصل مؤلف من آحاد منزلتها عين
منزلة آحاد الرقم المطلوب فيلزم وجوده حينئذ فى المقسوم ولايمكن أن يكون
اصغر من المقسوم عليه ويحصل حينئذ من المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨
الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من يسار خارج القسمة
فى المقسوم عليه باخذ ارقام كافية من يسار ٤٧٢٨٧٨ ليكون
العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ولو مرة واحدة فاذن يكون
عدد ٤٧٢٨ الكافى فى ذلك هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب
رقم الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث كان عدد
٤٧٢٨ دالا على مآت المقسوم الذى هو ٤٧٢٨٧٨ ظهر أن الآحاد
العليا من خارج القسمة هى من جنس المآت

وذلك

وذلك لانه لما كان المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨ منحصرا بين ٥٦٧٠٠ و ٥٦٧٠٠٠ اعنى بين ٥٦٧ × ١٠٠ و ٥٦٧ × ١٠٠٠ كان خارج قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ منحصرا بين ١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى هذا تكون الآحاد العليا من خارج القسمة من منزلة المآت

ولاجل بيان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أنه حيث كان عدد ٤٧٢٨ مؤلفا من حاصل ضرب مآت خارج القسمة فى المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ومما حفظ من المآت التى أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه ينتج من ذلك أنه اذا كان المحفوظ اقل من المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ يكون بالضرورة المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن فى ٤٧٢٨ هو حاصل ضرب الرقم المطلوب فى المقسوم عليه فعلى هذا يتحصل الرقم المذكور بالبحث عن عدد مرّات انحصار المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ فى اول مقسوم جزئى وهو ٤٧٢٨

وبناء على ذلك يكون المحفوظ من المآت (المتحصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده فى المقسوم عليه) اقل بالضرورة من المقسوم عليه وهو ٥٦٧ لانه لما كان يتألف دائما من عشرات خارج القسمة وآحاده عدد اقل من ١٠٠ كان الحاصل من ضرب هذا العدد فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ اقل من ١٠٠ × ٥٦٧ او من ٥٦٧ مآت

واذا أردت أن تعرف عدد مرّات انحصار ٥٦٧ فى ٤٧٢٨ فاستخرج حواصل ضرب ٥٦٧ فى اعداد ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ فترى أن عدد ٤٧٢٨ واقع بين ٥٦٧ × ٨ و ٥٦٧ × ٩ فاذن يكون ٨ هو العدد المطلوب

ولكن يستغنى فى اجراء العملية عن تضعيف المقسوم عليه على اختلافه ويتوصل الى النتيجة بعينها بما نذكره لك من التجارب وهى أنه حيث كان المقسوم الجزئى الذى هو ٤٧٢٨ يحتوى على ثلاثة حواصل جزئية ناتجة

من ضرب ٧ و ٦ و ٥ التي هي آحاد المقسوم عليه وهو ٥٦٧ وعشراته ومآته في العدد المطلوب وكان الحاصل الاخير من هذه الحواصل دالاعلى مآت كان لايمكن وجود هذا المقسوم الجزئي الآتي ٤٧ التي هي مآت ٤٧٢٨ فعلى ذلك يكون عدد ٤٧ مؤلفامن حاصل ضرب ٥ الذي هو اوّل رقم من المقسوم عليه في العدد المطلوب ومما حفظ من المآت التي أمكن تحصيلها بواسطة الحاصلين الجزيين الاخيرين وينتج من ذلك أنه اذا كان المطلوب البحث عن عدد مرّات انحصار ٥ في ٤٧ كان عدد ٩ الذي يحصل دالاعلى العدد المطلوب اوعلى عددا كبر منه ولايمكن أن يدل على اصغر منه وذلك انك اذا أردت أن تختبر رقم ٩ ضربت ٥٦٧ في ٩ فتجد الحاصل الذي هو ٥١٠٣ يتجاوز ٤٧٢٨ فيكون عدد ٩ اكبر من العدد المطلوب فاذا اختبرت رقم ٨ كان حاصل ضرب ٥٦٧ في هذا الرقم هو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا الحاصل اصغر من ٤٧٢٨ علمنا أن المقسوم عليه وهو ٥٦٧ منحصر ٨ مرات في ٤٧٢٨ .

وحيث علمنا رقم ٨ الذي هو مآت خارج القسمة وجب البحث عن تحصيل رقميه الاخيرين فيلاحظ أنه لما كان المقسوم الذي هو ٤٧٢٨٧٨ مؤلفا من ثلاثة حواصل جزئية ناتجة من ضرب مآت خارج القسمة وهي ٨ ومن ضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ فاذا طرحت من هذا المقسوم اوّل حاصل جزئي وهو ٥٦٧ في ٨ مآت او ٨ في ٥٦٧ مآت او ٤٥٣٦ مآت وجدت الباقي الذي هو ١٩٢٧٨ لايحتوي الاعلى حاصل ضرب كل من عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه فاذن يمكن اعتبار اوّل باق وهو ١٩٢٧٨ كمقسوم جزئي جديد مؤلف من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٥٦٧ في خارج قسمة جزئي تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فيؤل

فيؤل الامر حينئذ الى قسمة ١٩٢٧٨ على ٥٦٧ ويعلم من اول وهلة أن الآحاد العليا من خارج القسمة تكون من جنس العشرات ولاجل تحصيل هذه العشرات يلاحظ أن حاصل ضربها فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ يوجد فى ١٩٢٧ الذى هو عشرات المقسوم وهو ١٩٢٧٨ ويلاحظ ايضا أنه حيث كان المحفوظ من العشرات المتحصل من ضرب رقم آحاد خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ اقل من ١٠ × ٥٦٧ اومن ٥٦٧ عشرات فبالبحث عن عدد مرات انحصار ٥٦٧ فى ١٩٢٧ يتحصل حينئذ رقم عشرات خارج القسمة فاذا لزم بيان عدد مرات انحصار ٥ فى ١٩ فيكون عدد ٣ المتحصل دالا على رقم عشرات خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولاجل اختبار رقم ٣ المذكور يضرب ٥٦٧ فى ٣ فيكون الحاصل وهو ١٧٠١ اصغر من ١٩٢٧ فلذلك كان هذا الرقم هو عشرات خارج القسمة ولما كان الحاصل الذى هو ١٧٠١ دالا على عشرات لزم طرح ١٧٠١ عشرات من ١٩٢٧٨ وحيث ان الباقى وهو ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب المقسوم عليه فى رقم آحاد خارج القسمة يتحصل هذا الرقم بقسمة ٢٢٦٨ على ٥٦٧ والاخصر أن يقسم ٢٢ على ٥ فيدل عدد ٤ المتحصل على آحاد خارج القسمة الكلى لانه بطرح حاصل ضرب ٤ فى ٥٦٧ من ٢٢٦٨ يكون الباقى صفرا فاذن يكون ٣٤ هو خارج القسمة المطلوب

وفى اجراء العملية لا توضع الا الارقام التى لابد منها فى تكوين المقاسيم الجزئية وهى ٤٧٢٨ و ١٩٢٧ و ٢٢٦٨ بحيث يكون اجراء العملية على هذا الوجه المختصر

٤٧٢٨٧٨	٥٦٧
٤٥٣٦	٨٣٤
٠١٩٢٧	
١٧٠١	
٠٢٢٦٨	
٢٢٦٨	
٠٠٠٠	

وحيث ان المقسوم الجزئى الاول وهو ٤٧٢٨ يحتوى ٨ مرات على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ يوضع رقم ٨ فى خارج القسمة ويطرح حاصل ضرب ٨ فى ٥٦٧ أو ٤٥٣٦ من ٤٧٢٨ ثم ينزل من المقسوم رقم ٧ ويوضع على يمين الباقى الذى هو ١٩٢ فيحصل المقسوم الجزئى الثانى وهو ١٩٢٧ الذى بقسمته على ٥٦٧ ينتج ٣ وهو ثانى رقم من ارقام خارج القسمة المطلوب ثم يطرح حاصل ضرب ٣ فى ٥٦٧ او ١٧٠١ من ١٩٢٧ ثم ينزل من المقسوم رقم ٨ الاخير ويوضع على يمين الباقى الذى هو ٢٢٦ فيحصل من ذلك المقسوم الجزئى الثالث وهو ٢٢٦٨ الذى بقسمته على ٥٦٧ ينتج ٤ وهو آخر ارقام خارج القسمة الكلى ثم يطرح حاصل ضرب ٤ فى ٥٦٧ من ٢٢٦٨ فيكون الباقى الاخير صفرا

(٢٦) يتوصل بما ذكرناه من البراهين المتقدمة الى هذه القاعدة المطردة وهى أنه متى أردت قسمة اى عدد على آخر فضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ثم ارسم بينهما خطا قائما وارسم ايضا تحت المقسوم عليه خطا آخر افقيا يفصله من خارج القسمة المطلوب الذى تضعه تحت هذا الخط ثم خذ ارقاما كافية من يسار المقسوم ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وابحث عن العدد الذى يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم الجزئى المذكور فتجد هذا العدد هو اول رقم من خارج القسمة من الجهة اليسرى فضع

الرقم المذكور تحت المقسوم عليه واضرب خارج القسمة فيه وضع حاصل ضربه ما تحت المقسوم الجزئى الاول وارسم خطا افقيا تحت هذين العددين ثم اطرح الاسفل من الاعلى وضع الباقى تحته ونزل على يمينه اول رقم من ارقام المقسوم التى لم تجر فيها العملية فيحصل حينئذ المقسوم الجزئى الثانى ثم أجر العملية عليه كما اجريتها على المتقدم فينتج من ذلك الرقم الثانى من ارقام خارج القسمة فضعه على يمين الرقم الاول واستمر فى العملية على هذا المنوال حتى تنتهى جميع ارقام المقسوم فان كان احد المقاسيم الجزئية اقل من المقسوم عليه كان رقم خارج القسمة المقابل له صفرا

(٢٠٧) عوضا عن أن يوضع فى اجراء عملية الطرح تحت كل مقسوم جزئى حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم المقابل له من خارج القسمة يجتنب وضع ذلك الحاصل ويسلك فى تلك العملية طريقة مختصرة (مشابهة لطريقة نمرة ١٥) تطبق على هذا المثال وهو

من ٤٧٢٨
أن يراد طرح ٨ امثال ٥٦٧
الباقى ١٩٢

فالمطلوب فى هذا المثال أن نطرح من ٤٧٢٨ الحواصل الثلاثة الجزئية وهى حاصل ٨ فى ٧ آحاد و ٨ فى ٦ عشرات و ٨ فى ٥ مآت وحيث انه لا يمكن طرح الحاصل الجزئى الاول الذى هو ٨ فى ٧ اى ٥٦ من آحاد عدد ٤٧٢٨ نضيف الى ٨ آحاد عشرات كافية حتى يتأتى الطرح فنضيف الى هذا العدد ٥ عشرات فيتحصل ٥٨ ثم نطرح ٥٦ من ٥٨ ونضع الباقى وهو ٢ تحت رقم الآحاد وهو ٨ لكن اذا اضفنا ٥ عشرات الى ٤٧٢٨ وجدنا الباقى الكلى قد زاد بقدر ٥ عشرات كما فى نمرة (١٤) فلاجل أن يبقى على مقداره الحقيقى يكفى أن نضيف ٥ عشرات الى احد اجزاء المطروح فيؤول الامر الى اعتبار هذه العشرات الخمسة كمحفوظ يلزم ضمه الى الحاصل الجزئى

للثانى الذى هو ٨ فى ٦ عشرات قبل طرحه وحيث ان عدد ٨ فى ٦ مضافا اليه ٥ يعطى ٥٣ لم نحتج الا الى طرح ٥٣ عشرات و ٨ فى ٥ مآت من عدد ٤٧٢ الذى هو عشرات ٤٧٢٨ ولاجل طرح ٥٣ عشرات يلزم أن نضيف ٦ مآت اى ٦٠ عشرات الى عدد ٢ الذى هو عشرات ٤٧٢٨ ثم نطرح ٥٣ عشرات من ٦٢ عشرات ونضع الباقى وهو ٩ عشرات تحت عمود العشرات لكن باضافة ٦ مآت الى المطروح منه يزيد الباقى الكلى بقدر ٦ مآت فلاجل تنقيصه ذلك المقدار يلزم أن نضيف ٦ مآت الى الحاصل الجزئى وهو ٨ فى ٥ مآت الذى لم يبق للطرح غيره فيتحصل ٤٦ مآت فنطرح ٤٦ مآت من ٤٧ التى هى مآت ٤٧٢٨ ونضع الباقى وهو ١ مآت تحت عمود المآت وبهذا يتحصل الباقى الكلى وهو ١٩٢

وهذه الطريقة التى سلكناها فى طرح عدد ٥٦٧ مكررا ٨ مرات من ٤٧٢٨ تؤل بالاختصار الى هذه العملية بأن نقول ٨ فى ٧ ينتج ٥٦ و ٥٦ من ٥٨ يبقى ٢ و ٨ فى ٦ ينتج ٤٨ و ٥ محفوظة يتحصل ٥٣ و ٥٣ من ٦٢ يبقى ٩ و ٨ فى ٥ ينتج ٤٠ و ٦ محفوظة يتحصل ٤٦ و ٤٦ من ٤٧ يبقى ١ وبموجب هذه الطريقة يعلم أن اجراء عمليات قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ يكون على هذا المنوال

مقسوم	٤٧٢٨٧٨	٥٦٧	مقسوم عليه
	١٩٢٧	٨٣٤	خارج القسمة
	٢٢٦٨		
الباقى الاخير	٠٠٠٠		

(٢٨) يكفى فى جعل الرقم الموضوع فى خارج القسمة لائقا أن يكون حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم المذكور يمكن طرحه من المقسوم الجزئى المقابل له وأن يكون الباقى اقل من المقسوم عليه فان زاد الباقى على المقسوم عليه كان الرقم الموضوع فى خارج القسمة اصغر من الرقم المطلوب ولو بواحد

وذلك

وذلك لان المقسوم عليه يصير حينئذ منحصرا فى المقسوم الجزئى ولو مرّة واحدة ولاجل معرفة عدد مرّات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم الجزئى نبحث عن عدد مرّات انحصار اول رقم من المقسوم عليه فى اول رقم من المقسوم الجزئى او فى رقميه الاولين اذا كان المقسوم الجزئى يحتوى على ارقام بقدر ارقام المقسوم عليه او يزيد عنه رقما واحدا فالعدد الناتج يدل على الرقم المقابل لذلك المقسوم الجزئى من خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولا يمكن اصلا تحصيل رقم اصغر منه ومتى علمنا بالتجربة أن الرقم المحصل اكبر من الرقم المطلوب فاننا ننقص منه واحدا بعد واحد وهكذا على التوالى حتى لا يكون حاصل ضرب المقسوم عليه فى الرقم الجارى فيه التجربة اكبر من المقسوم الجزئى المقابل له

واذا كان المطلوب بيان جميع ارقام خارج القسمة المتوالية بدون تجربة يلزم أن نلاحظ أنه حيث كان المقسوم عليه لا ينحصر اصلا اكثر من تسع مرّات فى كل مقسوم جزئى يكفى أن نؤلف جدولا من الحواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد ذات الرقم الواحد وبالوقوف على هذا الجدول يظهر اكبر مكرر من المقسوم عليه الكائن فى المقسوم الجزئى الجارى فيه العملية وينتج من ذلك رقم خارج القسمة المقابل له وهذا الجدول المحتوى على الحواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه فى الاعداد ذات الرقم الواحد يعرف به فائدة اخرى وهى جعل القسمة طروحا متوالية واستعمال ذلك مهم فى صورة ما اذا كان المقسوم محتويا على عدّة ارقام فيلزم اذن أن يكون خارج القسمة ايضا محتويا على جملة ارقام

ويمكن تأليف هذا الجدول باضافة المقسوم عليه الى نفسه اى تضعيفه عدّة مرّات متوالية مثلا اذا فرضنا أن ٥٦٧ هو المقسوم عليه فباضافته الى نفسه يدل المجموع الذى هو ١١٣٤ على تكرير المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ مرتين وباضافة ٥٦٧ الى ١١٣٤ يدل المجموع الذى هو ١٧٠١ على تكرير ٥٦٧ ثلاث مرات وهلم جرّا

(٢٩) يسهل دائما أن نعين من المقسوم الجزء الذى يشتمل على حاصل ضرب

المقسوم عليه في رقم الآحاد العليا من خارج القسمة وبذلك يتحصل الرقم المذكور لكن لما كانت الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في بقية ارقام خارج القسمة ممتزجة بالمقسوم كان لا يمكن مشاهدة هذه الحواصل في المقسوم الكلي وهذا مانع من ايجاد بقية ارقام خارج القسمة بدون واسطة قبل تحصيل رقم آحاده العليا فاذن يلزم أن نبدأ بالبحث عن اول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى

(٣٠) يلزم في اجراء اى عملية من عمليات القسمة أن يكون المقسوم مساويا للمقسوم عليه مضروبا في خارج القسمة المتحصل بزيادة الباقي المقابل له ونتوصل الى هذا الباقي بكوننا نطرح على التوالى من المقسوم جميع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الارقام الموجودة في خارج القسمة وهذا يؤل الى أن نطرح من المقسوم الحاصل الكلى الناتج من ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المتحصل وحينئذ يدل الباقي المقابل لهذا الخارج على التفاضل بين المقسوم وحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المتحصل وبهذا تتضح القاعدة المذكورة

(٣١) قد فرض في الامثلة المتقدمة أن المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وحينئذ يكون الباقي الاخير بموجب قاعدة (٢٦) المطردة صفرا وحيث كان المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة كما في نمرة (٣٠) يقال حينئذ ان خارج القسمة تحقيقى وان المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

وكلما قيل هذا العدد يقبل القسمة على عدد آخر فان قسمة العدد الاول على الثاني يكون باقيها صفرا بحيث يكون المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح

لكن ليس هذا الشرط مطردا فانه متى قسم عدد على آخر فالغالب أن المقسوم لا يكون مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وفي هذه الصورة لا يكون الباقي الاخير صفرا بموجب قاعدة (٢٦) وحيث ان المقسوم

يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى العدد الصحيح المتحصل فى خارج القسمة بزيادة الباقى الاخير المذكور الذى هو اقل من المقسوم عليه ينتج من ذلك أن المقسوم حينئذ منحصر بين حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المتحصل وحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة المذكور مضافا اليه واحد فاذا قيل ان العدد الصحيح المتحصل فى خارج القسمة هو خارج القسمة الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة او المقدار الاصغر الصحيح التقريبى من خارج القسمة

ومتى كان هناك كمية منحصرة بين عددين صحيحين متواليين فان هذين العددين الصحيحين يكونان هما المقدار الصحيح التقريبى لهذه الكمية

مثلا اذا كان المطلوب قسمة ٢٥ على ٧ فانه اذا ضرب خارج القسمة فى ٧ لزم أن يحصل ٢٥ وحيث ان ٢٥ واقع بين ٧ فى ٣ و ٧ فى ٤ فخارج القسمة المطلوب اكبر من ٣ واصغر من ٤ فاذن لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح فيكون عدد ٣ هو خارج القسمة الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة او المقدار الاصغر الصحيح التقريبى من خارج القسمة

و يلزم أن يلاحظ أن ما ذكرناه من البراهين فى شأن ايجاد خارج القسمة فى صورة ما اذا كان المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه فى عدد صحيح يجرى ايضا فى صورة ما اذا كان المقسوم منحصرا بين حاصلى ضرب المقسوم عليه فى عددين صحيحين متواليين وفى هذه الصورة تستعمل القسمة لايجاد الجزء الصحيح من خارج القسمة وسيأتى لك فى نمرة (٧١) كيفية تميم خارج القسمة

(٣٢) يكفى فى قسمة اى عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم ذلك العدد على العوامل المذكورة على التوالى وهذه الخاصية هى نتيجة قاعدة نمرة (١٧) فعلى هذا اذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على عدد ١٥ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٣ و ٥ فاقسم اولا ١٠٥

على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم اقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ المطلوب

(ميزان القسمة)

(٣٣) يكفى فى اختبار صحة القسمة أن يضرب المقسوم عليه فى العدد الصحيح المحصل فى خارج القسمة ويضاف الباقى الاخير الى الحاصل المذكور فيكون المجموع مساويا للمقسوم كما فى نمرة (٣٠)

مثلا اذا فرضنا أنه تحصل من قسمة ٤٧٢٨٨٧ على ٥٦٧ خارج القسمة الصحيح وهو ٨٣٤ وبقى ٩ وأردنا اختبار هذه العملية فاننا نضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤ ثم نضيف الى الحاصل الذى هو ٤٧٢٨٧٨. الباقى وهو ٩ فان كان المجموع مساويا للمقسوم كان خارج القسمة صحيحا

(٣٤) من المعلوم انه كلما كبر المقسوم وصغر المقسوم عليه كبر خارج القسمة وبالعكس اعنى انه كلما صغر المقسوم وكبر المقسوم عليه صغر خارج القسمة

(٣٥) كلما كبر المقسوم وبقى المقسوم عليه على حاله كبر خارج القسمة تبعا له وكلما كبر المقسوم عليه وبقى المقسوم على حاله صغر خارج القسمة بقدر ما كبره المقسوم عليه من المرات وبالعكس اعنى كلما صغر المقسوم وبقى المقسوم عليه على حاله صغر خارج القسمة تبعا له وكلما صغر المقسوم عليه وبقى المقسوم على حاله كبر خارج القسمة بقدر ما صغره المقسوم عليه من المرات

فعلى هذا اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد وقسما على عدد واحد لا يتغير خارج القسمة بل يبقى على حاله

تنبيه * اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين باصفار من الجهة اليمنى جاز لك أن تحذف من اصفار احدهما بقدر ما تحذف من اصفار الآخر فيبقى خارج القسمة على حاله لا يتغير لان ذلك يؤل الى قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد كما فى نمرة ٧ فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٣٦) اذا زاد المقسوم او نقص بقدر تكرار المقسوم عليه مرة او اكثر فان

الجزء الصحيح من خارج القسمة يزيد أو ينقص بقدر عدد تكرار المقسوم عليه وأما باقى القسمة فلا يتغير لان الجزء الصحيح من خارج القسمة يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه فى المقسوم

مثلا حيث ان قسمة ٣٨ على ٥ خارجها الصحيح ٧ والباقى ٣ فاذا أضيف حاصل ٦ فى ٥ الى ٣٨ تحصل ٦٨ وبقسمه ٦٨ على ٥ يتحصل الخارج الصحيح وهو ٧ + ٦ اى ١٣ بدون أن يتغير الباقى المذكور وهو ٣

(٣٧) اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه فى عدد صحيح مفروض وقسم حاصل ضرب المقسوم فى ذلك العدد على حاصل ضرب المقسوم عليه فى العدد المذكور فان الجزء الصحيح من خارج القسمة لا يتغير الا أن باقى القسمة الثانية يساوى باقى القسمة الاولى مضروبا فى العدد الصحيح المفروض

مثلا حيث ان قسمة ١٣ على ٥ خارجها ٢ وباقيها ٣ فعدد ١٣ = ٥ × ٢ + ٣ فاذا ضرب كل من الطرفين فى ٤ كان

١٣ × ٤ = ٥ × ٢ × ٤ + ٣ × ٤

وحيث ان ٥ × ٢ × ٤ = ٥ × ٤ × ٢ كما فى نمرة ٢١

فعدد ١٣ × ٤ = ٥ × ٤ × ٢ + ٣ × ٤

وهذه المتساوية الاخيرة تدل على أنه عوضا عن قسمة ١٣ على ٥ التى خارجها ٢ وباقيها ٣ يلزم قسمة ١٣ × ٤ على ٥ × ٤ فيكون عدد ٢ هو ايضا الجزء الصحيح من خارج القسمة غير أن باقى القسمة الثانية يكون ٣ × ٤ لان ٣ × ٤ اقل من المقسوم عليه الجديد الذى هو ٥ × ٤ وبذلك تتضح الخاصية المذكورة و يثبت المطلوب

(٣٨) خارج قسمة احدى قوتى عدد واحد على الاخرى يساوى هذا العدد باس مساو لاس المقسوم ناقصا أس المقسوم عليه لانه لما كان المقسوم معتبرا حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ينتج من قاعدة نمرة (٢٤) أن أس العدد المفروض فى المقسوم يساوى أس المقسوم عليه مضافا اليه أس

خارج القسمة

فعلى هذا يكون خارج قسمة $٢^{٧}$ على $٢^{٣}$ هو $٢^{٤}$ وذلك لان حاصل ضرب المقسوم عليه الذى هو $٢^{٣}$ فى خارج القسمة وهو $٢^{٤}$ يساوى المقسوم الذى هو $٢^{٧}$

تنبيه * متى احتوى المقسوم والمقسوم عليه على قوتى عدد واحد فان أس هذا العدد فى خارج القسمة يحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

مثلا خارج قسمة $٢^{١١} \times ٥^{٧}$ على $٢^{٣} \times ٥$ يساوى $٢^{٨} \times ٥^{٦}$
لانه بموجب التنبيه الاول من نمرة ٢٤ اذا ضرب المقسوم عليه وهو $٢^{٣} \times ٥$ فى خارج القسمة وهو $٢^{٨} \times ٥^{٦}$ ينتج المقسوم وهو $٢^{١١} \times ٥^{٧}$

وبالجملة فتى كان المقسوم والمقسوم عليه محللين الى عوامل فان خارج القسمة يتحصل بحذف جميع عوامل المقسوم عليه من المقسوم

فعلى هذا خارج قسمة $٢^{٥} \times ٣^{٧} \times ٥^{٨} \times ٧^{١٠} \times ١٣$ على $٢ \times ٣^{٧} \times ٥^{٢} \times ٧$ هو $٢^{٤} \times ٥^{٦} \times ٧^{٩} \times ١٣$
وخارج قسمة $٢^{١٢} \times ١١^{١٠} \times ١٣^{٩} \times ٥ \times ٧^{٢} \times ١٩^{٢}$ على $٢^{٩} \times ١١^{٩} \times ٥ \times ٧ \times ١٩$ هو $٢^{٣} \times ١١ \times ١٣^{٩} \times ٧ \times ٩$

(٣٩) الجمع والطرح والضرب والقسمة تسمى القواعد الاربعة الاصلية لعلم الحساب وسياتى أن جميع العمليات التى نتوصل بها الى حل المسائل المشكلة من هذا العلم تؤل دائما الى اجراء تلك القواعد الاربعة على اعداد صحيحة مبهمة

*(الباب الثانى)

في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومكرراتها والقاسم الاعظم المشترك والاعداد الاولية والبحث عن قواسم اى عدد كان

(الفصل الاول)

(فى خواص قواسم اى عدد ومكرراته)

(٤٠) الاولى اذا كان لجملة اعداد قاسم مشترك فمجموعها يكون قابلا للقسمة على القاسم المذكور

وذلك أنه لما كان كل من الاعداد المذكورة مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح اعنى مرتين اوثلاثا او اربعا وهكذا كان مجموعها بالضرورة مساويا للقاسم مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد فى جميع الاعداد المذكورة فبناء على ذلك حيث كان المجموع عبارة عن حاصل ضرب القاسم المشترك فى عدد صحيح فهو حينئذ قابل للقسمة على هذا العدد الاخير (وهو القاسم المشترك المذكور)

مثلا حيث ان اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ تقبل القسمة على ٣ فمجموعها الذى ٤٨ يقبل بالضرورة القسمة على ٣ لانه ينتج من هذه المتساويات وهى ١٢ = ٤ × ٣ و ١٥ = ٥ × ٣ و ٢١ = ٧ × ٣ أن مجموع اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ مؤلف من ٣ مكررة ٤ مرات + ٥ مرات + ٧ مرات اعنى من ٣ مكررة ١٦ مرة

الثانية اذا كان لعددين قاسم مشترك فالفرق بينهما يقبل القسمة على ذلك القاسم المشترك لانه لما كان كل من هذين العددين المفروضين مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح كان الفرق بينهما مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد فى اكبر العددين المفروضين ناقصا عدد المرات التى يمكن انحصارها فى أصغرهما فيكون الفرق حينئذ مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح فاذن يكون قابلا للقسمة على القاسم

المشترك المذكور

فعلى هذا حيث ان كلا من عددى ٢٧ و ١٥ يقبل القسمة على ٣ فالفرق بينهما وهو ٢٧ — ١٥ يقبل القسمة على ٣ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

$$٣ \times ٥ = ١٥ \text{ و } ٣ \times ٩ = ٢٧$$

أن ٢٧ — ١٥ يتألف من القاسم المشترك الذى هو ٣ مكررا ٩ مرات ناقصا ٥ مرات اعنى من قاسم ٣ مكررا ٤ مرات او من ٣ × ٤

الثالثة مجموع عدة مكررات لاى عدد مفروض هو مكرر ذلك العدد المفروض والفرق بين مكررى اى عدد كان هو ايضا مكرر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الاولى والثانية بملاحظة أن مكرر اى عدد يقبل القسمة على ذلك العدد

الرابعة اذا تركبت عدة مكررات اى عدد بطريقة الجمع والطرح كانت النتيجة أيضا مكرر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة

فعلى هذا حيث ان اعداد ٣٥ و ٢٠ و ١٥ هى مكررات عدد ٥ يعلم أن ٣٥ + ٢٠ — ١٥ اى ٤٠ و ٣٥ + ١٥ — ٢٠ اى ٣٠ هى ايضا مكررات عدد ٥

الخامسة المكررات المختلفة لاى عدد تقبل القسمة على جميع قواسم ذلك العدد وبعبارة اخرى كل عدد يقبل القسمة على عدد آخر يكون ايضا قابلا للقسمة على كل من عوامل هذا العدد الآخر وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة بملاحظة أن كل مكرر لاى عدد مفروض يدل على مجموع عدة اعداد مساوية للعدد المذكور

مثلا حيث ان عدد ٣٠ يقبل القسمة على ٦ فان كلا من عاملى ٦ وهما ٢ و ٣ يقسم ايضا ٣٠

السادسة اذا كان هنالك مجموع مركب من جزءين وكان له مع أحدهما قاسم

مشترك

مشترك فان الجزء الآخر يقبل بالضرورة القسمة على ذلك القاسم بعينه وذلك أنه اذا طرح من المجموع (المساوى للقاسم مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح) الجزء الاول (المساوى للقاسم المذكور مكررا ايضا عدة مرات بقدر عدد صحيح) كان الباقى (المساوى للجزء الثانى من المجموع) مساويا بالضرورة لهذا القاسم مكررا عدة مرات وحينئذ يكون الجزء الثانى قابلا للقسمة على القاسم المذكور

مثلا حيث ان ٣٥ الذى هو مجموع عددى ٢٠ و ١٥ يقبل القسمة على ٥ والجزء الاول الذى هو ٢٠ يقبل القسمة ايضا على ٥ فالجزء الثانى وهو ١٥ يقبل بالضرورة القسمة على ٥ لانه ينتج من هاتين المتساويتين وهما

٥ × ٤ = ٢٠ و ٥ × ٧ = ٣٥

أنه اذا طرح من مجموع ٣٥ الجزء الاول وهو ٢٠ كان الباقى (الذى يدل على الجزء الثانى وهو ١٥) مساويا ٥ مكررة ٧ مرات — ٤ اى مساويا ٥ مكررة ٣ مرات وحينئذ يكون ١٥ الذى هو الجزء الثانى قابلا للقسمة على ٥

السابعة اذا كان هناك مجموع مركب من جزءين احدهما يقبل القسمة على عدد والآخر لا يقبل القسمة عليه فذلك المجموع لا يقبل القسمة على القاسم المذكور لانه لو قبل القسمة على ذلك القاسم كالجزء الاول لكان الجزء الثانى يقبل القسمة عليه أيضا كما فى الخاصية السادسة وهذا خلاف الفرض

مثلا حيث ان عدد ٦ يقسم ٢٤ ولا يقسم ٧ فمجموعهما وهو ٣١ لا يقبل القسمة على ٦

الثامنة العدد لا يقبل القسمة على عدد آخر اكبر من نصفه لانه متى قسم العدد على نصفه كان خارج القسمة ٢ فاذا قسم العدد على عدد آخر اكبر من نصفه كان خارج القسمة اقل من ٢ كما فى نمرة ٣٤ فعلى هذا لا يكون خارج القسمة عددا صحيحا

(الفصل الثانى)

فى بيان باقى قسمة اى عدد على قاسم من هذه القواسم وهى ٢ و ٣ و ٥ و ٩ و ١١ * وفى البحث عن معرفة كون العدد يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة اولا يقبلها * وفى الميزان بعددى ٩ و ١١

(٤١) باقى قسمة اى عدد على ٢ هو عين باقى قسمة اول رقم منه من الجهة اليمنى على ٢

و يؤخذ من ذلك أن كل عدد صحيح يكون مكرر ٢ مضافا اليه رقم آحاده وهذه الخاصية الاخيرة ناتجة من أنه يمكن تحليل اى عدد الى جزءين احدهما ينتهى بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فبناء على ذلك يكون بالضرورة قابلا للقسمة على عدد ٢ الذى هو قاسم لعدد ١٠ (كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاده

فيقال مثلا ان عدد ٥٨٧ هو مكرر ٢ مضافا اليه ٧ لان ٥٨٧ = ٥٨٠ + ٧ = ٥٨ × ١٠ + ٧ = ٥٨ × ٥ × ٢ + ٧

وحينئذ يكون باقى قسمة ٥٨٧ على ٢ هو عين باقى قسمة ٧ على ٢ اعنى أن الباقى المذكور يكون ١

فبناء على هذا يكفى فى كون العدد قابلا للقسمة على ٢ أن يكون اول رقم من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٢ او يكون صفرا ويلزم من ذلك أن رقم الآحاد يكون ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨

تنبيه * الاعداد التى تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا شفعية (زوجية) والاعداد التى لا تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا وترية (فردية) فعلى ذلك تكون جملة الاعداد الاصلية وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الخ مؤلفة من اعداد شفعية وهى ٢ و ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ و ١٢ الخ ومن اعداد وترية وهى ١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ الخ

(٤٢) باقى قسمة اى عدد على ٥ هو عين باقى قسمة اول رقم من الجهة

اليمنى على ٥

وبيان هذه الخاصية كالمتقدمة يكون بتحليل العدد المذكور الى جزءين أحدهما ينتهى بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فيقبل بالضرورة القسمة على عدد ٥ الذى هو قاسم لعدد ١٠ (كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاد العدد المذكور

فعلى هذا يكون باقى قسمة ٣٥٩ على ٥ هو عين باقى قسمة ٩ على ٥ أعنى ٤

وبناء على هذا يكفى فى كون العدد قابلا للقسمة على ٥ أن يكون أول ارقامه من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٥ أو يكون صفرا وهذا يستلزم أن رقم الآحاد يكون ٥ أو صفرا

تنبيه * يكفى فى البرهنة بالطريقة السابقة على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٢^٢ أو على ٥^٢ أعنى على ٤ أو ٢٥ أن العدد الذى يدل عليه الرقمان الأولان من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٤ أو ٢٥ ويكفى أيضا فى كون العدد قابلا للقسمة على ٢^٣ أو على ٥^٣ أعنى على ٨ أو ١٢٥ أن العدد الذى تدل عليه الارقام الثلاثة التى من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٨ أو ١٢٥ وهلم جرّا

مثلا حيث انه يمكن تحليل ٣٤٧٦ الى ٣٤٠٠ + ٧٦ أو الى ٣٤ × ١٠٠ + ٧٦ وعدد ٣٤ × ١٠٠ يقبل القسمة على عددى ٤ و ٢٥ اللذين هما قاسما عدد ١٠٠ كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ فباقى قسمة ٣٤٧٦ على ٤ أو ٢٥ هو عين باقى قسمة ٧٦ على ٤ أو على ٢٥ وحيث ان عدد ٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥ فالعدد ٣٤٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥

(٤٣) يلزم فى ايجاد باقى قسمة أى عدد على ٩ ان نضم ارقام العدد المذكور الى بعضها فان كان المجموع أقل من ٩ كان هو الباقى المطلوب

وان كان مساويا للعدد ٩ كان الباقى صفرا وان تجاوز ٩ أجرينا عليه العملية بجمع ارقامه كما أجريناها على العدد المفروض وهكذا حتى نتوصل الى مجموع لا يتجاوز ٩ فمتى كان المجموع الاخير أقل من ٩ دل على الباقى المطلوب وان ساوى ٩ كان ذلك الباقى صفرا فعلى هذا يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٩ تحقيقا

ولاجل البرهنة على هذه الخواص يلاحظ أوّلا أن الواحد المتبوع باصفار يكون مكرّر ٩ مضافا اليه ١ لان

١٠ = ٩ + ١ ،

١٠٠ = ٩٩ + ١ = ١١ × ٩ + ١ ، ١٠٠٠ = ٩٩٩ + ١ = ١١١ × ٩ + ١ الخ

وينتج من ذلك ان كل رقم معنوى متبوع بعدّة اصفار يدل على مكرّر ٩ مضافا اليه هذا الرقم

مثلا حيث ان ١٠٠٠ هو مكرّر ٩ مضافا اليه ١ يكون ٧٠٠٠ الحاصل من ضرب ١٠٠٠ فى ٧ مؤلفا من مكرّر ٩ سبع مرّات مضافا اليه ٧ فى ١ أعنى من مكرّر ٩ مضافا اليه ٧

وذلك لان متساوية ١٠٠٠ = ١١١ × ٩ + ١ يتحصل منها

١٠٠٠ × ٧ او ٧٠٠٠ = ١١١ × ٩ × ٧ + ١ × ٧ = ٩ × ٧٧٧ + ٧

وحيث ان كل عدد يساوى مجموع الاعداد المعبر عنها بارقامه على اختلافها وكل رقم معنوى يدل بوضعه على مكرّر ٩ مضافا اليه هذا الرقم ينتج من ذلك أن أىّ عدد يساوى مجموع مكرّرات ٩ مضافا اليه مجموع الارقام المعنوية المؤلف منها العدد المذكور وحيث ان مجموع مكرّرات ٩ هو أيضا مكرّر ٩ كما فى الخاصية الرابعة من نمرة (٤٠) ظهر لنا أن أىّ عدد صحيح يكون مكرّر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية

مثلا عدد ٣٥٧ = ٣٠٠ + ٥٠ + ٧

لكن حيث انه بموجب ما تقدم يكون ٣٠٠ مكرّر ٩ مضافا اليه ٣ ٥٠ مكرّر ٩ مضافا اليه ٥ يكون بالضرورة ٣٥٧ مؤلفا

من

من مكررى ٩ مضافا اليهما ٣ + ٥ + ٧ أعنى أن ٣٥٧
يكون مكرر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧
وحيث ان كل عدد صحيح هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية
فباقى قسمة أى عدد على ٩ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية
على ٩ كما فى نمرة ٣٦
وبناء على ذلك اذا كان المجموع المذكور أقل من ٩ يكون دالا على باقى قسمة
العدد المفروض على ٩ واذا كان مساويا لعدد ٩ يكون العدد المذكور
مكرر ٩ فاذن يكون باقى قسمة هذا العدد على ٩ صفرا وان زاد المجموع
على ٩ أجرينا العملية على العدد الجديد كما أجريناها على العدد المفروض
وبهذه الكيفية تثبت الخاصية المذكورة
مثلا حيث ان ٣٥٠٧٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى
هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧ فباقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩
هو عين باقى قسمة ١٥ على ٩ كما فى نمرة ٣٦ لكن حيث ان ١٥
هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ٦ الذى هو مجموع رقمى ١ و ٥
فعدد ٣٥٠٧٠ هو حينئذ مكرر ٩ مضافا اليه ٦ فاذن عدد ٦
هو باقى قسمة ٣٥٠٧٠ على ٩
تنبيهان * الاول يمكن أن تحذف جميع التسعات التى توجد عند جمع الارقام
المعنوية من أى عدد مفروض حيث ان تلك التسعات تدل على مكررات ٩
فعلى هذا لاجل تحصيل باقى قسمة ٧٩٨٩٠٥٦٠ على ٩ تجمع أولا
أرقام ٧ و ٨ و ٥ و ٦ فيتحصل ٢٦ ثم تجمع رقمى ٢
و ٦ فيتحصل ٨ فعلى هذا يكون ٨ هو الباقى المطلوب
وكذلك يلزم لاجل ايجاد باقى قسمة ٢٠٤٧٩٨٠٦ على ٩ أن تجمع
أرقام ٢ و ٤ و ٧ و ٨ و ٦ فيتحصل ٢٧ وحيث
ان مجموع رقمى ٢٧ يساوى ٩ فالعدد المفروض يقبل القسمة
على ٩

وبموجب ما تقدم يكفي في معرفة كون العدد يقبل القسمة على ٩ أن يكون مجموع أرقامه مكرر ٩

التنبيه الثاني باقي طرح أي عددين مؤلفين من أرقام معنوية متحدة الصورة هو مكرر ٩ لانه حيث كانت بواقي تقاسيم هذين العددين على ٩ متساوية فان طرح من كل من العددين المفروضين باقي قسمتهما على ٩ فالنتيجتان الحاصلتان هما مكرر ٩ فبناء على ذلك يكون فاضلهما مكرر ٩ كما في الخاصية الثانية من نمرة ٤٠ ويكون هذا الباقي هو عين باقي العددين المفروضين كما في نمرة ١٤ مثلا عدد ٣٩٦ الذي هو فاضل عددي ٧٠٣ و ٣٠٧ هو مكرر ٩ (وقس على ذلك ما أشبهه)

(٤٤) اذا كان المطلوب تحصيل باقي قسمة أي عدد على ٣ فانك تضم ارقامه المعنوية الى بعضها فان زاد المجموع على ٩ جمعت ارقامه وهكذا تستمر في الجمع على التوالي حتى تتوصل الى جملة لا تتجاوز ٩ وهذا المجموع الاخير الذي يطرح منه المكرر الاكبر لعدد ٣ الممكن وجوده فيه يدل على الباقي المطلوب وعند جمع الارقام المعنوية يمكن حذف اعداد ٣ و ٦ و ٩ التي هي مكررات قاسم ٣

وذلك لانه قد ثبت آنفا أن كل عدد هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وحيث ان ٣ يقسم ٩ فكل مكرر ٩ يكون أيضا مكرر ٣ فاذن يكون أي عدد هو مكرر ٣ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وبناء على هذا يكون باقي قسمة أي عدد على ٣ هو عين باقي قسمة مجموع ارقامه المعنوية على ٣ كما في نمرة ٣٦ ومن هذا تنتج القاعدة المذكورة

فحينئذ لاجل ايجاد باقي قسمة ٥٢٦٩٠٢٦٠٧ على ٣ يلزم جمع رقمي عدد ١٤ الذي هو مجموع أرقام ٥ و ٢ و ٧ ويطرح ٣ من عدد ٥ الذي هو مجموع رقمي ١ و ٤ فيكون ٢ هو باقي قسمة العدد المفروض على ٣

وحيث كان عدد ١٥ الذي هو مجموع ارقام عدد ٥٧٢١ هو مكرر ٣

يكون

يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٣

فبناء على ما تقدم يلزم لاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ٣ أن يكون مجموع ارقامه مكرر ٣

(٤٥) لاجل ايجاد باقى قسمة أى عدد على ١١ يلزم تحصيل مجموعين أحدهما يتألف من جمع ارقام المنازل الوترية بالابتداء من الجهة اليمنى والثانى من ارقام المنازل الشفعية ثم يطرح المجموع الثانى من المجموع الاول مضافا اليه (أى الى المطروح منه) احد مكررات ١١ اذا اقتضى الحال الاضافة فان كان باقى الطرح أقل من ١١ دل ذلك على أنه باقى قسمه العدد المفروض على ١١ وان لم يكن أقل من ١١ أجريت عليه العملية كما أجريتها على العدد المفروض وهكذا حتى تتوصل الى باق يكون أقل من ١١ وهذا الباقى الاخير هو الباقى المطلوب وان كان صفرا دل على ان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

ولنبين هنا أنه متى ابتدأ فى أى عدد من الجهة اليمنى دل كل من احاد ارقام المنزلة الوترية على مكرر ١١ مضافا اليه ١ ودل أيضا كل من آحاد أرقام المنزلة الشفعية على مكرر ١١ ناقصا ١ فنقول

أولا آحاد المنزلة الوترية بالابتداء من المرتبة الثالثة هى عبارة عن ١٠٠ و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ فاذن يكون

١٠٠ = ٩٩ + ١ و ١٠٠٠٠ = ٩٩٩٩ + ١ و ١٠٠٠٠٠٠ = ٩٩٩٩٩٩ + ١ الخ

وحيث ان ٩٩ يقبل القسمة على ١١ فاعداد ٩٩٩٩ و ٩٩٩٩٩٩ وغيرهما المؤلفة من تسعات شفعية تقبل بالضرورة القسمة على ١١ وذلك لان

٩٩٩٩ = ٩٩٠٠ + ٩٩ و ٩٩٩٩٩٩ = ٩٩٠٠٠٠ + ٩٩٠٠ + ٩٩ الخ

ويمكن أيضا أن نعتبر آحاد الرتبة الاولى كأنها مكرر ١١ مضافا اليه ١ لان ١ = ٠ × ١١ + ١ فتدل حينئذ الآحاد المختلفة من المنزلة الوترية على مكررات ١١ مضافا اليها ١

ثانيا آحاد المنزلة الشفعية بالابتداء من الرتبة الرابعة هي عبارة عن ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ أعني ١٠٠ × ١٠ , ١٠٠٠٠ × ١٠ الخ
فعلى ذلك تحصل مقاديرها بطريقة مشابهة للطريقة السابقة في آحاد المنزلة الوترية وذلك بضرب ١٠ في المتساوية الآتية وهي ١٠٠ = ٩٩ + ١ , ١٠٠٠٠ = ٩٩٩٩ + ١ الخ فيكون ١٠٠٠ = ٩٩٠ + ١٠ , ١٠٠٠٠٠ = ٩٩٩٩٠ + ١٠ الخ
وحيث ان ١٠ = ١١ − ١ يكون حينئذ بالضرورة
١٠=١١−١ و ١٠٠٠=٩٩٠+١١−١ و ١٠٠٠٠٠=٩٩٩٩٠+١١−١ الخ
وحيث ان اعداد ٩٩٠ و ٩٩٩٩٠ ونحوهما تقبل القسمة على ١١ بموجب ما تقدم في الصورة الاولى فجميع آحاد المنزلة الشفعية تدل على مكررات ١١ ناقصة ١
وبناء على هذا حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الوترية هي عبارة عن مكرر ١١ مضافا اليه ١ ينتج أن كل رقم معنوي من المنزلة الوترية يدل بوضعه على مكرر ١١ مضافا اليه الرقم المذكور
ولنمثل لذلك بعدد ٢٧٤٨ فنقول حيث ان الرقم الثالث من هذا العدد وهو ٧ يدل على ٧ آحاد من الرتبة الثالثة أو ٧ مآت أو ٧٠٠ وان ١٠٠ هي مكرر ١١ مضافا اليه ١ تكون ٧ مآت مؤلفة من مكرر ١١ المذكور سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من مكرر ١١ مضافا اليه ٧
وأيضا حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الشفعية هي عبارة عن مكرر ١١ ناقصا ١ ينتج من ذلك أن كل رقم معنوي من المنزلة الشفعية يدل بوضعه على مكرر ١١ ناقصا الرقم المذكور
ويستنتج من هاتين الخاصيتين الاخيرتين أن كل عدد يكون مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية مطروحا منه مجموع ارقام المنازل الشفعية لانه لما كانت الاعداد المعبر عنها بأرقام المنازل الوترية مكررات ١١

مضافا

مضافا اليها تلك الارقام بالتوالى يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الوترية مؤلفا من مجموع مكررات ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية ويؤل هذا الى مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية وبمثل هذا يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الشفعية هو مكرر ١١ ناقصا مجموع هذه الارقام وباضافة هذين الجزءين المركب منهما العدد المفروض الى بعضهما يتألف من مجموع ارقام المنازل الوترية وارقام المنازل الشفعية مكرر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوترية مطروحا منه مجموع أرقام المنازل الشفعية

واذا لم يكن مجموع ارقام المنازل الشفعية أقل من مجموع ارقام المنازل الوترية يمكن طرح المجموع الثانى من الاول ويكون العدد المفروض هو مكرر ١١ مضافا اليه باقى طرح هذين المجموعين وحينئذ يكون باقى قسمة هذا الفرق على ١١ هو عين باقى قسمة العدد المفروض على ١١ كما فى نمرة ٣٦

ومتى كان مجموع ارقام المنازل الوترية أقل من مجموع ارقام المنازل الشفعية فان هذه الصورة ترجع الى المتقدمة بأن يضاف الى المجموع الاول احد مكررات ١١ على قدر الحاجة لان هذا يؤل الى اضافة مكرر ١١ المذكور الى العدد المفروض ولا يتغير بذلك باقى قسمة هذا العدد على ١١ كما فى نمرة ٣٦

فحينئذ تنتج القاعدة المذكورة مما تقدم

وبموجب هذه القاعدة يكون باقى قسمة ٦٢٤١٠ على ١١ هو ٠ + ٤ + ٦ مطروحا منه ١ + ٢ أو ١٠ — ٣ أو ٧

وكذلك يكون باقى قسمة ٦٢٤١ على ١١ هو ١ + ٢ + ١١ مطروحا منه ٤ + ٦ او ١٤ — ١٠ أو ٤ وكذلك باقى قسمة ٨٢٧٠٨١٩٢٠ على ١١ هو ٩ + ٨ + ٧ + ٨ مطروحا منه ٢ + ١ + ٢ أو ٣٢ — ٥ او ٢٧ أو ٧ — ٢ و ٥

ولاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ١١ يكفى أن يكون الفرق الذى بين مجموعى ارقام المنازل الوترية والشفعية مكرر ١١ أو صفرا لانه ينتج من القاعدة المتقدمة أن باقى قسمة هذا العدد على ١١ يكون صفرا

مثلا اذا كان ١٧٠٨١٩ هو العدد المفروض فجمع ٩ و ٨ و ٧ التى هى ارقام المنازل الوترية فتكون جملتها ٢٤ ونجمع أيضا ١ و ٠ و ١ التى هى ارقام المنازل الشفعية فتكون الجملة ٢ وحيث ان ٢٢ الذى هو فرق هذين المجموعين هو مكرر ١١ فعدد ١٧٠٨١٩ يقبل بالضرورة القسمة على ١١

(٤٦) متى قسم عددان وحاصل ضربهما على عدد واحد تحصل من ذلك ثلاثة بواقى فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين أقل من المقسوم عليه كان مساويا للباقى الثالث وان لم يكن أقل من المقسوم عليه فاذا نقص منه أكبر مكررات المقسوم عليه المنحصر فيه فتكون النتيجة حينئذ مساوية للباقى الثالث

ولاجل ايضاح ذلك نفرض أن العددين هما ٣١ و ٦٥ وأن المقسوم عليه ٩ فحيث ان ٤ و ٢ هما باقيا قسمة هذين العددين على ٩ كما فى نمرة ٤٣ يكون

٣١ مكرر ٩ مضافا اليه ٤

و ٦٥ مكرر ٩ مضافا اليه ٢

وحيث ان حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ مؤلف من ٤ حواصل جزئية ناتجة من ضرب كل من جزئى المضروب فى كل من جزئى المضروب فيه أعنى من حاصل مكررى ٩ ومن حاصل ٢ فى مكرر ٩ ومن حاصل ٤ فى مكرر ٩ ومن حاصل ٤ فى ٢ يكون حينئذ مجموع الحواصل الاربعة الدال على حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ هو مكرر ٩ مضافا اليه ٢ فى ٤ كما فى الخاصية الثالثة من نمرة (٤٠) فاذن يكون ٢٠١٥ هو حاصل ضرب ٣١ فى ٦٥ ويكون باقى قسمة هذا الحاصل على ٩

هو ٢ + ١ + ٥ أو ٨ او ٤ × ٢

وحيث انه يمكن تطبيق ثلاث البراهين على اعداد أخرى اياما كانت فان الخاصية المذكورة تثبت لها أيضا

(٤٧) خواص نمرة ٤٣ و ٤٥ و ٤٦ تؤدي الى طريقة مختصرة جدا في اختبار الضرب بواسطة عددي ٩ و ١١

فاذا اردت عمل الميزان بواسطة ٩ فانك تبحث عن بواقي قسمة كل من المضروب والمضروب فيه والحاصل على المقسوم عليه الذي هو ٩ فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين ناقصا اكبر مكررات المقسوم عليه الذي يمكن انحصاره فيه مساويا للباقي الثالث كانت العملية صحيحة والافلا

وطريقة الميزان بواسطة ١١ شبيهة بهذه الطريقة ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب تحقيق كون ٤٧٢٨٧٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ٩ فتجد البواقي هي ٠ و ٦ و ٠ وحيث كان ٠ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مساويا للباقي الثالث فالضرب حينئذ صحيح لاخطأ فيه

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ تبحث عن ٦ و ٩ و ١٠ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ١١ وحيث كان ٥٤ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مطروحا منه ١١ في ٤ مساويا للباقي الثالث الذي هو ١٠ فالضرب أيضا صحيح لاخطأ فيه

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحقيق كون ٢٤٤٥١ هو حاصل ضرب ٣٢٦ في ٧٥

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن ٢ و ٣ و ٧ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ٩

وحيث ان ٦ الذى هو حاصل ضرب الباقين الاولين غير مساو للباقى الثالث وهو ٧ فالعملية بالضرورة فاسدة

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ تبحث عن ٧ و ٩ و ٩ التى هى بواقى قسمة كل من ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ١١ وحيث ان ٦٣ الذى هو حاصل ضرب الباقين الاولين طرح منه ١١ × ٥ غير مساو للباقى الثالث الذى هو ٩ فالحاصل الذى هو ٢٤٤٥١ غير صحيح

(تنبيه) حيث ان باقى قسمة اى عدد على ٩ لا يتغير متى كبر او صغر هذا العدد بقدر مكرر ٩ فانه ينتج من ذلك أنه اذا اتفق أن غلطات العملية تكون على وجه بحيث ان الخطأ الكلى الحاصل فى نتيجة الضرب يكون مكرر ٩ لم يظهر الميزان بواسطة ٩ الخطأ المذكور

مثلا اذا ضربنا ٤٧ فى ١٢ ووجدنا الحاصل ٥٨٢ لم يدل الميزان بواسطة ٩ على خطا فى العملية مع أن النتيجة قد كبرت بقدر ٩ × ٢

ويقال هذا لا يختل الميزان بواسطة ١١ اذا كانت الغلطات المتحصلة على وجه بحيث يكبر الحاصل الناتج او يصغر بقدر مكرر ١١

وحيث ان المقسوم ناقصا الباقى الاخير يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة فالطريقة المتقدمة تؤدى الى اجراء عملية ميزان القسمة بواسطة ٩ و ١١

ومتى عملنا الميزان بواسطة ٩ و ١١ ولم يدل على غلط فى العملية كانت النتيجة صحيحة بالكلية لانه ان كان هناك خطا فلا يمكن أن يكون الا مكرر ٩ × ١١ اى ٩٩ (كما فى نمرة ٥٩)

مثلا لنفرض أن المطلوب تحقيق كون ٤٧٢٣٧٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤

فالميزان بواسطة ٩ و ١١ لا يدل على خطا فى العملية ومع ذلك فعدد

٤٧٣٣٧٣ ليس هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤ لان الحاصل الصحيح هو ٤٧٢٨٧٨ فاذن الخطأ المحصل هو ٤٧٣٣٨٣ — ٤٧٢٨٧٨ اى ٩٩ × ٥

(الفصل الثالث)

فى الاعداد الاولية والقاسم الاعظم المشترك وخواص القواسم الاولية والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص ثالث القواسم

(٤٨) العدد الاولى هو الذى لا يقبل القسمة الا على نفسه او على الواحد وخواص نمرتى ٤٠ و ٤٥ وما يتم ما تكون وسيلة الى ايجاد الاعداد الاولية وذلك لانه بموجب الخواص المذكورة تكون الاعداد المنتهية برقم من ارقام ٠ و ٢ و ٤ و ٦ و ٨ قابلة للقسمة على ٢ وتكون الاعداد المنتهية برقم ٥ قابلة للقسمة على ٥ وكل عدد مجموع ارقامه مكرر ٣ فهو قابل للقسمة على ٣ وكل عدد كان الفرق بين مجموع ارقام منازله الشفعية ومجموع ارقام منازله الوترية مكرر ١١ اوصفرا فهو قابل للقسمة على ١١ فاذن لا يكون احد هذه الاعداد اوليا (ماعدا ٢ و ٣ و ٥ و ١١) فحينئذ لا يلزم البحث عن الاعداد الاولية الا فى اعداد

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩
و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧
و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣
و ٧٩ و ٨٣ و ٨٩ و ٩١ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣
و ١٠٧ و ١٠٩ و ١١٣ و ١١٩ و ١٢٧ و ١٣١
و ١٣٣ و ١٣٧ و ١٣٩ و ١٤٩ و ١٥١ و ١٥٧
و ١٦١ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٦٩ و ١٧٣ و ١٧٩
و ١٨١ و ١٩١ الخ

وكذلك الاعداد التى لا تقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولية التى هى اقل من نصفها تكون ايضا اعدادا اولية لان العدد لا يمكن ان يقبل القسمة على

فانه اكبر من نصفه كما في الخاصية الثامنة من نمرة (٤٠) وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية هي

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩
و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧
و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣ و ٧٩
و ٨٣ و ٨٩ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣ و ١٠٧
و ١٠٩ و ١١٣ و ١٢٧ و ١٣١ و ١٣٧ و ١٤٩
و ١٥١ و ١٥٧ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٧٣ و ١٧٩
و ١٨١ و ١٩١ و ١٩٣ و ١٩٧ و ١٩٩ و ٢١١
و ٢٢٣ و ٢٢٧ و ٢٢٩ و ٢٣٣ و ٢٣٩ و ٢٤١
و ٢٥١ و ٢٥٧ و ٢٦٣ و ٢٦٩ و ٢٧١ و ٢٧٧
و ٢٨١ و ٢٨٣ و ٢٩٣ و ٣٠٧ و ٣١١ و ٣١٣
و ٣١٧ و ٣٣١ و ٣٣٧ و ٣٤٧ و ٣٤٩ و ٣٥٣
و ٣٥٩ و ٣٦٧ و ٣٧٣ و ٣٧٩ و ٣٨٣ و ٣٨٩
و ٣٩٧ و ٤٠١ و ٤٠٩ و ٤١٩ و ٤٢١ و ٤٣١
و ٤٣٣ و ٤٣٩ و ٤٤٣ و ٤٤٩ و ٤٥٧ و ٤٦١
و ٤٦٣ و ٤٦٧ و ٤٧٩ و ٤٨٧ و ٤٩١ و ٤٩٩
و ٥٠٣ و ٥٠٩ و ٥٢١ و ٥٢٣ و ٥٤١ و ٥٤٧
و ٥٥٧ و ٥٦٣ و ٥٦٩ و ٥٧١ و ٥٧٧ و ٥٨٧
و ٥٩٣ و ٥٩٩ و ٦٠١ و ٦٠٧ الخ

والعددان اذا لم يكن لهما عامل مشترك فهما اوليان معا فحينئذ ١٠ و ٢١ او ٢ × ٥ و ٣ × ٧ هما اوليان معا ويقال ايضا ان ١٠ اوليّ مع ٢١

وكل عددين اوليين فهما دائما اوليان معا

وكل عددين صحيحين متواليين فهما اوليان معا لانه لو كان لهما عامل مشترك

كان

كان فرقهما وهو ١ قابلا للقسمة على العامل المذكور كما فى الخاصية الثالثة من نمرة ٤٠ وهذا مستحيل

والعوامل والقواسم التى هى اعداد اولية تسمى أيضا بالعوامل الاولية والقواسم الاولية فحينئذ ٣٥ هو حاصل ضرب عاملى ٥ و ٧ الاوليين و ٥ و ٧ هما القاسمان الاوليان لعدد ٣٥

(٤٩) اكبر جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد يسمى القاسم المشترك الاعظم لهذه الاعداد

ولنبين اولا كيفية استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين فنقول لاجل توضيح ذلك نفرض عددى ٤٨ و ١٨ فحيث ان قاسمها المشترك الاعظم لا يتجاوز ١٨ يؤل الامر الى قسمة ٤٨ على ١٨ لانه فى صورة ما اذا أجرينا عملية القسمة بدون باق يكون ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ولا يتاتى ذلك فى مثالنا هذا لان خارج قسمة ٤٨ على ١٨ هو ٢ ويبقى ١٢ فاذن يكون ٤٨ = ١٨ × ٢ × ١٢ كما فى نمرة (٣٠) وينتج من هذه المتساوية ومن خواص نمرة (٤٠) أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ وذلك لان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ يقسم كلا من المجموع الذى هو ٤٨ واحد اجزائه وهو ١٨ × ٢ (كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠) فاذن يقسم الجزء الثانى وهو ١٢ كما فى الخاصية السادسة من نمرة (٤٠) وأيضا حيث ان كل قاسم مشترك بين ١٨ و ١٢ يقسم كلا من جزءى ١٨ × ٢ و ١٢ يلزم حينئذ أن يقسم المجموع وهو ٤٨ كما فى الخاصية الاولى من نمرة (٤٠) فتكون حينئذ القواسم المشتركة بين ٤٨ و ١٨ هى عين القواسم المشتركة بين ١٨ و ١٢ فعلى هذا يكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢

وحيث انه يمكن تطبيق تلك البراهين على اعداد اخر ايا ما كانت فان كل قاسم

مشترك بين عددين يقسم باقى قسمتها وكل قاسم مشترك اعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين اصغرهما وباقى قسمة الاكبر على الاصغر فتؤل المسئلة حينئذ الى البحث عن استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ ولاجل تحصيله نقسم ١٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١ و يبقى ٦ الا أن القاعدة التى ذكرناها تقتضى أن القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٢ و ٦ فاذن يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم الاخير لان ٦ تقسم ١٢ فعلى هذا يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وقد جرت العادة بوضع صورة العملية على هذا الاسلوب

خوارج القسمة		٢	١	٢
	٤٨	١٨	١٢	٦
مقسوم ومقسوم عليه	٣٦	١٢	١٢	
بواق	١٢	٠٦	٠٠	

(٥٠) متى اردت استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين اياما كانا فاقسم العدد الاكبر على الاصغر فان كان الباقى صفرا كان العدد الاصغر هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب وان بقى باق فاقسم اصغر العددين المفروضين على هذا الباقى فان كان باقى هذه القسمة صفرا كان الباقى الاول هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقى الاول على الباقى الثانى فان كان الباقى الثالث صفرا كان الباقى الثانى هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقى الثانى على الباقى الثالث وهكذا تستمر على تقسيم البواقى المتتالية على بعضها حتى تصل الى خارج قسمة صحيح فيكون الباقى الذى يقسم الباقى المتقدم قسمة صحيحة هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(٥١) يستنتج من براهين نمرة ٤٩ أن كل قاسم مشترك بين عددين يقسم البواقى المتتابعة التى تحصل عند البحث عن القاسم المشترك الاعظم وأن القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين

باقيين

باقيين متتابعين اياما كانا وينبنى على ذلك نتائج

الاولى كل باق يقسم الباقى المتقدم عليه قسمة صحيحة فهو القاسم المشترك الاعظم بين العددين المفروضين

الثانية كل قاسم مشترك بين عددين فهو قاسم لقاسمهما المشترك الاعظم

الثالثة اذا بقى باق مساو للواحد أو بقى باقيان متواليان وكانا أوليين معا او بقى باق واحد وكان اوليا ولا يقسم الباقى المتقدم عليه فانه فى هذه الصور لا يكون للعددين المفروضين قاسم مشترك غير الواحد ويكون هذان العددان أوليين معا

الرابعة اذا كان هناك عددان اوليان معا فان البحث عن قاسمهما المشترك الاعظم يؤدى بالضرورة الى باق مساو للواحد

(٥٢) عدد القسم التى تحصل لاجل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين لا يتجاوز اصلا نصف اصغر العددين المفروضين

وذلك انه متى وصلنا الى باقيين متواليين تفاضلهما ١ فبقسمة احدهما على الآخر يصير الباقى ١ وهذا يدل على أن العددين المفروضين ليس لهما عامل مشترك وعليه فمتى كان للعددين المفروضين قاسم مشترك غير الواحد فان البواقى المتوالية تنقص اقل ما يكون فى كل قسمة اثنين من الآحاد

(٥٣) يستنتج من قواعد نمرتى ٣٧ و ٥٠ أنه متى علمت البواقى المتوالية المتحصلة من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين وكان المطلوب تحصيل البواقى التى يتوصل بها الى البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين حاصلى ضرب هذين العددين فى عدد مفروض يكفى فى ذلك ضرب جميع البواقى المتحصلة من العملية الاولى فى العدد المفروض

وعليه فيقال حيث ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يؤدى الى باقيين هما ١٢ و ٦ يعلم ان البحث عن القاسم المشترك الاعظ بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدى الى باقيين هما ١٢ × ٧

و ٦ × ٧

تنبيه * حيث ان الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه هو القاسم المشترك الاعظم بين عددين يراد استخراج قاسمهما المشترك الاعظم كما في الخاصية الاولى من غرة ٥١ يستنتج من قاعدة الثمرة المذكورة هنا أنه متى وجد القاسم المشترك الاعظم بين عددين واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين حاصلى ضرب هذين العددين في عدد مفروض يكفي في ذلك ضرب القاسم المشترك الاعظم المتحصل في العدد المفروض

مثلا حيث ان ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يعلم أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ هو ٦ × ٧ لانه حيث كان البحث عن اول قاسم مشترك اعظم يؤدى الى باق هو عدد ٦ الذي يقسم ١٢ وهو الباقي المتحصل من القسمة المتقدمة فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدى بالضرورة الى باقيين هما ١٢ × ٧ و ٦ × ٧ اللذان يقبل احدهما القسمة على الآخر حيث ان عدد ٦ قسم ١٢ فحينئذ يكون ٦ × ٧ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ كما في الصورة الاولى من غرة ٥١

(٥٤) وبما تقدم يسهل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يبحث اولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وهو ٦ وعن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهو ٣ فيكون العدد الاخير هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب لانه لما كان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ كان ايضا يقسم ٦ كما في الصورة الثانية من غرة ٥١ وحينئذ فهو قاسم لعددى ٦ و ١٥ لكن حيث ان عدد ٦ هو العامل بين ٤٨ و ١٨ فكل قاسم مشترك بين ٦ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ و ١٥ فاذن يكون

القاسم

القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥

وعليه فالقاسم المشترك الاعظم بين ثلاثة اعداد هو عين القاسم المشترك الاعظم بين احدها والقاسم المشترك الاعظم بين العددين الاخيرين منها

وحيث ان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٦ و ١٥ فهو ايضا يقسم القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهذا القاسم المشترك الاخير هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥

فاذن كل قاسم مشترك بين ثلاثة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم

ومتى اريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد يكفي فى ذلك أن يبحث بالتوالى عن القاسم المشترك الاعظم بين الاول والثانى ثم عن القاسم المشترك الاعظم بين القاسم الاعظم المشترك المتحصل والعدد الثالث وهكذا حتى يتوصل الى آخر الاعداد المفروضة فيكون القاسم المشترك الاعظم المتحصل من العملية الاخيرة هو القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد المفروضة وزيادة على ذلك كل قاسم مشترك بين عدة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم

وبهذه الكيفية يعلم أن عدد ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٩٠ و ١٢٦ و ٥٤٠ .

(٥٥) متى علم القاسم المشترك الاعظم بين اعداد مختلفة واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين الحواصل الناتجة من ضرب هذه الاعداد فى عدد مفروض يكفى فى ذلك ضرب اول قاسم مشترك اعظم فى العدد المفروض وهذه الخاصية ناتجة من القواعد المقررة فى نمرتى ٥٤ و ٥٣

مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ فبموجب القاعدة المقررة فى نمرة ٥٤ يبحث اولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ فيكون عدد ٦ الباقى الذى يقسم الباقى المتقدم عليه وهو ١٢ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨

ثم يبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ فيكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عدد ٣ الباقى الذى يقسم الباقى المتقدم عليه وهو ٦ قسمة صحيحة

فاذا ضربنا الآن كلا من اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ الثلاثة فى ٧ نتج من تنبيه نمرة ٥٣ أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ هو ٦ × ٧ وأن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ × ٧ و ١٥ × ٧ هو ٣ × ٧ فاذن يكون القاسم المشترك الاعظم بين اعداد ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ و ١٥ × ٧ هو ٣ × ٧ كما فى نمرة (٥٤) وبذلك يثبت المطلوب

(٥٦) اذا قسمت عدة اعداد على قاسمها المشترك الاعظم لم تكن خوارج القسمة قابلة للقسمة على قاسم مشترك واحد

مثلا اذا قسمت اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على قاسمها المشترك الاعظم الذى هو ٣ فخوارج القسمة وهى ١٦ و ٦ و ٥ لا تقبل القسمة على قاسم واحد اذ لو فرض ان لها قاسم مشترك اعظم كعدد ٢ مثلا كانت تلك الاعداد الناتجة من ضرب ١٦ و ٦ و ٥ فى ٣ قابلة للقسمة على القاسم المشترك الاعظم وهو ٢ × ٣ كما فى نمرة ٥٥ وهو خلاف القاعدة

وكذلك الحكم فى صورة ما اذا قسمت عدة اعداد مفروضة على عدد واحد فان خوارج القسمة فيها لا تقبل القسمة على قاسم مشترك واحد دوامًا العدد الذى استعمل قاسمًا يكون هو القاسم المشترك الاعظم بين هذه الاعداد المفروضة مثلا حيث ان قسمة اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على ٣ لا تقبل خوارجها وهى ١٦ و ٦ و ٥ القسمة على قاسم مشترك واحد فعدد ٣ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ لانه لما كان القاسم المشترك الاعظم بين خوارج القسمة التى هى ١٦ و ٦ و ٥ هو ١ كان القاسم المشترك الاعظم بين المواصل التى هى ٤٨

و ١٨ و ١٥ الناتجة من ضرب تلك الخوارج فى ٣ هو ١ × ٣ كما فى نمرة ٥٥ او ٣

(٥٧) اذا كان هناك عدد يقسم حاصل ضرب عددين صحيحين فان كان هذا العدد اوليا مع أحد هذين العاملين فانه بالضرورة يقسم العامل الآخر

مثلا اذا فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد أوليا مع ٣٥ فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ و ٦ يؤدى الى باق هو ١ كما فى النتيجة الرابعة من نمرة ٥١ وعليه فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢ و ٦ × ١٢ يؤدى الى باق هو ١ × ١٢ او ١٢ كما فى نمرة ٥٣ وحيث فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٣٥ × ١٢ وكان هذا العدد ايضا يقسم ٦ × ١٢ فالباقى وهو ١٢ المتحصل من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٣٥ × ١٢ و ٦ × ١٢ يقبل القسمة على ٦ كما فى نمرة ٥١ وبهذا تثبت القاعدة المذكورة

(٥٨) كل عدد اولى يقسم حاصل ضرب فهو بالضرورة يقسم احد عوامل ذلك الحاصل

مثلا اذا كان عدد ٧ الاولى يقسم حاصل ضرب ٩ × ١٨ × ٣٥ فان كان هذا العدد لا يقسم ٩ كان عدد ٧ وعدد ٩ اولين معا وحيث انه يمكن اعتبار ٩ × ١٨ × ٣٥ كحاصل ضرب ٩ × ١٨ × ٣٥ كما فى نمرة ١٧ فعدد ٧ يقسم هذا الحاصل ويكون اوليا مع ٩ فاذن عدد ٧ يقسم ١٨ × ٣٥ كما فى نمرة ٥٧ ويبرهن بمثل ذلك على أنه اذا كان عدد ٧ لا يقسم ١٨ الذى هو احد عاملى حاصل ضرب ١٨ × ٣٥ فعدد ٧ وعدد ١٨ اوليان معا فحينئذ عدد ٧ يقسم ٣٥ كما فى نمرة ٥٧

تنبيهان * الاول كل قاسم اولى القوة أى عدد كان فهو بالضرورة قاسم للعدد المذكور

الثاني * القوى المتوالية لعدد ١٠ وهى ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ لا تقبل القسمة على قواسم اخر اولية غير ٢ و ٥ لانه لما كان كل قاسم اولى لاحدى تلك القوى يقسم عدد ١٠ الذى هو حاصل ضرب عددى ٢ و ٥ الاولين معا لا يمكن أن يكون هذا القاسم غير ٢ أو ٥

(٥٩) اذا كان هناك عدد يقبل القسمة على اعداد اولية مع بعضها مثنى كان أيضا قابلا للقسمة على حاصل ضربها

مثلا حيث كان عدد ٣٦٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٤ و ٥ و ٩ التى هى اولية مع بعضها مثنى يقال ان العدد المذكور وهو ٣٦٠ يقبل القسمة على حاصل ضرب ٤ × ٥ × ٩ وذلك لانه لما كان ٣٦٠ يقبل القسمة على ٤ وكان خارج القسمة ٩٠ كان ٣٦٠ = ٩٠ × ٤

وحيث ان عدد ٥ يقسم ٣٦٠ الذى هو حاصل ضرب ٩٠ × ٤ وكان عدد ٥ اوليا مع ٤ فعدد ٥ حينئذ يقسم ٩٠ كما فى نمرة ٥٧ ولما كان خارج القسمة ١٨ كان ٩٠ = ١٨ × ٥

وحيث ان عدد ٩ يقسم ٩٠ × ٤ وهو اولى مع ٤ فهو حينئذ يقسم ٩٠ وبناء على ذلك يقسم أيضا ١٨ × ٥ وحيث انه اولى مع ٥ فهو حينئذ يقسم ١٨ ولما كان خارج القسمة ٢ كان ١٨ = ٢ × ٩

وهذه المساواة وهى ٩٠ = ١٨ × ٥ تؤل الى ٩٠ = ٢ × ٩ × ٥ وبموجب هذه المساواة الاخيرة تؤل هذه المساواة وهى ٣٦٠ = ٩٠ × ٤ الى

٣٦٠ = ٢ × ٩ × ٥ × ٤ = ٢ × (٩×٥×٤) كما فى نمرة ١٧

وحيث ان عدد ٣٦٠ هو حاصل ضرب ٢ فى ٩ × ٥ × ٤ فهو قابل للقسمة على ٩ × ٥ × ٤ وبهذا ثبت القاعدة المذكورة

(٦٠) حيث ان كل عددين اولين هما دائما اوليان معا فبمقتضى نمرة ٥٩

يتضح انه متى كانت اعداد اولية تقسم عددا مفروضا تكون حواصل ضرب هذه الاعداد الاولية مثنى او ثلاث الخ قواسم لذلك العدد المفروض

مثلا حيث ان عدد ٢١٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية فحواصل ٢ × ٣ و ٢ × ٥ و ٢ × ٧ و ٣ × ٥ و ٣ × ٧ و ٥ × ٧ و ٢ × ٣ × ٥ و ٢ × ٣ × ٧ و ٢ × ٥ × ٧ و ٣ × ٥ × ٧ تكون قواسم لعدد ٢١٠ المذكور

تنبيه * يؤخذ من هذه القاعدة مع قاعدتي نمرة ٤١ و ٤٤ أنه يكفي في جعل العدد قابلا للقسمة على ٦ أن يكون هذا العدد شفعا وان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكفي في جعله قابلا للقسمة على ١٥ ان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكون العدد منتهيا بصفر او ٥ وقس على ذلك

(٦١) اذا كان هناك عددان اوليان معا فكل قوة لاحدهما تكون اولية مع اى قوة للآخر

مثلا لنفرض ان ١٤ و ٣٣ هما العددان الاوليان معا فيقال ان $١٤^{٣}$ و $٣٣^{٤}$ هما ايضا اوليان معا اذ لو فرض خلاف ذلك لقسمهما عدد اولي وعليه فيكون هذا العدد قاسما ايضا العددي ١٤ و ٣٣ كما في التنبيه الاول من نمرة ٥٨ وهذا خلاف القاعدة

(٦٢) اذا كان هناك عدد اولي مع اعداد اخر فهو ايضا اولي مع حاصل ضرب تلك الاعداد

مثلا لنفرض ان عدد ٩١ اولي مع كل من اعداد ٦ و ١٢ و ١٥ فيقال ان ٩١ اولي مع ٦ × ١٢ × ١٥ اذ لو فرض خلاف ذلك لكان هناك عدد اولي يقسم ٩١ و ٦ × ١٢ × ١٥ وعليه فيقسم هذا العدد احد عوامل ٦ و ١٢ و ١٥ كما في نمرة ٥٨ فحينئذ يكون لعدد ٩١ عامل مشترك مع احد اعداد ٦ و ١٢

١٥ وهذا خلاف القاعدة

(٦٣) اذا كان هناك عدد اولى مع عدد آخر فهو ايضا اولى مع جميع قواه ويصح استنباط ذلك من كل من القاعدتين المتقدمتين

(٦٤) لا يمكن تحليل اى عدد الى عوامل اولية الا بطريقة واحدة بمعنى ان الطريقة التى يتوصل بها الى تحليل العدد الى عوامل اولية لابد ان يتوصل بها الى معرفة تلك العوامل الاولية مشارا اليها بالاسس المتحدة ولا يتغير فى ذلك الا وضع تلك العوامل ولنمثل لهذه القاعدة بعدد ٣٦٠ فاذا سلكنا فى ذلك طريقة من الطرق وجدنا عدد $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ فاذا سلكنا طريقة اخرى وجدنا بالضرورة عوامل 2^3 و 3^2 و ٥ بعينها ومن المعلوم انه لا يمكن ان نجد فى ٣٦٨ عوامل اولية اخرى غير ٢ و ٣ و ٥ لانه بموجب قاعدة نمرة ٥٨ لا يمكن ان يكون كل قاسم اولى لعدد ٣٦٠ الا احد اعداد ٢ و ٣ و ٥ لان كل قاسم اولى للعدد المذكور يقسم احد عوامل ٢ و ٣ و ٥ التى هى العوامل الاولية لعدد $2^3 \times 3^2 \times 5$ وزيادة على ذلك اذا تحلل ٣٦٠ بطريقة اخرى الى عوامل اولية لم يكن لاحد عوامل ٢ و ٣ و ٥ اس غير الاس المجعول له فى $2^3 \times 3^2 \times 5$ فاذا فرضنا ان ٣٦٠ يحتوى على عامل 2^7 مثلا وان $360 = 2^7 \times 3 \times 5$ مثلا فمن حيث انه قد ظهر ان $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ ينتج ان $2^7 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ وبقسمة كل من الطرفين على 2^3 يكون

$$2^4 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$$

وحيث ان $2^4 \times 3 \times 5$ يقبل القسمة على ٢ يلزم ان عدد $3^2 \times 5$ يقبل القسمة ايضا على المقسوم عليه وهو ٢ وذلك محال كما فى نمرة ٥٨ فحينئذ تثبت القاعدة المذكورة

(٦٥) اذا اردت ان تحلل اى عدد الى عوامل اولية فاقسم هذا العدد بالتوالى

على

على كل من الاعداد الاولية التي لا تتجاوز نصفه وهي ٢ و ٣ و ٥ الخ فان لم تصح قسمة من هذه القسمات كان العدد المذكور عددا أوليا كما في الخاصية الثامنة من نمرة ٤٠ وان كان للقسمة خارج صحيح فاقسم هذا الخارج على العدد الاولى المقسوم عليه فان كان خارج هذه القسمة صحيحا ايضا فاقسمه على ذلك العدد الاولى بعينه وهكذا تستمر على القسمة حتى يتحصل لك خارج قسمة لا يقبل القسمة على العدد الاولى المقسوم عليه ثم تجرى العملية على هذا الخارج الاخير كما اجريتها على العدد المفروض مع ملاحظة ان هذا الخارج لا يقبل القسمة الا على اعداد اولية اكبر من العدد المقسوم عليه وهكذا تستمر في اجراء العملية حتى تتوصل الى خارج يكون عددا اوليا ويكون العدد المفروض مساويا بالحاصل ضرب خارج القسمة الاخير في جميع الاعداد المقسوم عليها واعمل لذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون المطلوب تحليل عدد ١١٥٥ الى عوامله الاولية فهذا العدد لا يقبل القسمة على ٢ كما في نمرة ٤١ وانما يقبل القسمة على ٣ كما في نمرة ٤٤ ويكون خارج القسمة ٣٨٥ فعلى هذا يكون

$$٣٨٥ \times ٣ = ١١٥٥$$

وتؤول المسئلة الى تعيين العوامل الاولية التي في ٣٨٥ فيقال ان هذا العدد لا يقبل القسمة على ٣ كما في نمرة ٤٤ لكنه يقبل القسمة على ٥ كما في نمرة ٤٢ ويكون خارج القسمة ٧٧ فاذن يكون

$$٧٧ \times ٥ \times ٣ = ١١٥٥ \quad و \quad ٧٧ \times ٥ = ٣٨٥$$

فلم يبق علينا الا تحليل عدد ٧٧ الى عوامله الاولية لكن هذا العدد لا يقبل القسمة على ٥ كما في نمرة ٤٢ وانما يقبل القسمة على ٧ ويكون الخارج ١١ وحيث ان هذا الخارج عدد اولي فعدد ١١٥٥ = ٣ × ٥ × ٧ × ١١

وصورة وضع العملية هكذا

$٧^٢$ اولى مع $٢^٣$ × ٥ لانه لما كان ٧ اوليا مع ٢ و ٥
نتج من قاعدة نمرة ٦١ أن $٧^٢$ اولى مع $٢^٣$ و ٥ فاذن عدد
$٧^٢$ أولى مع حاصل ضرب $٢^٣$ × ٥ كما فى نمرة ٦٢

فحينئذ جميع الحواصل الناتجة على التوالى من ضرب احد قواسم ١ و ٢
وهكذا الى $٢^٣$ × $٥^٢$ فى احد قواسم ١ و ٧ و $٧^٢$ تكون
قواسم لعدد ٩٨٠٠ كما فى نمرة ٥٩ وبهذه الطريقة تحصل قواسم
١ و ٢ و $٢^٢$ و $٢^٣$ و ٥ و ٢ × ٥ و $٢^٢$ × ٥ و $٢^٣$
× ٥ و $٥^٢$ و ٢ × $٥^٢$ و $٢^٢$ × $٥^٢$ و $٢^٣$ × $٥^٢$
و ٧ و ٢ × ٧ و $٢^٢$ × ٧ و $٢^٣$ × ٧ و ٥ × ٧
و ٢ × ٥ × ٧ و $٢^٢$ × ٥ × ٧ و $٢^٣$ × ٥ × ٧
و $٥^٢$ × ٧ و ٢ × $٥^٢$ × ٧ و $٢^٢$ × $٥^٢$ × ٧
و $٢^٣$ × $٥^٢$ × ٧ و $٧^٢$ و ٢ × $٧^٢$ و $٢^٢$ × $٧^٢$
و $٢^٣$ × $٧^٢$ و ٥ × $٧^٢$ و ٢ × ٥ × $٧^٢$ و $٢^٢$
× ٥ × $٧^٢$ و $٢^٣$ × ٥ × $٧^٢$ و $٥^٢$ × $٧^٢$ و ٢
× $٥^٢$ × $٧^٢$ و $٢^٢$ × $٥^٢$ × $٧^٢$ و $٢^٣$ × $٥^٢$
× $٧^٢$

وحينئذ يقبل عدد ٩٨٠٠ القسمة على الستة والثلاثين قاسما المتقدمة
لانه ينتج من قاعدة نمرة ٦٤ انه اذا تحلل ٩٨٠٠ الى عوامل اولية
باى طريقة كانت فلا بد أن يكون هذا العدد مساويا $٢^٣$ × $٥^٢$ × $٧^٢$
وينتج من هذا انه لا يمكن أن احد قواسم ٩٨٠٠ يحتوى على عوامل اولية
اخرى غير ٢ و ٥ و ٧ فاذن يلزم أن يكون هذا القاسم محتويا على
احد عوامل ٢ و ٥ و ٧ باس أكبر من الذى كان مجعولا له فى $٢^٣$
× $٥^٢$ × $٧^٢$ حتى يكون ٩٨٠٠ قابلا للقسمة على قاسم آخر غير القواسم
التى تحصلت ابقا

لكن لا يصح أن عددا مثل $٢^٤$ × ٥ يقسم على $٢^٣$ × $٥^٢$ × $٧^٢$

لانه لو صحت هذه القسمة لقسم عدد $٢^{٤}$ عدد $٢^{٣} \times ٥^{٢} \times ٧^{٢}$ كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ حيث ان عدد $٢^{٤}$ اولى مع $٥^{٢}$ و $٧^{٢}$ كما فى نمرة ٦١ فعدد $٢^{٤}$ حينئذ اولى مع $٥^{٢} \times ٧^{٢}$ كما فى نمرة ٦٢ وحيث انه يصح اعتبار $٢^{٣} \times ٥^{٢} \times ٧^{٢}$ كحاصل ضرب عاملى $٢^{٣}$ و $٥^{٢} \times ٧^{٢}$ كما فى نمرة ١٧ فعدد $٢^{٤}$ يقسم حينئذ $٢^{٣}$ وهذا مستحيل كما فى الخاصية الثامنة من نمرة ٤٠

فاذن لا يصح أن ٩٨٠٠ يقبل القسمة على قواسم اخر غير القواسم التى تحصلت سابقا

تنبيه * حيث ان أسس عوامل عدد ٩٨٠٠ الاولية هى ٣ و ٢ و ٢ فمن الواضح أن عدد قواسم ٩٨٠٠ يساوى عدد ٣٦ الذى هو حاصل ضرب اعداد ٤ و ٣ و ٣ المتحصلة من اضافة الواحد الى كل اس وذلك لانه لابد فى ايجاد جميع قواسم $٢^{٣} \times ٥^{٢} \times ٧^{٢}$ من ضرب كل من اعداد ١ و ٢ و ٥ و $٢^{٣}$ الاربعة فى كل من اعداد ١ و ٥ و $٥^{٢}$ الثلاثة فيتحصل من ذلك حواصل بقدر حاصل ٤ × ٣ ثم ضرب كل من هذه الحواصل فى كل من اعداد ١ و ٧ و $٧^{٢}$ الثلاثة فيتحصل من ذلك حواصل بقدر ٤ × ٣ × ٣ وهى قواسم عدد ٩٨٠٠ التى فى الجدول المتقدم فلم يبق علينا حينئذ الا البرهنة على أن جميع الحواصل المتحصلة بهذه الطريقة مختلفة وهو من البديهيات لانه لو فرض أن حاصلين من هذه الحواصل متساويان لكانا محتويين على العوامل الاولية المتحدة الاسس كما فى نمرة ٦٤ وهذا لا يتأتى بموجب الطريقة التى تألفت بها الحواصل المذكورة

(٦٧) ومما ذكرنا تنتج قاعدة مطردة هى انه متى اردت ايجاد جميع القواسم لاى عدد لزم أن تحلل ذلك العدد الى عوامل اولية كما فى نمرة ٦٥ ثم تضع فى السطر الاول الوحدة والقوى المتتابعة لاحد تلك العوامل الاولية مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا بحيث يكون اخر عدد فى هذا السطر

هو المعتبر عددا اوليا وتضع عليه اسه الاكبر الذى فى العدد المفروض وتضع ايضا فى السطر الثانى الوحدة والقوى المتتابعة لعامل اولى آخر من العدد المفروض مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا وهكذا تصنع فى كل عامل من العوامل الاولية من العدد المفروض فاذا تم الجدول فاضرب على التوالى جميع اعداد السطر الاول فى جميع اعداد السطر الثانى ثم كلا من هذه الحواصل فى كل من الاعداد التى فى السطر الثالث من الجدول ثم تضرب الحواصل المتحصلة فى كل من اعداد السطر الرابع وهلم جرا فتكون حينئذ الحواصل الاخيرة الناتجة من ضرب الاعداد التى فى السطر الاخير من الجدول هى جميع قواسم العدد المفروض (بادخال الوحدة والعدد المفروض فى تلك القواسم) فاذا اردت ايجاد عدد القواسم المذكورة فأضف الوحدة الى كل من اسس العوامل الاولية من العدد المفروض واستخرج حاصل ضرب تلك الاسس باضافة الوحدة اليها فيدلك هذا الحاصل على عدد قواسم العدد المفروض مثلا اذا كان المطلوب تعيين جميع قواسم عدد ٤٥٠٠٠ ومعرفة عددها فبتحليل عدد ٤٥٠٠٠ الى عوامله الاولية ينتج

$$٤٥٠٠٠ = ٢^٣ \times ٣^٢ \times ٥^٤$$ كما فى نمرة ٦٥

فتركب الجدول على هذا الوجه

١ و ٢ و $٢^٢$ و $٢^٣$

١ و ٣ و $٣^٢$

١ و ٥ و $٥^٢$ و $٥^٣$ و $٥^٤$

وتضرب كلا من اعداد السطر الاول فى كل من اعداد السطر الثانى فتحصل هذه الحواصل وهى ١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ و ٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ ثم تضرب كلا من هذه الحواصل فى كل من اعداد السطر الاخير وهى ١ و ٥ و $٥^٢$ و $٥^٣$ و $٥^٤$ فتكون الحواصل

١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٣ و ٦ ١٢ و ٢٤ و ٩

و١٨

و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠
و ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ و ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠
و ٣٦٠ و ٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ و ٧٥ و ١٥٠
و ٣٠٠ و ٦٠٠ و ٢٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠
و ١٢٥ و ٢٥٠ و ٥٠٠ و ١٠٠٠ و ٣٧٥ و ٧٥٠
و ١٥٠٠ و ٣٠٠٠ و ١١٢٥ و ٢٢٥٠ و ٤٥٠٠
و ٩٠٠٠ و ٦٢٥ و ١٢٥٠ و ٢٥٠٠ و ٥٠٠٠
و ١٨٧٥ و ٣٧٥٠ و ٧٥٠٠ و ١٥٠٠٠ و ٥٦٢٥
و ١١٢٥٠ و ٢٢٥٠٠ و ٤٥٠٠٠ هى القواسم المطلوبة

وعدد قواسم $٢^{٣} \times ٣^{٢} \times ٥^{٤}$ هو $٤ \times ٣ \times ٥$ او ٦٠ وهو حاصل ضرب أسس ٣ و ٢ و ٤ باضافة الوحدة اليها

(٦٨) اذا كان هناك أعداد متحللة الى عوامل أولية فطريق استخراج قاسمها المشترك الاعظم يكون بتكوين حاصل ضرب جميع العوامل الاولية المشتركة بين تلك الاعداد حيث ان كلا من هذه العوامل المشتركة موضوع عليه أصغر أسسه التى فى الاعداد المفروضة مثلا لكن عدد $٩٢٤ = ٢^{٢} \times ٣ \times ٧ \times ١١$ وعدد $٧٢٠ = ٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥$

فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو $٢^{٢} \times ٣$ لانه حيث كان العدد الاول من هذين العددين المفروضين مساويا للعدد $٢^{٢} \times ٣ \times (٧ \times ١١)$ والعدد الثانى منهما مساويا للعدد $٢^{٢} \times ٣ \times (٢^{٢} \times ٣ \times ٥)$ فاذا قسمتهما على $٢^{٢} \times ٣$ الذى هو حاصل ضرب جميع العوامل المشتركة كان كل من خارجى القسمة وهما ٧×١١ و $٢^{٢} \times ٣ \times ٥$ أوليا مع الآخر وحينئذ يكون القاسم وهو $٢^{٢} \times ٣$ هو القاسم الاعظم المشترك بين العددين المفروضين تحقيقا كما فى نمرة ٥٦

وبمثل هذه الطريقة يبرهن على أن القاسم الاعظم المشترك بين $٢^{٤} \times ٣^{٥} \times ٧^{٤} \times ١١$ و $٢^{٦} \times ٣^{٧} \times ٧^{٢} \times ١٣^{٢}$ هو $٢^{٤} \times ٣^{٥}$

$\times ٧^{٢}$ الذى هو حاصل ضرب العوامل المشتركة بين العددين المفروضين

(٦٩) مسئلة فى بيان استخراج جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد

وطريق ذلك أن يقال كل قاسم مشترك بين عدة اعداد فهو ايضا يقسم قاسمها المشترك الاعظم كما فى نمرة ٥٤ ويقابله أن كل قاسم أعظم مشترك بين عدة اعداد هو ايضا قاسم مشترك بين تلك الاعداد كما فى الخاصية الخامسة من نمرة ٤٠ فبناء على ذلك تحصل جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد بالبحث عن جميع قواسم قاسمها المشترك الاعظم كما فى نمرة ٦٧

مثلا ليكن المطلوب استخراج جميع القواسم المشتركة بين عددى ٩٢٤ و ٧٢٠

فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو عدد ١٢ فتكون جميع قواسم هذا العدد وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٦ و ١٢ هى القواسم المشتركة بين هذين العددين المفروضين

(٧٠) يكفى فى ايجاد أصغر عدد يقبل القسمة على اعداد مفروضة أن تحلل تلك الاعداد الى عوامل أولية ثم تستخرج حاصل ضرب جميع العوامل الاولية المشتركة بين الاعداد المذكورة حيث ان كلا من هذه العوامل المشتركة موضوع عليه اكبر اسسه التى فى الاعداد المفروضة

مثلا ليكن المطلوب ايجاد العدد الاصغر الذى يقبل القسمة على كل من الاعداد ٢٠٠ و ٥٠٠ و ١٤٧

فتحلل تلك الاعداد المفروضة الى عوامل اولية فيكون

$٢٠٠ = ٢^{٣} \times ٥^{٢}$ و $٥٠٠ = ٢^{٢} \times ٥^{٣}$ و $١٤٧ = ٣ \times ٧^{٢}$

فاذن يكون $٢^{٣} \times ٥^{٣} \times ٣ \times ٧^{٢}$ أو ١٤٧٠٠٠ هو العدد المطلوب

وذلك لان من المعلوم ان هذا العدد يقبل القسمة على كل من الاعداد المفروضة كما فى نمرة ٣٨ وحيث ان العدد المطلوب يقبل القسمة على ٢٠٠ وعلى ٥٠٠

٥٠٠ وعلى ١٤٧ فهو ايضا بالضرورة قابل للقسمة على $٢^{٣}$ الذى هو عامل ٢٠٠ وعلى $٥^{٣}$ الذى هو عامل ٥٠٠ وعلى ٣ و $٧^{٢}$ اللذين هما عاملا ١٤٧ وحيث ان قواسم $٢^{٣}$ × $٥^{٣}$ و ٣ و $٧^{٢}$ اولية مع بعضها اثنتى كما فى نمرة ٦١ فالعدد المطلوب يقبل بالضرورة القسمة على حاصل ضربها وهو $٢^{٣}$ × $٥^{٣}$ × ٣ × $٧^{٢}$ كما فى نمرة ٥٩ فاذن لا يمكن ان يكون اقل من هذا الحاصل

(الباب الثالث)

(فى الكسور الاعتيادية والكسور الاعشارية)

(الفصل الاول)

(فى الكسور الاعتيادية)

(٧١) قد يكون الباقى بعد اجراء عملية القسمة فى جميع أرقام المقسوم أقل من المقسوم عليه فاذن لايكون خارج القسمة الكلى عددا صحيحا لانه منحصر بين عددين صحيحين متواليين كما فى نمرة (٣١)

مثلا حيث ان عدد ٢٥ محصور بين ٧ × ٣ و ٧ × ٤ فخارج قسمة هذا العدد على ٧ منحصر بين ٣ و ٤ فيتألف حينئذ من جزء صحيح وهو ٣ زائد جزأ اقل من الواحد ولذا يسمى كسرا ولاجل الدلالة على هذا الكسر الذى هو عبارة عن خارج قسمة الباقى وهو ٤ على المقسوم عليه وهو ٧ يوضع ٧ تحت ٤ هكذا $\frac{٤}{٧}$ وأما خارج القسمة الكلى الذى هو ٣ × $\frac{٤}{٧}$ فيوضع هكذا $\frac{٧}{٤}$ ٣

ولاجل تقويم $\frac{٤}{٧}$ باجزاء الواحد يلاحظ أن قسمة ٤ على ٧ تؤل الى اخذ الجزء السابع من كل من آحاد الاربعة فيحصل سبع الواحد ٤ مرات او يقال يحصل اربعة اسباع الواحد او اربعة اسباع فقط فاذن يكون سبع الاربعة الآحاد معادلا لسبع الواحد ٤ مرات

وبالجملة فمتى اردت تقويم اى كسر فاعتبر ان الواحد مقسوم الى عدة اجزاء متساوية بقدر ما فى المقسوم عليه من الآحاد وأنه احذ من تلك الاجزاء بقدر ما فى المقسوم من الآحاد

واذا كان المقسوم عليه ٢ أو ٣ او ٤ وهكذا الى ١٠ فقل عند النطق بالكسر نصف * ثلث * ربع وهكذا الى عشر هذا اذا كان المقسوم واحدا فان كان متعددا ككسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٤}{٥}$ فانطق به هكذا ثلثان * ثلاثة ارباع اربعة اخماس وهكذا الى تسعة اعشار فان كان المقسوم عليه اكثر من ١٠

ككسور $\frac{٢}{١١}$ و $\frac{٣}{١٢}$ و $\frac{١١}{١٧}$ الخ فانطق به هكذا ٢ من ١١ * ٣ من ١٢ * ١١ من ١٧

ثم ان العدد الاسفل من اى كسر كان يدل على ما تتقوم منه اجزاء الاحد الموجودة فى الكسر والعدد الاعلى يدل على عدة الاجزاء المأخوذة منه ويسمى الاول مقاما والثانى بسطا والبسط والمقام يسميان حدى الكسر

فالبسط فى كسر $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو ٥ والمقام ٧ والكسور بحسب الاصل أقل من الواحد وقد تؤدى عملياتها فى بعض الاحيان الى نتيجة اكبر من الواحد فتكون عددا كسريا أى عددا صحيحا معه وبا بكسر لكنهم تساهلوا فى اطلاق اسم الكسر عليها

تنبيه * يؤخذ مما تقدم أن الكسر اما أن يعتبر كخارج قسمة البسط على المقام أو يدل على أن الواحد منقسم الى عدة اجزاء متساوية مبينة القيمة بالمقام وأنه أخذ منها أجزاء بقدر ما فى البسط من الآحاد

والثانى هو المعتبر عادة اذ به يتعلق مقدار تقسيمات الواحد وتعلم قيمتها ويتوصل الى القواعد التى تستعمل فى أجراء عمليات الكسور

(٧٢) كلما كبر بسط الكسر وصغر مقامه كبر ذلك الكسر وبالعكس اى انه كلما صغر بسط الكسر وكبر مقامه صغر ذلك الكسر وهذا ناشئ من تعريف الكسر

ويمكن استنباط هذه الخاصية أيضا من قاعدة نمرة ٣٤ بناء على اعتبار الكسر كخارج قسمة البسط على المقام كما فى (٧١)

(٧٣) لا يتغير مقدار الكسر اذا ضرب حداه فى عدد واحد أو قسما على عدد واحد

ولنمثل لذلك بكسر $\frac{٣}{٧}$ فان بقى المقام على حاله وضرب البسط فى ٥ تغير الكسر الى $\frac{١٥}{٧}$ فيكبر حينئذ ٥ مرات لأن الكسر الثانى يحتوى على اجزاء اكثر من الاول ٥ مرات وهذه الاجزاء متحدة المقدار فى كل من الكسرين وان بقى البسط على حاله وضرب المقام فى ٥ تغير الكسر الى $\frac{٣}{٣٥}$ فيصغر

حينئذ ٥ مرات لانه يحتوى على اجزاء بقدر اجزاء $\frac{٣}{٧}$ كل جزء منها يصغر ٥ مرات حيث ان الواحد انقسم الى خمسة اجزاء متساوية

فعلى هذا لا يتغير مقدار الكسر بضرب حديه جميعا فى ٥ وذلك أنه بضرب بسط الكسر فى ٥ يكبر ذلك الكسر ٥ مرات وبضرب المقام فى ٥ يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات ويمثل ذلك يبرهن على أنه اذا قسم بسط الكسر على ٥ يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات واذا قسم مقامه على ٥ يكبر عما كان عليه ٥ مرات فاذن لا يتغير مقدار الكسر المذكور بقسمة حديه جميعا على ٥ وقس على هذا العدد غيره من الاعداد لوجود البرهان المذكور فيها ايضا وبذلك تثبت القاعدة المذكورة

ويستنبط من تلك القاعدة كيفية تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد وطريقة اختصارها بدون أن يتغير مقدارها

(٧٤) يكفى فى تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد بدون أن تتغير مقاديرها أن تضرب حدى كل من هذه الكسور فى حاصل ضرب مقامات الكسور الاخرى لانه بموجب قواعد نمرة ٢١ و ١٧ و ٧٣ تكون مقامات الكسور الحادثة متساوية وتكون تلك الكسور ايضا مكافئة للكسور المفروضة

فاذا طبقت قاعدة تحويل الكسور الى ذات مقام واحد على كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٦}{٧}$ تحصلت لك كسور مكافئة وهى

$$\frac{٢ \times ٥ \times ٧}{٣ \times ٥ \times ٧} \text{ و } \frac{٤ \times ٣ \times ٧}{٥ \times ٣ \times ٧} \text{ و } \frac{٦ \times ٣ \times ٥}{٧ \times ٣ \times ٥}$$

واذا اجريت عملية الضرب المذكور تحصلت لك كسور متحدة المقام وهى

$$\frac{٧٠}{١٠٥} \text{ و } \frac{٨٤}{١٠٥} \text{ و } \frac{٩٠}{١٠٥}$$

ويمكن استنباط هذه القاعدة ايضا من نمرتى ٢١ و ٧٣ وذلك لانك اذا طبقت هذه القاعدة على كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٦}{٧}$ تحصلت لك هذه الكسور وهى

$$\frac{٢ \times (٧ \times ٥)}{٣ \times (٧ \times ٥)} \text{ و } \frac{٤ \times (٧ \times ٣)}{٥ \times (٧ \times ٣)} \text{ و } \frac{٦ \times (٥ \times ٣)}{٧ \times (٥ \times ٣)}$$

وهى مكافئة للكسور المفروضة كما فى نمرة (٧٣) ومقامات هذه الكسور الحادثة مساوية لبعضها لانه بموجب قاعدة نمرة ٢١ يكون

$$٧ \times ٥ \times ٣ = ٣ \times ٧ \times ٥ = ٣ \times (٧ \times ٥) = (٧ \times ٥) \times ٣$$

$$\text{و } ٧ \times ٥ \times ٣ = ٥ \times ٧ \times ٣ = ٥ \times (٧ \times ٣) = (٧ \times ٣) \times ٥$$

$$\text{و } ١٠٥ = ٧ \times ٥ \times ٣ = ٧ \times (٥ \times ٣) = (٥ \times ٣) \times ٧$$

تنبيهات * الاوّل اذا كان فى مقامات الكسور المفروضة عوامل مشتركة يسهل تحويل تلك الكسور الى ذات مقام مشترك اصغر من حاصل ضرب المقامات وهاك بيان ذلك

اولا متى كان اكبر مقامات الكسور المفروضة قابلا للقسمة على جميع المقامات الاخرى فان ذلك المقام يجعل مقاما مشتركا لجميع الكسور المذكورة ويتحصل البسط الجديد لكل كسر بضرب البسط الاصلى فى خارج قسمة المقام الجديد على المقام الاصلى وبذلك تكون كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٣}{٤}$ و $\frac{٥}{٦}$ و $\frac{٧}{١٢}$ مساوية لكسور $\frac{٨}{١٢}$ و $\frac{٩}{١٢}$ و $\frac{١٠}{١٢}$ و $\frac{٧}{١٢}$ على الترتيب

وثانيا متى كان اكبر مقامات الكسور المفروضة غير قابل للقسمة على جميع المقامات الاخرى فانه يبحث عن العدد الاصغر الذى يقبل القسمة على جميع المقامات كما فى نمرة ٧٠ ثم يجعل مقاما لجميع الكسور المذكورة وتتحصل البسوط الجديدة بالطريقة السابقة فى الصورة الاولى

ولنمثل لذلك بكسور $\frac{١١}{٧٢}$ و $\frac{٧}{٦٠}$ و $\frac{٣}{١٧٥}$

فبموجب نمرة ٧٠ يكون المقام الاصغر المشترك هو ١٢٦٠٠ وبتحويل هذه الكسور الى ذلك المقام المشترك تحصل الكسور المكافئة وهى

$$\frac{١٩٢٥}{١٢٦٠٠} \text{ و } \frac{١٤٧٠}{١٢٦٠٠} \text{ و } \frac{٢١٦}{١٢٦٠٠}$$

التنبيه الثانى يكفى فى مقابلة مقادير عدة كسور ببعضها أن تحوّلها الى ذات مقام واحد فما كان من الكسور المتحدة المقام بسطها اكبر فهو اكبرها كما فى

نمرة ٧٣ التنبيه الثالث اذا كان هنالك كسران متكافئان فحاصل ضرب بسط الاول في مقام الثاني يساوي حاصل ضرب بسط الثاني في مقام الاول لان هذين الحاصلين عبارة عن البسطين الجديدين للكسرين المفروضين اللذين حولا الى مقام واحد

مثلا حيث ان كسري $\frac{٨}{١٢}$ و $\frac{٦}{٩}$ متكافئان فبتحويلهما الى مقام مشترك وهو ١٢ × ٩ يكون كسرا $\frac{٨ \times ٩}{١٢ \times ٩}$ و $\frac{٦ \times ١٢}{٩ \times ١٢}$ المتكافئان متساويين وحيث ان مقامي ١٢ × ٩ و ٩ × ١٢ متساويان كما في نمرة ٢١ فبسطا ٨ × ٩ و ٦ × ١٢ متساويان بالضرورة

(٧٥) ينتج مما سبق وهو عدم تغير مقدار الكسر بقسمة حديه على عدد واحد أنه اذا وجد قاسم مشترك بين حدي اي كسر امكن اختصار ذلك الكسر بدون أن يتغير مقداره وذلك بقسمة حديه على القاسم المشترك المذكور

مثلا اذا فرضت كسر $\frac{٣٠}{٤٢}$ فبقسمة حديه على ٢ يحصل الكسر المكافئ له وهو $\frac{١٥}{٢١}$ وبقسمة ١٥ و ٢١ على ٣ يحصل الكسر المختصر وهو $\frac{٥}{٧}$

ثم ان قسمة حدي الكسر المفروض وهما ٣٠ و ٤٢ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦ تؤدي من أول وهلة الى كسر $\frac{٥}{٧}$

(٧٦) الكسر الاصم هو ما لا يمكن تحويله الى صورة مختصرة بمعنى انه اذا لم يمكن التعبير عنه بكسر مكافئ له يكون حداه اقل من الحدين الاصليين كل من نظيره

ويؤخذ من هذا التعريف انه لا يمكن وجود قاسم مشترك بين حدي الكسر الاصم وأن الكسرين الاصمين المختلفي الحدود لا يمكن أن يكونا متحدي المقدار

(٧٧) اذا لم يكن لحدي الكسر قاسم مشترك كان ذلك الكسر اصم وذلك انه اذا فرضنا ان حدي كسر $\frac{١٢}{٣٥}$ ليس لهما قاسم مشترك وأن هذا الكسر مساو

الكسر $\frac{٨}{٣٠}$ الذى حداه اقل من الاول فبتحويل هذين الكسرين الى ذى مقام واحد وهو ٣٥ × ٢٠ يلزم ان البسطين الحادثين وهما ١٢ × ٢٠ و ٨ × ٣٥ متساويان وحيث ان ١٢ × ٢٠ يقبل القسمة على ١٢ فالحاصل الذى هو ٨ × ٣٥ يقبل أيضا القسمة على ١٢ وحيث ان ١٢ اولى مع ٣٥ لزم ان ١٢ يقسم ٨ كما فى نمرة ٥٧ وهذا محال لان عدد ١٢ الذى هو بسط كسر $\frac{١٢}{٣٥}$ أكبر من عدد ٨ الذى هو بسط كسر $\frac{٨}{٣٠}$ فاذن لا يمكن تحويل كسر $\frac{١٢}{٣٥}$ الى صورة مختصرة فعلى ذلك يكون كسرا اصم

(٧٨) يكفى فى تحويل اى كسر الى اصغر صورة واوجز عبارة بدون ان يتغير مقداره ان تقسم حديه على قاسمهما المشترك الاعظم كما فى نمرة ٧٧

مثلا اذا كان المطلوب تحويل كسر $\frac{٣٣٠}{٤٦٢}$ الى اوجز عبارة فاقسم حديه على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦٦ فيحصل الكسر الاصم وهو $\frac{٥}{٧}$ المكافئ للكسر $\frac{٣٣٠}{٤٦٢}$

واما كسر $\frac{١١٣}{٣٤٠}$ فهو اصم لان القاسم المشترك الاعظم بين حديه مساو للواحد

(٧٩) يكفى فى جمع الكسور المتحدة المقام ان تجمع البسوط الى بعضها ثم تضع تحت مجموعها المقام المشترك واما ان كانت مختلفة المقام فتحولها الى مقام مشترك ثم تجرى عليها العملية كما فى الصورة المتقدمة

مثلا مجموع كسرى $\frac{٢}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ هو $\frac{٢+٣}{٧}$ اى $\frac{٥}{٧}$ لان ٢ فى $\frac{١}{٧}$ زائدا ٣ فى $\frac{١}{٧}$ يعادل ٥ فى $\frac{١}{٧}$ او $\frac{٥}{٧}$

واذا كان المطلوب جمع كسرى $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٢}{٣}$ نحولهما الى مقام مشترك فيحصل لك كسران مكافئان لهما وهما $\frac{١٢}{١٥}$ و $\frac{١٠}{١٥}$ ويكون مجموعهما هو $\frac{١٢+١٠}{١٥}$ او $\frac{٢٢}{١٥}$

(٨٠) يكفى فى طرح اى كسر من آخر متحد معه فى المقام ان تطرح بسط

الكسر الاول من بسط الثانى ثم تضع المقام المشترك تحت الباقى المتحصل فان كان الكسران مختلفى المقام فحولهما الى مقام واحد ثم اجرِ عليهما العملية كما فى الصورة الاولى وبتطبيق هذه القاعدة ترى ان $\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$

و $\frac{٢٢}{١٥} - \frac{٤}{٥} = \frac{٢٢}{١٥} - \frac{١٢}{١٥} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

(٨١) يؤخذ مما تقدم فى نمرة ٧٣ انه اذا اريد ضرب اى كسر فى عدد صحيح يكفى ضرب البسط فى ذلك العدد الصحيح او قسمة المقام عليه وانه اذا اريد قسمة اى كسر على عدد صحيح يكفى قسمة البسط على ذلك العدد الصحيح أو ضرب المقام فيه فعلى هذا يكون حاصل ضرب $\frac{٥}{١٢}$ فى ٤ هو $\frac{٢٠}{١٢}$ او $\frac{٥}{٣}$ ويكون خارج قسمة $\frac{١٢}{٥}$ على ٤ هو $\frac{٣}{٥}$ او $\frac{١٢}{٢٠}$

(٨٢) اذا كان المضروب فيه كسرا فانه لا ينظر فى هذه الصورة الى كون الضرب يعتبر كجمع مختصر كما فى نمرة ١٦ بل ينظر فيها الى معنى الضرب من حيث هو بأن يلاحظ ان الغرض منه تحصيل عدد يسمى حاصلا مؤلف من عدد آخر يسمى مضروبا كتأليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الواحد ويؤخذ من ذلك انه فى ضرب عدة كسور فى بعضها يكفى ايجاد حاصل ضرب البسوط على التوالى ثم حاصل ضرب المقامات وهذان الحاصلان عبارة عن حدى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

وبيان ذلك انه اذا اريد ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ يكفى فى ذلك ايجاد عدد يسمى حاصلا مؤلف من $\frac{٢}{٣}$ كتأليف $\frac{٤}{٥}$ من الواحد وحيث ان $\frac{٤}{٥}$ مؤلف من خمس الواحد ٤ مرات فحاصل ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ يكون بأخذ خمس $\frac{٢}{٣}$ اربع مرات وحيث ان خمس $\frac{٢}{٣}$ هو $\frac{٢}{٣\times٥}$ كما فى نمرة ٨١ فخمس $\frac{٢}{٣}$ المكرر اربع مرات يساوى $\frac{٢}{٣\times٥}$ اربع مرات اى $\frac{٢\times٤}{٣\times٥}$ فاذن يكون حاصل ضرب $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٢\times٤}{٣\times٥}$ اى $\frac{٨}{١٥}$

وبذلك تحقق القاعدة المذكورة فى كسرين

واذا

واذا اريد تحصيل حاصل ضرب ثلاثة كسور ككسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٧}{١١}$

لزم ان يلاحظ انه حيث كان حاصل ضرب الكسرين الاولين يساوى $\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٥}$

يكفى ضرب هذا الكسر الاخير فى $\frac{٧}{١١}$ فيتحصل $\frac{٢ \times ٤ \times ٧}{٣ \times ٥ \times ١١}$

اى $\frac{٥٦}{١٦٥}$

وحيث صح اجراء القاعدة فى ثلاثة كسور فلا مانع من اجرائها ايضا فى اربعة فاكثر

تنبيهان * الاول لا يتغير مقدار حاصل ضرب عدة كسور بتغير مواضعها لانه لما كانت البسوط والمقامات اعدادا صحيحة كان لا يتغير كل من حاصل ضرب البسوط وحاصل ضرب المقامات كما فى نمرة ٢١ وهذان الحاصلان عبارة عن حدى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

ويؤخذ من هذه الخاصية ان قاعدة نمرة ١٧ تجرى ايضا فى الكسور

التنبيه الثانى كلما كبر او صغر المضروب فيه عن الواحد كبر او صغر حاصل الضرب عن المضروب لانه اذا ساوى المضروب فيه الواحد ساوى الحاصل المضروب ويكون مؤلفا منه كتاليف المضروب فيه من الواحد

فعلى هذا يكون حاصل ضرب الكسرين اذا كانا دون الواحد اصغر من كل منهما

(٨٣) ضرب عدة كسور فى بعضها هو عبارة عن اخذ كسور الكسور

مثلا اذا كان المطلوب ايجاد حاصل ضرب كسور $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٤}{٥}$ و $\frac{٧}{١١}$ لزم ان تضرب اولا $\frac{٢}{٣}$ فى $\frac{٤}{٥}$ بمعنى انك تاخذ $\frac{٤}{٥}$ من $\frac{٢}{٣}$ فيتحصل $\frac{٨}{١٥}$ ثم تضرب هذا الحاصل الاخير فى $\frac{٧}{١١}$ بمعنى انك تاخذ منه $\frac{٧}{١١}$ فيتحصل $\frac{٥٦}{١٦٥}$ فبذلك قد اخذت $\frac{٧}{١١}$ من $\frac{٤}{٥}$ من $\frac{٢}{٣}$

(٨٤) قوى الكسر الاصم هى ايضا كسور صماء

فاذا فرضنا مثلا ان $\frac{٦}{٧}$ هو الكسر الاصم كانت قوته الثالثة ايضا كسرا اصم وذلك لان قوة $\frac{٦}{٧}$ الثالثة هى $\frac{٦}{٧} \times \frac{٦}{٧} \times \frac{٦}{٧}$ او $\frac{٦ \times ٦ \times ٦}{٧ \times ٧ \times ٧}$

او $\frac{٣٦}{٣٧}$ فاولم يكن هذا الكسر الاخير اصم لقبل حداه وهما ٣٦ و ٣٧ القسمة على عدد واحد اولى كما فى نمرة ٧٧ فيكون هذا العدد الاخير قاسما للعددى ٦ و ٧ كما فى نمرة ٥٨ وهذا يستلزم ان كسر $\frac{٦}{٧}$ لا يكون أصم كما فى نمرة ٧٥ وهو خلاف الفرض

وحيث لا مانع من اقامة مثل هذه البراهين على جميع قوى اى كسر اصم فالقاعدة المذكورة صحيحة

(٨٥) اذا كان المطلوب قسمة اى كسر على آخر كفى فى ذلك أن تضرب كسر المقسوم فى كسر المقسوم عليه منعكسا

البرهان الاول على ذلك هو أنه اذا كان المطلوب قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ فبتحويل هذين الكسرين الى مقام واحد تؤول المسئلة الى قسمة $\frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٥}$ على $\frac{٤ \times ٣}{٥ \times ٣}$ ويؤل هذا الى قسمة ٢ × ٥ على ٤ × ٣ لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عددين متساويين وهما ٣ × ٥ و ٥ × ٣ كما فى نمرة ٣٥ فحينئذ خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٥ \times ٢}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

البرهان الثانى يلزم ان خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ يكون بحيث اذا ضرب فى $\frac{٤}{٥}$ لابد أن ينتج $\frac{٢}{٣}$ وحيث ان ضرب خارج القسمة فى $\frac{٤}{٥}$ هو عبارة عن ان يؤخذ منه $\frac{٤}{٥}$ فاذن يكون $\frac{٤}{٥}$ خارج القسمة او ٤ فى $\frac{١}{٥}$ هذا الخارج يعادل $\frac{٢}{٣}$

فاذن يعادل $\frac{١}{٥}$ الخارج ربع $\frac{٢}{٣}$ او $\frac{٢}{٤ \times ٣}$

فعلى ذلك يعادل خارج القسمة ٥ فى $\frac{٢}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٥ \times ٢}{٤ \times ٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

واذا كان المطلوب قسمة عدد صحيح على كسر لزم وضعه على صورة الكسر بان يجعل الواحد مقامه فيؤل الامر الى قسمة كسر على كسر

فعلى

فعلى هـذا يكون خارج قسمة ٥ على $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{٥}{١}$ × $\frac{٤}{٣}$ او $\frac{٢٠}{٣}$

● (تنبيهان) ● الاول متى قسم كسر على آخر فان كان المقامان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط الكسر المقسوم ومقامه بسط الكسر المقسوم عليه وان كان البسطان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط مقام الكسر المقسوم عليه ومقامه مقام الكسر المقسوم

وذلك لان خارج قسمة $\frac{٣}{٧}$ على $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو $\frac{٣}{٧}$ × $\frac{٧}{٥}$ او $\frac{٧×٣}{٧×٥}$ او $\frac{٣}{٥}$

وخارج قسمة $\frac{٧}{٣}$ على $\frac{٧}{٥}$ هو $\frac{٥}{٧}$ × $\frac{٥}{٧}$ او $\frac{٥×٧}{٧×٣}$ اى $\frac{٥}{٣}$

(التنبيه الثانى) متى قسم الواحد على كسر كان خارج القسمة مساويا لهـذا الكسر منعكسا لان خارج قسمة ١ على $\frac{٥}{٧}$ مثلا هو ١ × $\frac{٧}{٥}$ اى $\frac{٧}{٥}$

(٨٦) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح الى عدد كسرى مكافئ له معلوم المقام كفى فى ذلك ضرب العدد الصحيح فى المقام المفروض فحاصل الضرب يدل على بسط العدد الكسرى المطلوب فعلى هـذا اذا اريد تحويل ٥ الى أسباع مثلا يلاحظ انه حيث كان الواحد يعادل ٧ اسباع فعدد ٥ يعادل ٧ اسباع ٥ مرات اى ٥ × ٧ اسباع او $\frac{٧×٥}{٧}$ اى $\frac{٣٥}{٧}$

(٨٧) اذا كان المطلوب استخراج الاعداد الصحيحة الموجودة فى عدد كسرى كفى فى ذلك قسمة البسط على المقام فعلى هـذا حيث ان قسمة ١٣ على ٥ مثلا خارجها الصحيح ٢ وباقيها ٣ يظهر أن $\frac{١٣}{٥}$ مؤلف من عدد صحيح وهو ٢ زائدا $\frac{٣}{٥}$

(٨٨) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح مع كسر الى عدد كسرى واحد كفى فى ذلك ضرب العدد الصحيح فى مقام الكسر واضافة البسط الى الحاصل ثم يجعل مقامه مقام الكسر المفروض

مثلا $\frac{٣}{٥}$ ٢ يعادل $\frac{٢×٥+٣}{٥}$ او $\frac{١٣}{٥}$ لانه لما كان العدد الصحيح وهو ٢ يعادل $\frac{١٠}{٥}$ كان $\frac{٣}{٥}$ ٢ يعادل $\frac{١٠}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$ او $\frac{١٣}{٥}$

(٨٩) حيث ان عمليات الكسور صارت بما ذكرناه سهلة لاصعوبة فيها ناسب

أن نبين الآن كيفية العمل فى الاعداد المركبة من كسور واعداد صحيحة فنقول

اولا * طريق العمل فى الجمع أن تبحث عن مجموع الكسور ثم تستخرج منه العدد الصحيح المنحصر فيه ثم تضيف ذلك العدد الصحيح الى الاعداد الصحيحة المصاحبة للكسور

مثلا اذا كان المطلوب جمع $\frac{١٥}{٩}$ ٧ و $\frac{٨}{٩}$ ٣ فانك تضع العملية على هذا الوجه

٣	$\frac{٨}{٩}$
٧	$\frac{١٥}{٩}$
١٢	$\frac{٥}{٩}$

ثم تقول $\frac{٨}{٩}$ زائدا $\frac{١٥}{٩}$ يعادل $\frac{٢٣}{٩}$ اى $\frac{٥}{٩}$ ٢ فتضع $\frac{٥}{٩}$ وتحفظ ٢ ثم تقول ٢ محفوظة و ٧ يحصل ٩ و ٣ يبلغ ١٢ فتضع ١٢ فيكون $\frac{٥}{٩}$ ١٢ هو المجموع المطلوب

وثانيا * طريق العمل فى الطرح أن تبحث عن اسقاط الكسر من الكسر والعدد الصحيح من العدد الصحيح

فاذا كان كسر المطروح اكبر من كسر المطروح منه استعرت له واحدا من العدد الصحيح المصاحب لكسر المطروح منه ولنمثل لذلك بهذين المثالين

المطروح منه	$\frac{٥}{٧}$ ٨	المطروح منه	$\frac{٢}{٧}$ ٦
المطروح	$\frac{٣}{٧}$ ٢	المطروح	$\frac{٤}{٧}$ ٣
الباقى	$\frac{٢}{٧}$ ٦	الباقى	$\frac{٥}{٧}$ ٢

فلاجل طرح $\frac{٣}{٧}$ ٢ من $\frac{٥}{٧}$ ٨ تطرح $\frac{٣}{٧}$ من $\frac{٥}{٧}$ و ٢ من ٨ فيكون مجموع الباقيين الجزئيين وهما $\frac{٢}{٧}$ ٦ هو الباقى الكلى ولاجل

طرح

طرح $\frac{٤}{٧}$ ٣ من $\frac{٢}{٧}$ ٦ تستعيروا حدا من ٦ آحاد العدد الاكبر ونضم الواحد الذى يعادل $\frac{٧}{٧}$ الى $\frac{٢}{٧}$ فيتحصل $\frac{٩}{٧}$ فتطرح منها $\frac{٤}{٧}$ فيكون الباقى $\frac{٥}{٧}$ وحيث استعرت ١ من ٦ فاطرح ٣ من ٥ فيكون الباقى ٢ وبانضمام الباقيين الجزئيين الى بعضهما يكون مجموعهما هو الباقى الكلى وهو $\frac{٥}{٧}$ ٢

وثالثها طريق العمل فى الضرب والقسمة أن تبحث عن تحويل كل من العددين المعلومين الى عدد كسرى واحد كما فى نمرة ٨٨ ثم تطبق على الاعداد الكسرية قاعدة نمرة ٨٢ و ٨٥

مثال ذلك $\frac{٣}{٥}$ ٢ و $\frac{٢}{٧}$ ٤ فتجرى العملية على كسرى $\frac{١٣}{٥}$ و $\frac{٣٠}{٧}$ المكافئين للاولين فتجد حاصل ضربهما $\frac{٣٩٠}{٣٥}$ اى $\frac{٧٨}{٧}$ وخارج قسمتهما $\frac{١٣}{٥}$ $\times$ $\frac{٧}{٣٠}$ اى $\frac{٩١}{١٥٠}$

(٩٠) ميزان عمليات الكسور الاعتيادية الاربعة هو كميزان القواعد الاربعة الاصلية فى الاعداد الصحيحة المقررة فى نمر ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٢

(الفصل الثانى فى الكسور الاعشارية)

(٩١) ولنشرع الآن فى الكلام مع الاختصار على عمليات الكسور فى صورة ما اذا فرض أن الواحد لا يتجزأ الا الى اجزاء صغيرة من عشرة الى عشرة بمعنى أن المقام يكون دائما واحدا يصحبه عدة اصفار وما كان من الكسور من هذا القبيل يعرف فى اصطلاحهم بالكسور الاعشارية

فعلى هذا كل من $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠}$ كسر اعشارى

(٩٢) الطريقة المستعملة فى وضع الاعداد الصحيحة هى المستعملة ايضا فى وضع الكسور الاعشارية على صورة الاعداد الصحيحة لانه حيث كانت الارقام المختلفة من اى عدد كان تدل بموجب هذه الطريقة على الآحاد من عشرة الى عشرة اصغر منها بمجرد التقدم الى الجهة اليمنى من منزلة الى اخرى ينتج من ذلك أنه اذا وضعت ارقام على يمين رقم الآحاد كان اول رقم منها دالا

على اعشار الاحد والثانى على اعشار العشر او على اجزاء المآت والثالث على اعشار عشر العشر او اجزاء الالوف وهكذا

ولاجل تمييز رقم الآحاد من الاعشار يوضع على يمينه شرطة اعشارية صورتها هكذا ر

فعلى هذا اذا أريد وضع كسر $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ الاعشارى على صورة عدد صحيح يلاحظ انه يتحال الى $\frac{٥٠٠}{١٠٠} + \frac{٤٠}{١٠٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ اوالى ٥ آحاد + $\frac{٤}{١٠}$ + $\frac{٧}{١٠٠}$ فبناء على ذلك يوضع هكذا ٤٧ ر ٥ وبمثل هذه التعليلات توضع كسور $\frac{٢٠٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠٠}$ و $\frac{٢٠٠٤}{١٠٠٠٠٠}$ و $\frac{٣٠٠٠٤}{١٠٠٠}$ الاعشارية هكذا ٠٧ ر ٢ و ٢٤٧ر٠ و ٠٢٠٠٤ر٠ و ٠٠٤ر ٣٠

وبالجملة فتى اردت وضع كسرا عشارى على صورة عدد صحيح فانك تضع البسط ثم تفصل بالشرطة عدة ارقام بقدر الاصفار التى على يمين المقام

فان لم يحتو البسط على الارقام اللازمة لوضع الشرطة وضعت اصفارا على يسار البسط المذكور

فاما الارقام التى على يمين الشرطة فهى الارقام الاعشارية و يتألف منها الجزء الاعشارى واما الارقام التى على يسارها فيتألف منها العدد الصحيح فعلى هذا عدد ٤٥٧ر ٢٣ الاعشارى مثلا يحتو على ثلاثة ارقام اعشارية وهى ٤٥٧ وعلى عدد صحيح وهو ٢٣

(٩٣) اذا اردت تحويل عدد اعشارى الى كسر اعتيادى اخذت كسرا يكون بسطه العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الاحد المتبوع بعدة اصفار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام

مثلا عدد ٤٧ ر ٥ الاعشارى يساوى $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ لأن ٤٧ر ٥ = ٥ آحاد + $\frac{٤}{١٠}$ + $\frac{٧}{١٠٠}$ = $\frac{٥٠٠}{١٠٠} + \frac{٤٠}{١٠٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ = $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$

(٩٤) اذا أردت قراءة عدد اعشارى غبارى فانطق بالجزء الصحيح اولا كما لو كان وحده ثم بالجزء الاعشارى كالعدد الصحيح الا انه يزاد عليه فى الآخر اسم آحاد الرقم الاخير من الجهة اليمنى

فنقول

فتقول مثلا فى عدد ٣٩ و ٢٢٧ الاعشارى مائتان وسبعة وعشرون صحاحا وتسعة وثلاثون من مائة وان شئت قلت اثنان وعشرون الفا وسبعمائة وتسعة وثلاثون من مائة لان ٣٩ و ٢٢٧ = $\frac{٢٢٧٣٩}{١٠٠}$

وتقول ايضا فى عدد ٠٣٩ و ٢٠٧ مائتان وسبعة صحاحا وتسعة وثلاثون من الف أو مائتان وسبعة آلاف وتسعة وثلاثون من الف

(٩٥) اذا أردت كتابة عدد اعشارى فضع على التوالى مايدل عليه العدد المفروض المنطوق به من عدد آحاد كل نوع مبتدئا من الجهة اليسرى وضع محل الآحاد الناقصة المجهولة واسطة اصفار ثم ضع الشرطة على يمين رقم الآحاد الصحيحة بحيث يكون كل رقم فى منزلة جنس آحاده

فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين صحاحا وتسعة وثلاثين من مائة • او اثنين وعشرين الفا وسبعمائة وتسعة وثلاثين من مائة فضعه على هذه الصورة ٣٩ و ٢٢٧ وكذلك عدد مائتين وسبعة صحاحا وتسعة وثلاثين من ألف او مائتين وسبعة آلاف وتسعة وثلاثين من الف فصورة وضعه هكذا ٠٣٩ و ٢٠٧

(٩٦) حيث ان نوع الآحاد المعبر عنها باى رقم من العدد الاعشارى متوقف دون غيره على وضع هذا الرقم المعبر به عنه بالنظر للشرطة ينتج عن ذلك ثلاثة امور

احدها أن مقدار العدد الاعشارى لا يتغير بوضع اصفار على يمينه او رفعها مثلا ٣ و ٢ = ٣٠٠ و ٢ لان $\frac{٣}{١٠} = \frac{٣٠٠}{١٠٠٠}$

وثانيها أنه اذا قدمت الشرطة الى الجهة اليمنى لاى عدد اعشارى منزلة أو منزلتين او ثلاثا الخ يكبر العدد المذكور ١٠ مرات او ١٠٠ مرة او ١٠٠٠ مرة الخ فكأن العدد على هذا ضرب فى ١٠ او ١٠٠ أو ١٠٠٠ الخ مثلا اذا قدمت الشرطة منزلتين الى جهة يمين ٤٥٦ و ٣ كبر العدد المذكور ١٠٠ مرة لان كل رقم من النتيجة وهى ٦ و ٣٤٥ يدل على آحاد اكبر مما كان عليه ١٠٠ مرة

وتتضح هذه الخاصية ايضا بقواعد نمرة ٩٣ و ٨١ و ٩٢ لانه بموجبها يكون

$$٦ ، ٣٤٥ = \frac{٣٤٥٦}{١٠} = \frac{١٠٠ \times ٣٤٥٦}{١٠٠ \times ١٠} = \frac{٣٤٥٦}{١٠٠٠} \times ١٠٠$$

$$= ٤٥٦ ، ٣ \times ١٠٠$$

ثالثها انه اذا قدمت الشرطة منزلة أو منزلتين اوثلاثا الخ الى الجهة اليسرى لاى عدد اعشارى يصغر العدد المذكور ١٠ مرات أو ١٠٠ او ١٠٠٠ الخ فكأن العدد على هذا قسم على ١٠ او ١٠٠ او ١٠٠٠ الخ وهذه الخاصية هى مفهوم الخاصية الثانية

(٩٧) حيث ان كيفية اجراء العمليات على الاعداد الصحيحة مبنية على هذه الخاصية وهى ان كل عشرة احاد من اى منزلة كانت يتألف منها واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة وان هذه الطريقة جارية أيضا فى الاعداد الاعشارية فعملياتها حينئذ هى عين عمليات الاعداد الصحيحة

وجمع الاعداد الاعشارية وطرحها كجمع الاعداد الصحيحة وطرحها غير أنه يلزم مزيد الاهتمام هنا بوضع الآحاد المتحدة المقدار بعضها تحت بعض

(أمثلة الجمع)

٢٤ ، ١٢	٩٠٩٠٠٩ ، ٢٨٠٠٠	٢ ، ٣٧٠٥
٥٣ ، ٤٢	١٠١٩٩١ ، ٩٩	٧٥٠١ ، ٨٩
٨٧ ، ٥٤	٠١١٠٠٠ ، ٨١٠٠	٩٥٠١ ، ٣٧٩٤

٤٠٠٧٠٠١٢ ، ٩٠٠٠
٥٦٧٣ ، ٨٢١٠
٩٦٨٠٠٠١٢ ، ١٧٢١٠

(أمثلة الطرح)

٥٤ر٨٧	٢٨١٠٠ر٠١١
١٢ر٣٤	٢٨٠٠٠ر٩٠٩٠٠٩
٤٢ر٥٣	٩٩ر١٠١٩٩١

٣٧٩٤ر٩٥٠١	١٧٢١٠ر٩٦٨٠٠٠١٢
٨٩ر٧٥٠١	٨٢١٠ر٥٦٧٣
٣٧٠٥ر٢	٩٠٠٠ر٤٠٠٧٠٠١٢

(٩٨) ضرب الاعداد الاعشارية يجرى عمليته بقطع النظر عن الشرطة ثم يفصل من يمين الحاصل ارقام اعشارية بقدر ما وجد منها فى كل من العاملين

مثلا اذا ضربنا ٢ر٤ × ٥٧ر٣ فبحذف الشرطة من هذين العددين يكبر الاول ١٠ مرات والآخر ١٠٠ مرة فيتحصل اذن الحاصل المطلوب بضرب ٢٤ فى ٣٥٧ وبتصغير النتيجة التى هى ٨٥٦٨ ألف مرة بان تفصل ثلاثة ارقام اعشارية من يمين ٨٥٦٨ يكون الحاصل المطلوب ٨ر٥٦٨

ويتوصل الى هذه النتيجة ايضا بقواعد نمرة ٩٣ و ٨٢ و ٩٢ لانه بموجبها يكون ٢ر٤ × ٥٧ر٣ $= \frac{٢٤}{١٠} \times \frac{٣٥٧}{١٠٠} = \frac{٢٤ \times ٣٥٧}{١٠ \times ١٠٠}$

$= \frac{٨٥٦٨}{١٠٠٠} =$ ٨ر٥٦٨

(تنبيه) اذا لم يحتو الحاصل الناتج من ضرب العاملين بقطع النظر عن الشرطة على ما يلزم لوضع الشرطة من الارقام يكفى وضع اصفار على يسار الحاصل المذكور ليكمل بذلك ما نقص من ارقام ذلك الحاصل

فعلى هذا اذا كان المطلوب ضرب ٠ر٠٤ فى ٠ر٠٠١٢ فاضرب ٤ فى ١٢ فيكون الحاصل ٤٨ وحيث انه يلزم فصل ستة ارقام

اعشارية من يمين الحاصل المذكور بموجب القاعدة المقررة لزم تعويض ٤٨ بعدد مكافئ لذلك الحاصل وهو ٠٠٠٠٠٠٤٨ ثم تفصل حينئذ الارقام الستة الاعشارية فيكون الحاصل المطلوب هو ٠٠٠٠٠٤٨ ر ٠

(٩٩) قسمة الاعداد الاعشارية لها صورتان

اولا * اذا كانت عدة الارقام الاعشارية واحدة فى المقسوم والمقسوم عليه فخارج القسمة يتحصل بقطع النظر عن الشرطة لان حذفها يؤدى الى ضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد كما فى الخاصية الثانية من نمرة ٩٦ بدون ان يتغير الخارج المذكور كما فى نمرة ٣٥

فعلى هذا خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ يتحصل بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ فيكون الخارج ٢

ويتوصل الى هذه النتيجة بملاحظة ان هذين العددين لما كانا مكافئين الكسرى $\frac{٤٨٦}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٣}{١٠٠}$ المتحدى المقام كان خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ هو $\frac{٤٨٦}{٢٤٣}$ كما فى التنبيه الاول من نمرة ٨٥ فعلى ذلك يتحصل خارج القسمة المذكور بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ كما فى تنبيه نمرة ٧١

وثانيا * اذا لم تكن عدة الارقام الاعشارية واحدة فى المقسوم والمقسوم عليه رجعت تلك الصورة الى المتقدمة بان تضع اصفارا على يمين العدد الذى تكون ارقامه الاعشارية اقل فى العدد من ارقام الآخر كما فى الخاصية الاولى من نمرة ٩٦ فعلى هذا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٠٠٢٤٣ ر ٠ نحول المسئلة اولا الى قسمة ٨٦٠٠٠ ر ٤ على ٠٠٢٤٣ ر ٠ ثم اقسم ٤٨٦٠٠٠ على ٠٠٢٤٣ او ٤٨٦٠٠٠ على ٢٤٣ فيكون خارج القسمة المطلوب هو ٢٠٠٠

(تنبيه) فى صورة ما اذا لم تكن الارقام الاعشارية متحدة العدد فى المقسوم والمقسوم عليه يمكن الاستغناء عن وضع الاصفار على يمين احدهما الذى تكون ارقامه الاعشارية اقل من عدد ارقام الآخر ثم تجرى عملية القسمة بقطع النظر عن الشرطة ويضرب خارج القسمة المتحصل فى قوة مناسبة من قوى عدد ١٠

او يقسم

او يقسم على القوة المذكورة فيتحصل بذلك خارج القسمة المطلوب واس تلك القوة يساوى الفرق الذى بين عدد الارقام الاعشارية التى فى المقسوم والمقسوم عليه

مثلا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٤٨٠٠٠٠ر٠ على ١٢ر٠ فاقطع النظر عن الشرطة واقسم ٤٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٤ ثم اقسم هذا الخارج على ١٠^٣ او على ١٠٠٠ فيكون خارج قسمة ٠٠٠٤٨ر٠ على ١٢ر٠ هو ٠٠٤ر٠ وهو خارج القسمة المطلوب لانه بحذف الشرطة من المقسوم الذى هو ٠٠٠٤٨ر٠ يكبر بقدر ١٠^٥ كما فى الخاصية الثانية من نمرة ٩٦ وحينئذ يكبر خارج القسمة بقدر تلك المرات كما فى نمرة ٣٥ لكن بحذف الشرطة من المقسوم عليه الذى هو ١٢ر٠ يكبر بقدر ١٠^٢ وحينئذ يصغر خارج القسمة بقدر ١٠^٢ كما فى نمرة ٣٥ وينتج من ذلك انه بحذف الشرطة من المقسوم والمقسوم عليه يضرب خارج القسمة المطلوب فى $\frac{10^5}{10^2}$ فيضرب اذن الخارج المذكور فى $\frac{10^2}{10^5}$ ويقسم على $\frac{10^5}{10^2}$ او فى ١٠^٣ فيتحصل حينئذ خارج القسمة المطلوب بقسمة خارج قسمة ٤٨ على ١٢ على ١٠^٣

ويجرى مثل ذلك فى استخراج خارج قسمة ٤٨ر٠ على ١٢٠٠٠ر٠ فيكفى قطع النظر عن الشرطة وقسمة ٤٨ على ١٢ فيتحصل من ضرب الخارج وهو ٤ فى ١٠^٣ خارج القسمة المطلوب وهو ٤٠٠٠

فقد رأيت فى هذين المثالين أن ١٠^٣ هو العدد الذى يلزم قسمة خارج القسمة المتحصل عليه اوضرب به فيه لاجل تحصيل خارج القسمة المطلوب وأن الاس ٣ هو الفرق بين عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المقسوم والمقسوم عليه

(١٠٠) ميزان القواعد الاربعة للاعداد الاعشارية هو كميزان القواعد المقررة فى نمرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٢٣

(تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية)

(١٠١) حيث ان الكسر الاعتيادى عبارة عن خارج قسمة البسط

على المقام كما فى نمرة ٧١ فلاجل تحويل الكسر الاعتيادى الى كسر أعشارى يبحث اولا عن الجزء الصحيح الناتج من خارج قسمة البسط على المقام ثم توضع الشرطة الاعشارية على يمين رقم احاد الجزء الصحيح المذكور ولاجل ايجاد ارقام خارج القسمة الاعشارية يلزم تحويل البواقى المتوالية الى اعشار والى اجزاء من مائة واجزاء من الف الخ بأن يوضع صفر على يمين كل باق تحصل فالتحصل بهذه الكيفية من الارقام على يمين الاعداد الصحيحة يدل على الاعشار والاجزاء المئينية وغير ذلك من العدد الاعشارى المكافئ للكسر المطلوب تحويله الى اعشارى ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٩٨}{٢٥}$ الى اعشارى فنضع صورة العملية على هذا المنوال

٩٨	٢٥
٢٣٠	
٥٠	٣ر٩٢

وقسمة ٩٨ على ٢٥ يكون خارجها عددا صحيحا وهو ٣ ويبقى ٢٣ آحادا اى ٢٣٠ جزءا من عشرة وبقسمتها على ٢٥ يكون الخارج ٩ من ١٠ ويبقى ٥ من ١٠ تعادل ٥٠ من مائة وقسمة ٥٠ من مائة على ٢٥ خارجها ٢ من مائة ويبقى صفر فاذن يكون الكسر المذكور مكافئا للعدد ٣ر٩٢

وذلك لأن $٣ر٩٢ = \frac{٣٩٢}{١٠٠} = \frac{٩٨\times٤}{٢٥\times٤} = \frac{٩٨}{٢٥}$

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٣}{١١}$ الى كسر اعشارى فيلزم لاجل ذلك قسمة ٣ على ١١ كما فى المثال المتقدم فيكون خارج القسمة ٠ر٢٧٢٧٢٧ وهو كسر لانهاية له حيث ان رقميه يتجددان دائما على التوالى بدون انقطاع

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٦٧٧}{٤٩٥٠٠}$ الى كسر اعشارى فنجد بعد اجراء العملية $\frac{٦٧٧}{٤٩٥٠٠} = ٠ر٠١٣٦٧٦٧٦٧$ وهكذا

من

من اعداد ٦٧ الاعشارية الى غير نهاية

تنبيه * يتوصل بالقاعدة المذكورة الى بيان كون خارج قسمة عدد على آخر كسرا اعشاريا فعلى هذا خارج قسمة ٩٫٨ على ٢٫٥ او ٩٨ على ٢٥ يكون ٣٫٩٢ كما فى نمرة ٩٩ وخارج قسمة ٠٫٠٠٣ على ٠٫١١ او ٣ على ١١ يكون ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

(١٠٢) الكسور الاعشارية التى ظهرت فى المثالين الاخيرين تسمى بالكسور الدورية فاولهما وهو ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشارى الدورى البسيط لان جملة ارقامه المتحصلة على التوالى بدون انقطاع المسماة دورية تظهر بعد الشرطة مباشرة بدون واسطة وثانيهما وهو ٠٫١٣٦٧٦٧٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشارى الدورى المركب لان الجزء الدورى فيه وهو ٦٧ لا يظهر الا بعد الشرطة بواسطة حيث يفصله عنها جزء اعشارى غير دائر وهو ١٣٠

ولنبين أن كل كسر اعشارى دورى يمكن تحويله الى كسر اعتيادى مكافئ له فنقول

اولا * لنفرض أن المطلوب تحويله الى كسر اعتيادى هو كسر ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية فلاجل التوصل الى ذلك نبحث عن صيغة اخرى مركبة من هذا الجزء الدورى بعينه ثم نطرح احدى الصيغتين من الاخرى فينعدم الجزء الدورى ويسهل استنتاج مقدار الكسر الدورى المفروض فاذا رمزنا بحرف س لمقدار كسر ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية وضربنا هذا المقدار فى ١٠٠ كان

١٠٠ فى س = ٢٧٫٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية و س = ٠٫٢٧٢٧٢٧ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

فاذا طرحنا س من ١٠٠ س كان الباقي وهو ٩٩ في س مساويا ٢٧٢٧٢٧ ر٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية — ٢٧٢٧٢٧ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية اومساويا ٢٧ لان الاجزاء الاعشارية الدورية يمحو بعضها بعضا فاذن يكون

٩٩ في س = ٢٧ وينتج من هذا أن س = $\frac{٢٧}{٩٩}$ = $\frac{٣}{١١}$

فعلى ذلك يكون كل كسر دوري بسيط اصغر من الواحد مكافئا لكسر اعتيادي بسطه الجزء الدوري ومقامه عدد مؤلف من عدة تسعات بقدر ما في الجزء الدوري من الارقام

وثانيا . اذا كان المطلوب تحويل اي كسر دوري مركب الى كسر اعتيادي فانا نضع الشرطة بالتوالي على يمين الجزء الدوري الاول وعلى يساره فبهذا يتحصل عددان مؤلفان من جزء دوري واحد وحيث ان الفرق بين هذين العددين لا يحتوي على الجزء الدوري فاستخراج مقدار الكسر المفروض على غاية من السهولة

مثلا ليكن المطلوب تحويله هو صيغة ٠١٣٦٧٦٧٦٧ ر٨ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية التي جزؤها الدوري ٦٧ فاذا رمزنا بحرف س الى مقدارها كان

١٠٠٠٠٠ في س = ٦٧٦٧ ر ٨٠١٣٦٧ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية و ١٠٠٠ في س = ٦٧٦٧ر٨٠١٣ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية

فاذا طرحنا ١٠٠٠ في س من ١٠٠٠٠٠ في س ولاحظنا انعدام الدوريين وجدنا

٩٩٠٠٠ في س = ٨٠١٣٦٧ — ٨٠١٣ وينتج من هذا أن

س = $\frac{٨٠١٣٦٧ — ٨٠١٣}{٩٩٠٠٠}$ وبمقابلة مقدار س هذا مع عدد ٦٧٦٧٦٧ ٨٠١٣ر٨ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية نتوصل الى هذه القاعدة

وهى انه اذا كان المطلوب تحويل أى كسر اعشارى دورى مركب الى كسر اعتيادى فانك تنقل الشرطة على التوالى الى يمين الجزء الدورى الاول ويساره فما يكون من الفرق بين جزأى الكسور الاعشارية الصحيحين المتحصلين يدل على بسط الكسر المطلوب وأما المقام فتأخذ لاجل تأليفه من التسعات بقدر ما فى الجزء الدورى من الارقام ثم تضع على يمين العدد المأخوذ من الاصفار بقدر الارقام التى بين الشرطة والجزء الدورى الاول

وهذه القاعدة يصح اجراؤها أيضا فى الكسور الاعشارية الدورية البسيطة التى تكون أكبر من الواحد لكن بملاحظة أن تلك الكسور لخلوها عن الارقام بين الشرطة والجزء الدورى الاول لا يلزم فيها وضع اصفار عقب التسعات الموجودة فى مقام الكسر الاعتيادى المكافئ له

فيتحصل اذن من القواعد المتقدمة ان

٢٠ر٣٠٤٠٤٠٤ وهكذا من اعداد ٤ وصفر الاعشارية

$$= \frac{٢٠٣٠٤-٢٠٣}{٩٩٠} = \frac{٢٠١٠١}{٩٩٠}$$

وأن ١٣٧ ر ٢٥٢٥٢٥ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية

$$= \frac{١٣٧٢٥-١٣٧}{٩٩} = \frac{١٣٥٨٨}{٩٩}$$

تنبيه * وبمثل هذا يوجد أيضا أن

٩ر٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩٩-٩}{٩} =$ ١٠ ر ٠ر٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩}{٩} = ١$

وأن ٠ر٠٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $= \frac{٩}{٩٠} =$ ١ر٠ و ٠ر٠٠٩٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية $=$ ٠ر٠١ وهكذا من اعداد ١ و ٠ الاعشارية وينتج من ذلك أن كل كسر اعشارى مؤلف من عدة تسعات لا نهاية لها يساوى واحدا من المنزلة التى فوق المنزلة المبتدأة منها السلسلة مباشرة

(١٠٣) يمكن للطالب دائما أن يتحقق فى مبدا الامر من خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح أو كسر دورى بسيط أو كسر دورى مركب

وذلك لامور

أولا * متى كان المقام واحدا متبعا باصفار فان قاعدة نمرة ٩٢ تؤدى بدون واسطة الى العدد الاعشارى المكافئ للكسر المفروض

وثانيا * اذا لم يكن المقام واحدا متبعا باصفار بان كان لا يحتوى الا على عوامل اولية كعاملى ٢ و ٥ الاولين لاس ١٠ فانه يعبر دائما عن الكسر باعشارى على التحقيق لانه بضرب حدى الكسر فى قوة من قوى عدد ٢ او ٥ بحيث يدخل كل من عاملى ٢ و ٥ فى المقام الجديد دخولا متحدا فيهما سواء كان مرة أو أكثر يتحول الكسر المذكور الى كسر مكافئ له يكون مقامه الواحد المتبع بعدة اصفار وهذا الكسر الاخير لا يكون اصم بل يحول الى اعشارى على التحقيق كما فى نمرة ٩٢

ومن هذا القبيل كسر $\frac{٧}{٤٠}$ وذلك لان

$$\frac{٧}{٤٠} = \frac{٧}{٢^٣\times٥} = \frac{٧\times٥^٢}{٢^٣\times٥^٣} = \frac{٧\times٥^٢}{(٢\times٥)^٣} = \frac{٧\times٥^٢}{(١٠)^٣}$$

$$= \frac{١٧٥}{١٠٠٠} = ٠٫١٧٥$$

وقسمة ٧ على ٤٠ تؤدى الى هذه النتيجة بعينها كما فى نمرة ١٠١

تنبيه * عدد الارقام الاعشارية يساوى عدد ٣ الذى هو أس عاملى ٢ و ٥ الداخل مرارا عديدة فى ٤٠ التى هى مقام الكسر المفروض

وبالجملة فبعد حذف جميع عوامل ٢ و ٥ المشتركة فى حدى كسر أيا ما كان لا يحتوى مقام الكسر الناتج على عوامل أولية غير عاملى ٢ و ٥ ويكون عدد الارقام الاعشارية من خارج قسمة البسط على المقام مساويا لاكبر اس من اسس عاملى ٢ و ٥ من هذا المقام الاخير

ولنفرض كسر $\frac{٥٦}{١٦٠٠٠}$ مثلا فاذا حذفت عامل $٢^٣$ المشترك بين حديه صار هذا الكسر $\frac{٧}{٢٠٠٠}$ او $\frac{٧}{٢^٤\times٥^٣}$ فاذن يتحصل من قسمة البسط على المقام خارج صحيح يحتوى بالضرورة على أربعة أرقام اعشارية لانه لاجل

تحويل

تحويل هذا الكسر الاخير الى كسر آخر مقامه واحده تتبع باصفار وبسطه لا ينتهى باصفار يلزم ضرب الحدين فى ٥ فيتحصل

$$\frac{٧\times٥}{٢^٤\times٥^٤} \text{ او } \frac{٣٥}{١٠^٤} \text{ او } \frac{٣٥}{١٠٠٠٠} \text{ او } ٠٫٠٠٣٥$$

وثالثا * اذا احتوى مقام الكسر على عامل اولى غير ٢ او ٥ وكان هذا العامل الاولى لا يقسم البسط فانه لا يمكن تحويل هذا الكسر الى عدد أعشارى متناه وزيادة على ذلك يصير خارج القسمة غير المتناهى كسرا دوريا

ولنفرض أن كسر $\frac{٨}{١٥}$ هو الذى مقامه يحتوى على العامل الاولى وهو ٣ الذى لا يقسم البسط وهو ٨ فيكون حينئذ اوليا مع ٨ فيقال انه لا يمكن تحويل الكسر المذكور الى عدد اعشارى متناه لانه لو فرض تحصيل خارج اعشارى متناه مثل ٠٫٢٤ لكان

$\frac{٨}{١٥}$ = ٠٫٢٤ وحيث ان ٠٫٢٤ = $\frac{٢٤}{١٠٠}$ كما فى نمرة ٩٣

فكسر $\frac{٨}{١٥}$ = $\frac{٢٤}{١٠٠}$ وينتج من هذا ان ٢٤×١٥ = ٨×١٠٠ كما فى التنبيه الثالث من نمرة ٧٤

لكن اذا فرضنا ان عدد ٣ يقسم ١٥ فهو أيضا يقسم ٢٤ × ١٥ ويقسم بالتبعية ٨ × ١٠٠ وايضا حيث ان عدد ٣ المذكور اولى مع ٨ يلزم حينئذ أن يقسم ١٠٠ كما فى نمرة ٥٧ وذلك مستحيل كما فى التنبيه الثانى من نمرة ٥٨ وهذه الاستحالة ناشئة عن فرضنا ان الكسر المفروض كان قابلا للتحويل الى عدد اعشارى متناه ويعلم منه أن قسمة ٨ على ١٥ تؤدى الى خارج اعشارى غير متناه

وايضا يقال ان هذا الخارج الغير المتناهى دورى لانه لما كانت البواقى المتوالية اقل من المقسوم عليه توصلنا بالضرورة الى باق تحصل سابقا فبضرب ذلك الباقى فى ١٠ واستمرار القسمة تكون المقسومات الجزئية اعدادا مساوية للاعداد المتقدمة وتتعاقب فى منزلة واحدة فيتحصل حينئذ فى خارج القسمة الارقام التى كانت تحصلت سابقا فى المنزلة بعينها وبناء على ذلك يكون

خارج القسمة كسرا دوريا

وذلك لانا اذا طبقنا قاعدة نمرة ١٠١ على كسر $\frac{٨}{١٥}$ يؤل الامر الى

هذه العملية وهاك صورتها

احاد	٨	١٥
اعشار	٨٠	٥٣٣ر٠ وهكذا من الارقام الاعشارية
اجزاء من مائة	٥٠	
من الف	٥٠	
الخ		

فاما قسمة ٨ آحاد على ١٥ فخارجها صفر وهو آحاد خارج القسمة الكلى واما الباقى وهو ٨ فيحول الى اعشار فيصير ٨٠ وبقسمتها على ١٥ يكون خارج القسمة ٥ اعشار والباقى ٥ اعشار او ٥٠ من مائة وبقسمة هذا الباقى على ١٥ يكون خارج القسمة ٣ من مائة والباقى ٥ من مائة او ٥٠ من الف وبالاستمرار على القسمة تكون ارقام خارج القسمة مساوية دائما العدد ٣ لانه حيث كان خارج قسمة ٥٠ من مائة على ١٥ هو ٣ من مائة والباقى ٥٠ من الف وهو اصغر من الباقى المتقدم الذى هو ٥٠ من مائة عشر مرات فبقسمة ٥٠ من الف على ١٥ يحصل خارج اصغر من ٣ من مائة عشر مرات ويبقى باق اصغر من ٥٠ من الف عشر مرات بمعنى أن الخارج يكون ٣ من الف والباقى ٥٠ من عشرة آلاف واذا سلكنا نظير ذلك فى قسمة ٥٠ من عشرة آلاف على ١٥ كان خارج القسمة ٣ من عشرة آلاف وهو اصغر من المتقدم عشر مرات وكان الباقى ٥٠ من مائة الف وهو أصغر من المتقدم ايضا عشر مرات وهكذا الى مالانهاية

تنبيه • كلما زدت فى الارقام الاعشارية من خارج القسمة قربت من مقدار $\frac{٨}{١٥}$ وذلك لان البواقى المتعاقبة وهى ٨٠ عشرا و ٥٠ من مائة و ٥٠ من الف الخ تتناقص مقاديرها بمجرد العمل وحيث انه بقسمتها على ١٥ يعلم

ما ينتقص فى الخارج المتحصل حتى يكون صحيحا تؤخذ عدة ارقام اعشارية فى خارج القسمة ليكون ما بين العدد الاعشارى الناتج وكسر $\frac{٨}{١٥}$ من الاختلاف قليلا بقدر الامكان

ومن هذا القبيل ايضا كسر $\frac{٣}{١١}$ فانه يساوى ٢٧٢٧٢٧ر٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

رابعا اذا لم يحتو مقام اى كسر على عامل من عاملى ٢ و ٥ اللذين هما اصل لعدد ١٠ فبتحويل هذا الكسر الى كسر اعشارى نتوصل دائما الى خارج يكون كسرا دوريا بسيطا

ولنفرض مثلا كسر $\frac{١٣}{٢١}$ الذى لم يحتو مقامه على عامل من عاملى ٢ و ٥ كما فى نمرة ٤١ و ٤٢ فحيث ان تحويل هذا الكسر الى كسر اعشارى يؤدى دائما الى خارج دورى بسيط أو مركب كما فى الامر الثالث يكفى فى ذلك أن نبرهن على أن هذا الخارج لا يكون دوريا مركبا

مثلا اذا كانت قسمة ١٣ على ٢١ تؤدى الى خارج دورى مركب كعدد ٠٥٣٦٨٦٨٦٨ر٠ وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية الذى مبدأ الدور فيه وهو ٦٨ هو ثالث رقم من الارقام الاعشارية فيقال حيث ان قاعدة نمرة ١٠٢ تؤدى بموجب الامر الثانى الى هذه المساواة وهى ٠٥٣٦٨٦٨ر٠ وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية $= \frac{٥٣٦٨-٥٣}{٩٩٠٠}$ يكون $\frac{١٣}{٢١} = \frac{٥٣٦٨-٥٣}{٩٩٠٠}$ وينتج من ذلك أن $١٣ \times ٩٩٠٠ = (٥٣٦٨-٥٣) \times ٢١$

وحيث ان ٩٩٠٠ يقبل القسمة على ١٠ فحاصل ضرب ٥٣٦٨ — ٥٣ فى ٢١ يقبل ايضا القسمة على ١٠ لكن حيث انه فى الصورة المفروضة لا يحتوى عدد ٢١ الذى هو مقام الكسر المفروض على عاملى ٢ و ٥ اللذين هما عاملا ١٠ الاوليان فعدد ١٠ حينئذ اولى مع عامل ٢١ وعليه فيقسم عدد ١٠ العامل الآخر وهو ٥٣٦٨ — ٥٣ كما فى نمرة ٥٧ وحينئذ يلزم بعد طرح ٥٣ من ٥٣٦٨

أن يكون اول رقم من الباقى صفرا وعليه فيكون عدد ٣ الذى هو آخر رقم من جزء ٥٣ الغير الدورى مساويا للرقم ٨ الذى هو آخر ارقام دور ٦٨ وهذا مستحيل حيث فرض أن مبدأ الدور انما هو الرقم الثالث بعد الشرطة ومنشأ هذه الاستحالة هو فرض أن الدور ليس مبدؤه مما يلى الشرطة من الارقام الاعشارية فقسمة ١٣ حينئذ على ٢١ يكون خارجها بالضرورة كسرا دوريا بسيطا وذلك لان قاعدة نمرة ١٠١ يحصل بموجبها هذا الخارج وهو عدد ٦١٩٠٤٧٦١٩٠٤٧ ر٠ وهكذا من الارقام الاعشارية الذى مبدأ دوره وهو ٦١٩٠٤٧ مما يلى الشرطة مباشرة

تنبيه * ارقام الدور هى دائما اقل عددا من مقام الكسر المفروض لانه لما كان فى صورة قسمة البسط على المقام كل باق اصغر من المقام كان عدد القسمات الجارية لاجل ايجاد باق تحصل سابقا لا يمكن أن يزيد على المقام

وخامسا * متى كان مقام الكسر الاصم يحتوى على عاملى ٢ و ٥ اللذين هما اصل عدد ١٠ وعلى عوامل اخرى موافقة لهما فى قسمة المقام فتحويل هذا الكسر الى كسر اعشارى يؤدى دائما الى خارج قسمة يكون كسرا دوريا مركبا ويكفى فى بيان كمية الارقام الاعشارية الموجودة بين الشرطة والدور الاول أن نبين عاملى ٢ و ٥ الاوليين المنحصرين فى المقام فيدل اكبر اسس هذين العاملين على عدد الارقام الاعشارية المطلوب * وعدد ارقام الدور هو دائما اصغر من حاصل ضرب العوامل الاولية ما عدا عاملى ٢ و ٥ اللذين فى مقام الكسر المفروض

ولنمثل لذلك بكسر $\frac{٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$ الاصم فحيث ان المقام زيادة على عاملى ٢ و ٥ يحتوى ايضا على عامل اولى وهو ٣ كما فى نمرة ٤٤ يقال ان قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ يكون خارجها كسرا دوريا مركبا اذ لو فرض خلاف ذلك لتحصل خارج قسمة يكون كسرا دوريا بسيطا (كما فى الامر الثالث) وذلك كخارج ٣٧٣٧٣٧ ر٠ وهكذا من اعداد

٣٧ الاعشارية وحيث انه بموجب الخاصية الاولى من قاعدة نمرة ١٠٢
يكون ٢٧٣٧٣٧ر٠ وهكذا من اعداد ٣٧ الاعشارية = $\frac{٣٧}{٩٩}$
والكسر $\frac{٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$ يكون مساويا الكسر $\frac{٣٧}{٩٩}$ فيكون حينئذ ٣٣٩٧
× ٩٩ = ٣٧ × ٢٤٧٥٠ كما فى التنبيه الثالث من نمرة ٧٤
وحيث ان ٢٤٧٥٠ الذى هو مقام الكسر المفروض يقبل القسمة بالفرض
على ٢ او على ٥ فحاصل ضرب ٣٧ × ٢٤٧٥٠ يقبل ايضا
القسمة على ٢ او على ٥ وكذلك حاصل ضرب ٣٣٩٧ × ٩٩
يقبل ايضا القسمة على ٢ او على ٥ وحيث ان الكسر المفروض اصم
فبسطه الذى هو ٣٣٩٧ لا يقبل القسمة على واحد من عاملى ٢ و ٥
الاولين من مقام ٢٤٧٥٠ وحينئذ فعامل ٩٩ يقبل القسمة على ٢
او على ٥ كما فى نمرة ٥٧ وهو مستحيل بموجب نمرة ٤١ و ٤٢
فعلى ذلك يكون خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ كسرا دوريا
مركبا

ويكفى فى بيان عدد الارقام الموجودة بين الشرطة والدور الاول أن نبين
عاملى ٢ و ٥ اللذين فى هذا المقام وهو ٢٤٧٥٠ ولاجل هذا
الغرض يلاحظ أن ٢٤٧٥٠ = ٢٤٧٥ × ١٠ = ٢ × ٥ ×
٢٤٧٥

وحيث ان عامل ٢٤٧٥ لا يقبل القسمة على ٢ كما فى نمرة ٤١
بل على ٥ كما فى نمرة ٤٢ ويكون الخارج ٤٩٥ وهو ايضا يقبل
القسمة على ٥ ويكون الخارج ٩٩ يكون

٢٤٧٥٠ = ٢ × ٥ × ٥ × ٤٩٥ = ٢ × ٥ × ٥ × ٥ ×
٩٩ × ٢ = $٥^{٣}$ × ٩٩

وحيث ان عدد ٩٩ لا يقبل القسمة على ٢ ولا على ٥ كما فى نمرتى
٤١ و ٤٢ وعدد ٢٤٧٥٠ يساوى ٢ × $٥^{٣}$ × ٩٩
نقول ان الجزء الغير الدورى من خارج قسمة ٣٣٩٧ على ٢٤٧٥٠

يحتوى على ثلاثة ارقام بين الشرطة والدور الاول وان عدد ارقام الدور يكون اقل من ٩٩

وذلك انه لما كان مقام ٢٤٧٥٠ = ٢ × ٣٥ × ٩٩ حق يمكن اعدام عاملى ٢ و ٥ الموجودين فى هذا المقام ويكفى فى ذلك أن نضرب بسط كسر $\frac{٣٣٩٧}{٢ \times ٣٥ \times ٩٩}$ فى ٢ × ٣٥ وحيث ان ١٠ = ٢ × ٥ فالشرط المذكور يتحقق بضرب البسط فى ١٠٣ اوفى ٢٣ × ٣٥ فيكون

$$\frac{٣٣٩٧ \times ١٠٣}{٢٤٧٥٠} = \frac{٣٣٩٧ \times ٢٣ \times ٥}{٢ \times ٣٥ \times ٩٩} = \frac{٣٣٩٧ \times ٢٣}{٩٩} = \frac{١٣٥٨٨}{٩٩}$$

وحيث ان عدد ٩٩ الذى هو مقام الكسر الاخير لا يحتوى على عامل من عاملى ٢ و ٥ فقسمة ١٣٥٨٨ على ٩٩ يكون خارجها دوريا بسيطا تكون فيه عدة ارقام الدور اقل من ٩٩ كما فى الخاصية الرابعة فاذن يكون

$\frac{١٣٥٨٨}{٩٩}$ = ١٣٧٫٢٥٢٥ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية فيكفى فى استخراج الكسر الاصلى وهو $\frac{٣٣٩٧}{٢٤٧٥٠}$ من ذلك أن نقسم الخارج الدورى البسيط السابق على ١٠٣ أو على ١٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطة ثلاث منازل الى الجهة اليسرى فيحصل من ذلك الكسر الدورى المركب وهو ٠٫١٣٧٢٥٢٥ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية المتألف جزؤه الاعشارى الدورى من ثلاثة ارقام

ومتى امكن تطبيق تلك البراهين على كسور اخرى صماء تحتوى مقاماتها على عاملى ٢ و ٥ وعلى عوامل اخرى اولية توافقهما فالخواص المذكورة تثبت لها كما فى الامر الخامس

(١٠٤) اذا كان العدد لا ينتهى بعدة تسعات وحذفت منه بعض ارقام من ارقام الجهة اليمنى فجملة الارقام المحذوفة منه يكون مقدارها اقل من وحدة

المنزلة الاخيرة المحفوظة

ولنفرض مثلا عدد ٣٧٫٤٦٧٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا حذفنا جميع الارقام الموضوعة على يمين رقم ٦ التي هي من اجزاء المائة كان الجزء المحذوف وهو ٠٫٠٠٧٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية اقل من الكسر الاعشاري الدوري المركب وهو ٠٫٠٠٩٩٩٩٩٩٩ وهكذا من اعداد ٩ الاعشارية او اقل من جزء من مائة كما في نمرة ١٠٢

فعلى ذلك يكفي في تحصيل مقدار اي عدد من الاعداد بحيث يبلغ تقريبا جزأ اعشاريا من منزلة مفروضة أن تحذف جميع الارقام الدالة على آحاد ادنى من تلك المنزلة

فاذا اريد ايجاد مقدار اي كسر اعتيادي بحيث يبلغ تقريبا جزأ اعشاريا من منزلة مفروضة يكفي في ذلك أن تقسم البسط على المقام بموجب قاعدة نمرة ١٠١ وتستمر في العمل حتى تتوصل الى رقم خارج قسمة يدل على آحاد اعشارية من المنزلة المفروضة فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا ايجاد مقدار كسر $\frac{٣}{١١}$ اي خارج قسمة ٣ على ١١ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من الف من الآحاد كان المقدار المذكور هو ٠٫٢٧٢

(١٠٥) اذا اريد القرب بقدر الامكان من مقدار عدد اعشاري بحذف عدة ارقام من ارقام جهته اليمنى ففي ذلك ثلاث صور

احداها أن يكون الرقم الاول من الارقام التي يراد حذفها اصغر من عدد ٥ فيلزم في هذه الصورة حذف هذا الرقم مع ما يليه من الارقام * الثانية أن يكون اكبر من عدد ٥ او مساويا له ومتبوعا بارقام معنوية فيلزم في هذه الصورة اضافة واحد الى الرقم الاخير المراد ابقاؤه * الثالثة أن يكون مساويا لعدد ٥ غير متبوع بارقام معنوية فلك في هذه الصورة طريقتان اما أن تترك الرقم الاخير المراد ابقاؤه على ما هو عليه او تضيف اليه واحدا وفي هذه الصور الثلاث لا يتجاوز الخطا نصف واحد من المنزلة الاخيرة المحفوظة

فاذا كان المطلوب مثلا ابقاء رقمين اعشاريين فقط من كسر ٥ ر ٦٧٤
وهكذا من الاعداد الاعشارية كان المقدار التقريبي لهذا الكسر هو ٦٧ر ٥
وكذلك المقدار التقريبي لكسر ٥ر٤٧٦ وهكذا من الاعداد
الاعشارية يكون ٥ر٤٨ ويكون الخطأ في ذلك اقل من نصف جزء من
مائة أو من ٠ر٠٠٥ وذلك لان الجزء المحذوف في الصورة الاولى وهو
٠ر٠٠٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية اقل من ٠ر٠٠٤٩٩٩٩
وهكذا من الاعداد الاعشارية او من ٠ر٠٠٥ لان كسر ٠ر٠٠٠٩٩٩
وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠ر٠٠١ كما في نمرة ١٠٢
والكمية التي يلزم اضافتها في الصورة الثانية الى ٥ر٤٧٦ وهكذا من
الاعداد الاعشارية لاجل تحصيل ٥ر٤٨ اقل من ٠ر٠٠٤
واذا كان العدد المفروض هو ٢ر٣٧٥ وكان المطلوب ابقاء رقمين
اعشاريين فقط كان الخطأ ٢ر٣٧ او ٢ر٣٨ على حد سواء ويكون
الخطأ مساويا ٠ر٠٠٥

(١٠٦) ولنبين هنا كيفية اختصار ضرب عددين اعشاريين محتويين على
عدة ارقام في صورة ما اذا كان المطلوب تحصيل المقدار التقريبي للحاصل
بحيث يبلغ تقريبا واحدا اعشاريا من منزلة معلومة ولأجل ذلك مثالين
فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٨ر٧٤٦٢٣
وهكذا من الاعداد الاعشارية في ٢ر٣٤٥٦٧ وهكذا من الاعداد
الاعشارية بحيث يبلغ تقريبا جزأ من عشرة من الواحد
فلاجل التوصل الى ذلك تجرى عملية الضرب بحيث يدل الرقم الاول من يمين
كل حاصل جزئي على اجزاء من الف اعنى على آحاد اصغر من آحاد اول رقم
من يمين الحاصل المطلوب بمائة مرة فتكون صورة العملية هكذا

مضروب ٨٫٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

مضروب فيه ٢٫٣٤٥٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

الحاصل من ضرب ٢ فى ٨٫٧٤٦ ١٧٫٤٩٢

ومن ٠٫٣ فى ٨٫٧٤ ٢٫٦٢٢

ومن ٠٫٠٤ فى ٨٫٧ ٠٫٣٤٨

ومن ٠٫٠٠٥ فى ٨ ٠٫٠٤٠

مجموع الحواصل الجزئية ٢٠٫٥٠٢

فاذن يكون ٢٠٫٥ هو الحاصل المطلوب

وذلك انه حين الضرب فى عدد ٢ الذى هو احاد المضروب فيه اهمل من المضروب الآحاد التى هى دون اجزاء الالوف فحينئذ يكون الخطا الناشئ عن ذلك فى حاصل الضرب الجزئى المقابل اقل من ٢ فى ٠٫٠٠٠٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو من ٢ فى ٠٫٠٠١ كما فى نمرة ١٠٢ او من ٠٫٠٠٢

و يبرهن بمثل ذلك فى الحواصل الجزئية الثلاثة على أن الخطا يكون اقل من ٠٫٠١ × ٠٫٣ او ٠٫٠٠٣ ومن ٠٫١ × ٠٫٠٤ او ٠٫٠٠٤ ومن ١ ×٠٫٠٠٥ او ٠٫٠٠٥ على سبيل التوزيع

وباهمال ما بقى فى المضروب فيه وهو ٠٫٠٠٠٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية يكون الخطأ فى الحاصل الكلى اقل من ٨٫٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية × ٠٫٠٠٠٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية او من ٨٫٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية او من ٨٫٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية × ٠٫٠٠١ او من ٠٫٠٠٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فعلى ذلك يكون الخطأ فى الحاصل الكلى اقل من كسر ٠٫٠٢٢٧٤٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى هو مجموع اعداد

٠٫٠٠٢ و ٠٫٠٠٣ و ٠٫٠٠٤ و ٠٫٠٠٥ و ٠٫٠٠٨٧٤٦٢٣

وهكذا من الاعداد الاعشارية

فالخطأ المذكور حينئذ هو اقل من عشر الواحد

ولاجل تسهيل اجراء العمليات المتقدمة نضع كل رقم من ارقام المضروب فيه تحت الرقم الذى تبتدئ منه الضرب من ارقام المضروب ليحصل فى الحاصل اجزاء الالوف ثم تهمل ارقام العوامل التى تكون حواصلها ادنى من اجزاء الالوف بقطع النظر عن الشرطة بحيث تجرى العملية على هذا المنوال

٨٧٤٦

٥٤٣٢

١٧٤٩٢

٢٦٢٢

٣٤٨

٤٠

٢٠٥٠٢

فتضرب اولا ٨٧٤٦ فى ٢ ثم ٨٧٤ فى ٣ ثم ٨٧ فى ٤ ثم ٨ فى ٥ بحيث كانت حواصل ١٧٤٩٢ و ٢٦٢٢ و ٣٤٨ و ٤٠ تدل على اجزاء الالوف فجموعها وهو ٢٠٥٠٢ يدل ايضا على اجزاء الالوف فيعادل حينئذ ٢٠ر٥٠٢ فاذن يساوى حاصل الضرب المطلوب ٢٠ر٥

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٩ ر ٧١٥٣٢ فى ٣١٤٠٠٠٠٠١٠٨٥٦٨ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من الف من الواحد

فيكفى فى ذلك اجراء الضروب باهمال الارقام التى يكون حاصلها فى الضروب الجزئية احادا أدنى من اجزاءمات الالوف وصورة وضع العملية هكذا

٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠

٨٦٥٨٠١٠٠٠٠٠٠٤١٣

٢١٤٥٩٨٧٠٠٠٠٠٠

٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠

٣٨٦١٣١٦٠٠٠٠

٧١٥

٥٦

٢٢٤٦١٣٣٠٦٠٧٧١

فقد تحصل اولا حاصل ضرب ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠٠ فى ٣ ثم ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠٠ فى ١ ثم ٧١٥٣٢٩٠٠٠٠ فى ٤ ثم ٧١٥ فى ١ ثم ٧ فى ٨ وحيث ان ثلاث الحواصل تدل على اجزاء مات الالوف فحاصل جمعها يعادل ٢٢٤٦١٣٣٠ر٦٠٧٧١ فاذن يكون حاصل الضرب المطلوب هو ٢٢٤٦١٣٣٠ر٦٠٧ وهو يبلغ جزأ من ألف من الواحد وحينئذ يكون الحاصل الحقيقى هو

٢٢٤٦١٣٣٠ ر ٦٠٧٧٦٦١٨٣٨٨٧٢

تنبيه • اذا أردت تحصيل رقين زيادة على الارقام المطلوب ابقاؤها فى الحاصل فالبراهين المذكورة تدل على أن مجموع الخطا الواقع فى ذلك يمكن أن يؤثر فى مقدار الرقم الاخير المحفوظ فيلزم حينئذ تحصيل ثلاثة ارقام بدلا عن الرقين

(الباب الرابع)

(فى الاعداد المميزة والاقيسة الجديدة والقديمة بفرانسا وفيه فصلان)

(الفصل الاول)

(فى أسماء الاقيسة القديمة المصطلح عليها وفى عملياتها)

(١٠٧) لما كانت الاقيسة القديمة قليلة الاستعمال ناسب ان نقتصر هنا على بيان أسمائها المصطلح عليها وبيان عملياتها على وجه مختصر فنقول

الاطوال تقدر بالتوازات (القصبات الفرنجيه) والفراسخ والاميال وغير ذلك

فاما التواز فينقسم الى ستة أقدام والقدم الى اثنى عشر أصبعا والاصبع الى اثنى عشر خطا والخط الى اثنتى عشرة نقطة

والمحيط ينقسم الى ٣٦٠ جزأ متساوية تسمى بالدرجات والدرجة تنقسم الى ٦٠ دقيقة والدقيقة الى ٦٠ ثانية والثانية الى ٦٠ ثالثة وهكذا

والطول التقريبى لمحيط الارض هو ٢٠٥٢٢٩٦٠ توازا ويؤخذ من ذلك أن طول ربع محيط الارض أى التسعين درجة الارضية أعنى البعد الارضى الذى بين القطب وخط الاستواء هو ٥١٣٠٧٤٠ توازا وأن طول الدرجة الارضية ٥٧٠٠٨ توازات + $\frac{٢}{٩}$ من تواز أو ٥٧٠٠٨ر٢٢٢٢ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية وهو خارج قسمة ٥١٣٠٧٤٠ على ٩٠ وأما الفرسخ والميل فيستعملان لتقويم المسافات السفرية فالفرسخ البرى هو بقياس التواز ٢٢٨٠٠ر٢٨٨٨ وهكذا من اعداد ٨ الاعشارية وهو خارج قسمة الدرجة الارضية التى هى بقياس التواز ٥٧٠٠٨ر٢٢٢٢ وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٥

ولما كانت الدرجة الارضية تعادل ٢٥ فرسخا بريا كان محيط الارض وهو ٣٦٠ درجة يعادل ٣٦٠ فى ٢٥ فرسخا بريا أو ٩٠٠٠ فرسخ برى

والفرسخ

والفرسخ البحرى المعادل ٢٠ منه درجة هو بقياس التواز ٢٨٥٠ر٤١١١١
وهكذا من اعداد ١ الاعشارية وهو خارج قسمة ٥٧٠٠٨ر٢٢٢٢
وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٠
وفرسخ البوسطة ٢٠٠٠ توازا أو ميلان
والخطوة العادية قدمان وستة أصابع
والخطوة الهندسية أى الباع خمسة اقدام
والسطوح القليلة الامتداد تقاس بالتواز المربع والاقدام المربعة والاصابع المربعة وهكذا
والهندازة تستعمل فى قياس الجوخ والاقشة ونحو ذلك وطولها ثلاثة اقدام وسبعة أصابع و ١٠ خطوط و ١٠ نقط
والهندازة المربعة هى سطح طوله هندازة وعرضه كذلك * وينقسم كل من الطول والعرض المذكورين عادة الى أثلاث واسداس واجزاء من اثنى عشر والى انصاف وارباع واثمان واجزاء من ستة عشر
والهندازة ذات $\frac{٣}{٤}$ هى سطح طوله هندازة وعرضه $\frac{٣}{٤}$ * وثلث الهندازة ذات $\frac{٥}{٨}$ هو سطح طوله $\frac{١}{٣}$ هنداسة وعرضه $\frac{٥}{٨}$ من الهندازة *
والهندازة المربعة تعادل هندازة ذات $\frac{٨}{٨}$ أو ٨ هندازات ذات $\frac{١}{٨}$ أو هندازة ذات $\frac{٤}{٤}$ أو ٤ هندازات ذات $\frac{١}{٤}$ وهكذا
وسطوح الاراضى تقدر بالقصبات والفدادين والفدان ١٠٠ قصبة
والقصبة المستعملة فى باريس هى مربع كل ضلع من اضلاعه ١٨ قدما فسطحها ١٨ × ١٨ أى ٣٢٤ قدما مربعا
والقصبة المستعملة فى ادارة حفظ الغابات وملاحظة الانهر هى مربع كل ضلع من اضلاعه ٢٢ قدما فهى ٢٢ × ٢٢ أو ٤٨٤ قدما مربعا
والجوم تقدر بالتوازات المكعبة والاقدام المكعبة ونحو ذلك
وتقدر المواد اليابسة وهى الحبوب ونحوها بالمكاييل (وهى تختلف باختلاف الاماكن) فتكال عند الفرنساوية بمكيال يسمونه سقيه وهو اثنا عشر بواسو

والبواسو ١٦ لترونا

والمائعات أيضاً مكاييل مخصوصة تقدر بها المستعمل منها عندهم المويد والباتة * والمويد في باريس يعادل ٢٨٨ باتة

ووحدة الوزن عندهم هي اللوربوا (الرطل الافرنجي) وهو يعادل مركين والمرك ٨ أونسات (أواق افرنجية) * والاونسة ٨ غروسات (دراهم) والغروس ٣ دنيات والدنية ٢٤ غرانا (أي حبة) وكل ١٠٠ رطل قنطار

ووحدة المعاملات عندهم أيضاً هو اللوريتورنوا وهو عبارة عن ٢٠ صلديا والصلدي ٤ ليارات أو ١٢ دنيه (وكلها أصناف معاملة افرنجية)

وأصناف نقود النحاس أو البلون (وهي الدراهم الزايفة) هي اليار والقطع التي تساوي ٦ ليارات والصلدي الصغير الذي يساوي ٤ ليارات والصلدي الكبير الذي يساوي ٨ ليارات

وأصناف معاملة نقود الفضة هي القطع التي منها ما يساوي ٦ صولديات ومنها ما يساوي ١٢ صولديا و ٢٤ صولديا * والايكو الصغير الذي يساوي ٣ لورات والايكو الذي يساوي ٦ لورات وأصناف نقود الذهب هي اللويز وهو ٢٤ لورا وضعف اللويز

ووزن قطع الفضة يحتوي على $\frac{11}{12}$ من الفضة الخالصة و $\frac{1}{12}$ من النحاس ووزن قطع الذهب يحتوي على $\frac{11}{12}$ من الذهب الخالص و $\frac{1}{24}$ من الفضة و $\frac{1}{24}$ من النحاس ولذا يقال ان كلا من الفضة المسكوكة والذهب المسكوك يحتوي على $\frac{11}{12}$ من الخالص

والاقيسة الوقتية أو الزمانية محدودة بحركات الارض والقمر الدورية والارض التي هي كرية تقريبا لها حركتان * الاولى الحركة الدورية التي تكون حول أحد اقطار الارض المسمى محور الارض ونهايتاه هما القطبان الارضيان والثانية حركة الانتقال التي تكون حول الشمس

ومدة دوران الارض حول محورها هى مدة اليوم * وهى منقسمة الى ٢٤ ساعة والساعة ٦٠ دقيقة والدقيقة ٦٠ ثانية والثانية ٦٠ ثالثة وهكذا

ومدة دوران الارض حول الشمس المعبر عنها بالسنة الشمسية هى ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ تقريبا وأما السنة المعتادة ويقال لها المدنية أيضا فهى ٣٦٥ يوما * فعلى ذلك كل أربع سنين شمسية تزيد يوما على كل أربع سنين معتادة ولاجل التوفيق بين السنين الشمسية والسنين المعتادة اتفقوا على ضم يوم الى السنة الرابعة من كل أربع سنين معتادة وتسمى تلك السنة كبيسة فعلى هذا تكون أيام كل سنة من السنين الثلاثة المعتادة ٣٦٥ يوما والرابعة ٣٦٦ يوما * ولو قلنا ان السنة الشمسية ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ حقيقة بحيث تكون السنة الرابعة من كل أربع سنين شمسية ٣٦٦ يوما الترتب على ذلك أن مركز الارض يبقى كل أربع سنوات فى موضع واحد بالنظر للشمس ولكن حيث ان السنة الشمسية ليست الا ٣٦٥ يوما و ٥ ساعات و ٤٨ دقيقة و ٤٥ ثانية فذلك يؤدى الى الخطا وعدم التحرير فى السنين حيث انه فى كل أربعمائة سنة يحصل معنا ما يزيد على ثلاثة أيام تقريبا فلاجل تحرير ذلك تنقص ثلاثة أيام من ثلاث سنين من السنين الكبيسة الموجودة فى ٤٠٠ سنة بأن نجعل أيام كل سنة من تلك الثلاثة ٣٦٥ يوما

وكل مائة سنة تسمى قرنا

وفى اثناء دوران الارض حول الشمس فى مدة السنة يتبع القمر الارض فى دورانه ويدور حولها اثنى عشرة مرة تقريبا وهذا هو أصل تقسيم السنة الى اثنى عشر شهرا

وهى (بالافرنجية) ينويه وفبريه ومارث وابريل ومايه ويونيه ويوليه واغسطوس وسبطمبر واقطوبر ونومبر ودقبر * فاما ينويه ومارث ومايه ويوليه واغسطوس واقطوبر ودقبر فكل شهر منها ٣١ يوما واما

ابريل ويونيه وسبطمبر ونومبر فكل شهر منها ٣٠ يوما وأما شهر فبريه فايامه على حسب أيام السنة فان كانت أيامها ٣٦٥ يوما فأيامه ٢٨ وان كانت أيامها ٣٦٦ فأيامه ٢٩

ثم ان التقويم الجديد المبنى على هذا الاتفاق يسمى بالتقويم الاغرغوارى لانه يعزى للبابا اغرغوار الثامن وهذا التقويم وان كان لا يخلو عن خطا يسير الا انه يكفى فى بقاء التوافق بين السنة المعتادة والسنة الشمسية لان مجموع الخطا فى مدة ٤٤٠٠ سنة لا يبلغ الا يوما واحدا تقريبا

وقد اصطلحوا على رموز مخصوصة قصدا للاختصار فى كتابة الاقيسة فجعلوا ت رمزا للتواز و ق للقدم و ص للاصبع و خ للخط و ل للوروتورنوا و صل للصلدى و د للدنية و ر للوربوا و س للاونسة أى الاوقية الافرنجية و غ للغروس أى الدرهم الافرنجى و ق للغران أى الحبة و سع للساعة و ـَ للدقيقة و ـً للثانية فتكتب ٢ توازات و ٣ اقدام و ٤ أصابع و ٥ خطوط و ١٢ لوروتورنوا و ٣ صولديات و ٥ دنيات و $\frac{٢}{١١}$ من الدنية و ١٥ لوربوا و ٧ أونسات و ٤ غروسات و ٢ دنية و ٩ غرانات و ٣ ساعات و ٥ دقائق و ٧ ثوان هكذا

ت ق ص خ ل صل د ر س غ ق سع

٢ و٣ و٤ و٥ و١٢ و٣ و٥ $\frac{٢}{١١}$ و١٥ و٧ و٤ و٢ و٩ و٣ و٥َ و٧

(عمليات الاعداد المميزة)

(١٠٨) يشترط فى الجمع والطرح أن تكون الاعداد المطلوب اجراء العملية فيها مؤلفة من جنس واحد وأن تكون آحاد النتيجة من جنس آحاد تلك الاعداد فعلى هذا يكون مجموع عددى ٧ و ٢ من التوزات هو ٧ + ٢ أو ٩ توازات ويكون باقى طرحهما ٧ — ٢ أو ٥ توازات

وأما الضرب فلابد فيه من أن يكون المضروب فيه مبهما وأن تكون آحاد الحاصل دائما من جنس آحاد المضروب

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٥ توازات فى ٣ هو ٣ فى ٥ أى ١٥ توازا
وأما القسمة فانها فى صورة ما اذا كان المقسوم والمقسوم عليه مؤلفين من آحاد متحدة الجنس يشترط أن يكون خارجها عددا مبهما دالا على عدد مرات احتواء المقسوم على المقسوم عليه وأما فى صورة اختلافهما بأن كان المقسوم مميزا والمقسوم عليه مبهما فان خارج القسمة يكون من جنس المقسوم وتصير القسمة حينئذ عبارة عن تقسيم المقسوم الى اجزاء متساوية بقدر ما فى المقسوم عليه من الآحاد ويكون خارج القسمة عبارة عن واحد من هذه الاجزاء

فخارج قسمة ٥٦ توازا مثلا على ٨ توازات هو عدد ٧ المبهم الدال على أن ٨ توازات داخلة ٧ مرات فى ٥٦ توازا وبقسمة ٥٦ توازا على ٧ يتحصل سبع ٥٦ ويكون الخارج حينئذ ٨ توازات

ثم ان الاعداد ان كانت مختلفة التمييز بان كانت مركبة من مقادير مختلفة كخمس توازات وثلاثة اقدام سميت اعدادا متنسبة وان كانت متحدة التمييز بأن كانت مركبة من مقادير متحدة سميت اعدادا غير متنسبة

ولما كان يعرف بما تقدم طريقة اجراء العمليات فى الاعداد المميزة غير المتنسبة ناسب أن نشرع الآن فى الكلام على حساب الاعداد المتنسبة التى هى عبارة عن الاقيسة القديمة فنقول

(١٠٩) يكفى فى تحويل العدد المنسوب لاحد معلوم الى آحاد أكبر من آحاده أو أصغر أن تضرب عدد الآحاد المعلومة فى العدد الدال على كمية آحاد الجنس الاصغر التى يتقوم منها واحد من الجنس الاكبر أو تقسم عدد الآحاد المعلومة على العدد الآخر

مثلا حيث ان التواز يساوى ٦ اقدام فلاجل تحويل ٨ توازات الى اقدام بطريقة الضرب يكفى أن تضرب ٨ فى ٦ لان ٨ توازات تعادل ٨ فى $\frac{\text{ت}}{\text{١}}$ أو ٨ فى $\frac{\text{ق}}{\text{٦}}$ أو ٨ × ٦ اقدام أى ٤٨ قدما وأما بطريقة القسمة فانك بقسمة ٤٨ على ٦ تجد عدد التوازات المشتمل عليها عدد ٤٨ قدما وذلك انه لما كان $\frac{\text{ق}}{\text{١}}$ يعادل $\frac{\text{١}}{\text{٦}}$ واز كان

ق تعادل ٤٨ ق في $\frac{١}{٦}$ قوًّا أو $\frac{٤٨}{٦}$ من التوازأو ٨ توازات ٤٨
فاذا كان المطلوب تحويل $\frac{ت}{٨}$ و $\frac{ق}{٥}$ الى اقدام لاحظت أنه حيث كانت
٨ توازات تعادل ٨ × ٦ اقدام أى $\frac{ق}{٤٨}$ فلتكن $\frac{ت}{٨}$ و $\frac{ق}{٥}$
معادلة $\frac{ق}{٤٨}$ + $\frac{ق}{٥}$ أو $\frac{ق}{٥٣}$
فاذا أردت أن تحصى عدد التوازات المشتمل عليها ٥٣ قدما فاقسم ٥٣
على ٦ فيكون خارج القسمة ٨ آحاد والباقى ٥ فعدد ٥٣ قدما تعادل
حينئذ $\frac{ت}{٨}$ و $\frac{ق}{٥}$ لانه لما كان $\frac{ق}{١}$ يساوى $\frac{١}{٦}$ توازكان ٥٣ قدما
يعادل $\frac{٥٣}{٦}$ من التوازأو $\frac{ت}{٨}$ و $\frac{٥}{٦}$ أو $\frac{ت}{٨}$ و $\frac{ق}{٥}$

وبمثل ذلك ترى أن ت ١ = ق ٦ = ص ٧٢ = ع ٨٦٤ = ه ١٠٣٦٨
و ت ٠ و ٥١٣٠٧٤ = ق ٣ و ٠٧٨٤٤٤ = ٩٤١٣٢٨ و ٣٦
= ع ٤٤٣٫٢٩٥٩٣٦ = ه ٥٥١٢٣٢ و ٥٣١٩ و $\frac{ر}{١}$ =
س ١٦ = غ ١٢٨ = د ٣٨٤ = ه ٩٢١٦

وأن الهندازة المركبة من ق ٣ و ص ٧ و ع ١٠ و ه ١٠ تعادل
ه ٦٣٢٢

(١١٠) كيفية جمع الاعداد المتنسبة أن تضع الآحاد المتحدة المقدار تحت
بعضها وتضمها الى بعضها على التوالى مبتدئا من أصغرها اليهل عليك ضم
المحفوظات الى الاعداد الآتية وهاك مثالين لتوضيح ذلك

	ص	ق	ت		د	ص ل	ل	
$\frac{٢}{٤}$	١١	٥	٧	$\frac{٢}{٣}$	١٠	١٢	١٨	الاعداد المطلوب جمعها
$\frac{٤}{٥}$	١٠	٤	٩	$\frac{٢}{٣}$	٤	٧	١٨	
	ص	ق	ت		د	ص ل	ل	
$\frac{١١}{٢٠}$	١٠	٤	١٧	$\frac{١}{٣}$	٣	٠	٣٧	المجموع

فتبتدئ

فتبتدئ فى العملية الاولى من كسور الاصبع فتقول صـ
$\frac{٣}{٤}$ زائدة $\frac{٤}{٥}$ تعادل $\frac{٣١}{٢٠}$ أو $\frac{١١}{٢٠}$ + ١ ثم تضع $\frac{١١}{٢٠}$ وتحفظ ١
لتضمه الى ٢١ صـ المنحصرة فى عمود الاصابع فيحصل ٢٢ صـ ولاجل
استخراج الاقدام المنحصرة فى ٢٢ صـ تقسم ٢٢ على ١٢ فيكون
خارج القسمة ١ ويبقى ١٠ فاذن تكون ٢٢ صـ مساوية ١ ق و ١٠ صـ
فتضع ١٠ صـ فى عمود الاصابع وتحفظ ١ ق لتضمه الى ٥ + ٤ فيحصل
١٠ ق او ١ ت و ٤ ق ثم تضع ٤ اقدام وبضم ١ ت المحفوظ من الاقدام
الى عمود التوازات يحصل ١٧ ت فتضعها فى منزلة التوازات وبمثل هذه
القواعد تجرى عملية الجمع الثانية

(بند ١١١) اذا اردت أن تطرح أحد العددين المتسبين من الآخر فاطرح
على التوالى جميع آحاد العدد الاصغر من آحاد العدد الاكبر مبتدئا فى العملية
باصغر تلك الآحاد لتتيسر لك الاستعارات وهاك مثالين لتوضيح ذلك

	صـ	ق	ت		ل	صل	د	
المطروح منه	$\frac{١١}{٢٠}$	١٠	٤	١٧	$\frac{١}{٣}$	٣	٠	٢٧
المطروح	$\frac{٤}{٥}$	١٠	٤	٩	$\frac{٢}{٣}$	٤	٧	١٨
	صـ	ق	ت		ل	صل	د	
الباقى	$\frac{٣}{٤}$	١١	٥	٧	$\frac{٢}{٣}$	١٠	١٢	١٨

وحيث انه فى المثال الاول لا يمكن طرح $\frac{٤}{٥}$ او $\frac{٢٦}{١٠}$ من $\frac{١١}{٢٠}$ فاستعر
١ صـ من ١٠ صـ وبضم هذا المستعار الى $\frac{١١}{٢٠}$ صـ يحصل $\frac{٣١}{٢٠}$ صـ
ثم اطرح $\frac{١٦}{٢٠}$ من $\frac{٣١}{٢٠}$ فيكون الباقى $\frac{١٥}{٢٠}$ او $\frac{٣}{٤}$ فتضعه فى منزلة
كسور اصابع النتيجة وحيث ان المطروح منه الآن لا يحتوى الا على ٩ أصابع

ن ن ص ن ص ص ص

فاستعر ١ من ٤ واطرح ١٠ من ١ و ٩ اومن ٢١

ص ث ن

واكتب الباقى ١١ ثم انتقل الى عمود الاقدام واستعر ١ او ٦

ن ث ن ن ن

واطرح ٤ من ١ و ٣ اومن ٩ فيكون الباقى ٥ ويطرح

ث ث

٩ من ١٦ يحصل ٧ فوازات فى الباقى الكلى وتجرى عملية المثال الثانى كعملية المثال الاول بعينها

(١١٣) اذا أردت ضرب عدد متسب فى عدد صحيح مسمى فاضرب كل جزء من المضروب فى المضروب فيه مبتدئا باصغر الآحاد

د صل ل

مثلا اذا كان المطلوب حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢ فى ١٢ فانك تضع صورة العملية هكذا

	د	صل	ل	
المضروب	$\frac{٢}{١١}$ ٣	٢	١٢	
المضروب فيه			١٢	
	د	صل	ل	
الحاصل	$\frac{٢}{١١}$ ٢	٧	١٤٥	

ثم تقول ١٢ فى $\frac{٢}{١١}$ تساوى $\frac{٢٤}{١١}$ او $\frac{٢}{١١}$ ٢ فتضع $\frac{٢}{١١}$ وتحفظ

د د ص د د

٢ لتضمها الى ١٢ فى ٣ فيحصل ٣٨ او ٢ و ٣ فتضع ٢

صل صل صل صل

فى الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ٣ الى ١٢ فى ٢ يحصل ٢٧

صل ل صل ل

او ٧ و ١ فتضع ٧ فى الحاصل وبضم المحفوظ معك وهو ١ الى

ل ل

١٢ فى ١٢ يحصل ١٤٥ فاذن يكون الحاصل الكلى هو

د صل ل

٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥

(١١٣) اذا اردت قسمة عدد مميز منتسب او غير منتسب على عدد صحيح مبهم فانك تبتدئ بها على آحاد المقسوم وتحول كل باقٍ الى احاد المنزلة السفلى المباشرة لها ليحصل معك آحاد منازل خارج القسمة على اختلافها ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٥ توازا على ٤

ث ث

فاقسم ١٥ على ٤ فيكون الخارج الصحيح ٣ توازات ويبقى ٣

ن ن ن

او ١٨ ثم اقسم ١٨ على ٤ فيكون الخارج ٤ ويبقى ٢

ص ص ص

او ٢٤ فاقسم ٢٤ على ٤ فيكون الخارج الحقيقي ٦ فاذن يكون

ص ن ث

الخارج المطلوب من قسمة ١٥ توازا على ٤ هو ٦ ٤ ٣

د صل ل

المثال الثاني أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ٢/١١ ٢ ٧ ١٤٥ على ١٢

ل ل ل صل

فاقسم ١٤٥ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١٢ ويبقى ١ او ٢٠

صل صل

ثم ضم الى هذا الباقي ٧ من المقسوم فيكون المجموع ٢٧ وبقسمة هذا

صل صل صل د د د

المجموع على ١٢ يكون الخارج ٢ ويبقى ٣ او ٣٦ فضم ٢ الى ٣٦

د د

من المقسوم واقسم ٣٨ على ١٢ فيؤدى ذلك الى خارج القسمة وهو ٣

د د د

ويبقى ٢ فاقسم ٢/١١ ٢ او ٢٤/١١ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٢/١١

د صل ل

ومجموع تلك الخوارج الجزئية هو خارج القسمة الكلي وهو ٢/١١ ٣ ٢ ١٢

(١١٤) ضرب اى عدد منتسب فى كسر او قسمته عليه يعلم مما سبق (فى نمرة ١١٢ و ١١٣) وذلك أن ضربه فى الكسر او قسمته عليه يؤدى الى ضرب عدده منتسب فى عدد صحيح او قسمته عليه بالتعاقب ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب بيان حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢ (د صل ل) فى $\frac{١٢}{٧}$

فاضرب $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢ (د صل ل) فى ١٢ ثم اقسم النتيجة على ٧ فيكون الحاصل المطلوب هو $\frac{٥٧}{٧٧}$ ٣ ١٥ ٢٠ (د صل ل)

المثال الثانى أن يكون المطلوب بيان خارج قسمة $\frac{٥٧}{٧٧}$ ٣ ١٥ ٢٠ (د صل ل) على $\frac{١٢}{٧}$

فبضرب المقسوم فى $\frac{٧}{١٢}$ يتحصل هذا الخارج ويؤل ذلك الى قسمة $\frac{٥٧}{٧٧}$ ٣ ١٥ ٢٠ (د صل ل) على ١٢ والى ضرب الخارج وهو $\frac{٢٤}{٧٧}$ ٧ ١٤ ١ (د صل ل) فى ٧ فتكون النتيجة وهى $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢ (د صل ل) هى خارج القسمة المطلوب

(١١٥) اذا أردت ضرب عدد منتسب فى عدد منتسب آخر فاضرب على التوالى المضروب فى اجزاء المضروب فيه على اختلافها ثم أجر عملية الجمع ولنمثل لذلك بمثالين

	د	ص	ل
المثال الاول ان يكون ثمن التوازة	٢/١١ ٣	٢	١٢،١

	ص	ق	ش
ويكون المطلوب بيان ثمن	٨	٥	١٢

		د	ص	ل
فثمن ١٢،١ توازا هو	٢/١١	٢،	٧	١٤٥
وثمن ٥ اقدام هو	٤٣/٦٦	١٠	١	١٠
وثمن ٨ اصابع هو	٢/٩٩	١١	٦	١

فيكون مجموع ثمن ٨ ص ٥ ق ١٢ ش هو ١٦٩/١٩٨ ١١ د ١٥ ص ١٥٦ ل

فيضرب ثمن التوازا الواحد فى ١٢ يتحصل ٢/١١ ٣ د ٧ ص ١٤٥ ل كما فى نمرة ١١٢ وهو ثمن ١٢ توازا

ولاجل تحصيل ثمن ٥ اقدام نلاحظ انه حيث كانت ٥ اقدام عبارة عن ٥/٦ توازيكفى فى ذلك اخذ ٥/٦ ثمن التوازا الواحد وهو ٢/١١ ٣ د ٢ ص ١٢،١ ل وحيث ان ٨ اصابع عبارة عن ٨/٧٢ من التواز

فثمن ٨ ص يتحصل بضرب ٢/١١ ٣ د ٢ ص ١٢ ل فى ٨/٧٢ اوفى ١/٩

فمجموع اثمان ١٢ ش و ٥ ق و ٨ ص هو ثمن ٨ ص ٥ ق ١٢ ش

المثال الثانى أن يكون التوازيساوى ٩ د ٨٨ ص ١٨ ل والمطلوب بيان ثمن ٨ ح ٨ ص ٤ ق فبنظير العمليات المتقدمة تجد الثمن المطلوب هو

	د	ص	ل
٢/١٣	١	١٨	١٤

(١١٦) ولنشرع الآن فى قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر ممثلين لذلك بمثالين فنقول

المثال الاول أن يكون ثمن التوز الواحد فى العمل يساوى $\frac{١٤}{٣١}$ ١٠ ٩ (د صل)

فعلى ذلك ما يكون عدد التوازات اذا كان معنا ٦ ٥ ١ (د صل ل)

فالجواب حيث ان ٦ ٥ ١ (د صل ل) هو ما يحصل من ضرب ثمن التواز الواحد فى عدد التوازات المطلوب فبقسمة ٦ ٥ ١ (د صل ل) على $\frac{١٤}{٣١}$ ١٠، ٩ (د صل) يخرج عدد التوازات المذكور فاذا أردت أن تجعل المسئلة من باب قسمة عددين صحيحين احدهما على الآخر فاع اولا المقام وهو ٣١ وذلك بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى ٣١ وهذا لا يغير خارج القسمة فيحصل فى المقسوم ٦ ١٠ (د صل)

٣٩ (ل) وفى المقسوم عليه ٦ و ١٥ (صل ل) ثم اع على التوالى الدنيات والصوادسات وذلك بضرب هذين الحاصلين فى ٢ والنتيجتين فى ٢٠ فيحصل فى المقسوم ١٥٨١ (ل)

وفى المقسوم عليه ٦١٢ (ل) وحيث ان عدد التوازات المطلوب هو $\frac{١٥٨١ ل}{٦١٢ ل}$

او $\frac{١٥٨١}{٦١٢}$ فاقسم ١٥٨١ توازا على ٦١٢ فيكون خارج القسمة وهو ٢ توازان و ٣ اقدام و ٦ أصابع هو النتيجة المطلوبة

المثال الثانى أن يكون المطلوب بيان ثمن التواز فى صورة ما اذا كان ثمن ٢ توازين و ٣ اقدام و ٦ أصابع يساوى ٦ ٥ ١ (د صل ل)

فنقول حيث ان ثمن ٦ ٣ ٢ (ت ب ص) يساوى ٦ ٥ ١ (د صل ل) يكون ثمن ٢

صـ ن ث ن ث د صل لـ صل لـ
فى ٦ ٣ ٢ او ١ ٥ يساوى ٢ فى ٦ ٥ ١ او ١١ ٢

ن ث ث صل لـ صل لـ
و ٦ فى ١ ٥ او ٣١ يساوى ٦ فى ١١ ٢ او ٦ ١٥

صل لـ
فاذن يكون ثمن التواز مساويا للجزء من ٣١ من ٦ ١٥ او $\frac{١٤}{٣١}$

د صل
١٠ ٩

فقد استبان لك ان قسمة أحد العددين المنتسبين على الآخر يمكن أن تؤل دائما الى قسمة عدد مميز على عدد صحيح مبهم

(طريقة الاجزاء المتداخلة)

---

(١١٧) قسمة أى عدد منتسب على عدد صحيح مبهم وسيلة الى اختصار العمليات المتعلقة بضرب عدد منتسب فى عدد صحيح مبهم أو فى عدد منتسب آخر فلذا كان يلزم تحليل المضروب والمضروب فيه بحيث يحصل بعض الحواصل الجزئية على وجه سهل بواسطة القسمات على اعداد صحيحة مبهمة ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة

المثال الاول ان يكون المطلوب ☞ بل حاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$

د صل لـ
٣ ٢ ١٢ فى ١٢

فتضع صورة العملية هكذا

	ى صل ل
مضروب	$\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢
مضروب فيه	١٢

ل ... ى صل ل
١٢ فى ١٢ نعطى ... ٠ ١٤٤

١٢ فى $\frac{ل}{١}$ نعطى $\frac{ل}{١٢}$

صل ل
١٢ فى ٢ نعطى عشر ١٢ او ... ١ ٤

ى صل ل
١٢ فى ٣ نعطى ثمن ٤ ١ او ... ٠ ٣

ى صل
١٢ فى ٢ نعطى ٢

ى صل
١٢ فى $\frac{٢}{١١}$ نعطى الجزء الحادى عشر من ١٢ او $\frac{٢}{١١}$ ٢ ٠ ٠

ى صل ل ... ى صل ل
فاذن ١٢ فى $\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢ نعطى $\frac{٢}{١١}$ ٢ ٧ ٥ ١٤٠

ثم نقول ١٢ فى $\frac{ل}{١٢}$ نعطى $\frac{ل}{١٤٤}$ و ١٢ فى $\frac{ل}{١}$ نعطى $\frac{ل}{١٢}$

صل ل صل ل
وحيث ان ٢ هما عشر ١ يكون ١٢ فى ٢ هو عشر ١٢

صل ل صل ى صل ى
او ١ ٤ او ٢٤ وحيث ان ٣ هى ثمن ٢ يكون ١٢ فى ٣

صل صل صل صل ل
هو ثمن ٢٤ او ٣ ولما كانت ١٢ فى ٢ نعطى ٤ ١

صل ى صل
او ٢٤ وكان ٢ هو الجزء الثانى عشر من ٢ كان حاصل ضرب

ى
٢

د ص‌ل ص‌ل د

٢ فی ١٢ هو الجزء الثانی عشر من ٢٤ او ٢ او ٢٤ فحاصل ضرب $\frac{٢}{١١}$ من الدنية فی ١٢ هو حينئذ الجزء الحادی عشر من ٢٤ او $\frac{٢}{١١}$ ٢ ومجموع الحواصل الجزئية المتحصلة من ضرب اجزاء المضروب المختلفة فی المضروب فيه هو عبارة عن الحاصل الكلی وهو $\frac{٢}{١١}$

د ص‌ل ل

٢ ٧ ١٤٥

فقد تحصل الحاصل الكلی بتحليل المضروب الی اجزاء ضلعية متداخلة اعنی الی اجزاء بعضها داخل ومنحصر فی البعض الآخر حقيقة وتعرف هذه العملية بطريقة الاجزاء الضلعية

	د ص‌ل ل
المثال الثانی أن يقال اذا كان ثمن التواز الواحد	$\frac{٢}{١١}$ ٣ ٢ ١٢
	ص ن ت
فما يكون ثمن	٨ ٥ ١٢

فنقول فی الجواب

		د ص‌ل ل
أولا ثمن ٢ توازين هو		$\frac{٢}{١١}$ ٢ ٧ ١٤٥
وثانيا	ثمن ٣ن او $\frac{١}{٢}$ت هو	$\frac{١٣}{٢٢}$ ١ ١ ٦
	ثمن ٢ن او $\frac{١}{٣}$ت هو	$\frac{٢}{٣٣}$ ٩ ٠ ٤
وثالثا ثمن ٨ص او $\frac{١}{٣}$ ٢ن هو		$\frac{٢}{٩٩}$ ١١ ٦ ١
	ص ن ت	د ص‌ل ل
فثمن	٨ ٥ ٢ الكلی هو	$\frac{١٦٩}{١٩٨}$ ١١ ١٥ ١٥٦

فثمن التواز الواحد مكررا ١٢ مرة هو ثمن ١٢ تواز

ق ق ق
ولاجل معرفة ثمن ٥ أقدام تحلل ٥ الى ٣ زائدة ٢ ونصف ثمن

ق
التواز الواحد هو ثمن ٣ اقدام وثلث ثمنها هو ثمن ٢

ق ق
وحيث ان ٨ اصابع هي ثلث ٢ فثلث ثمن ٢ هو ثمن ٨ اصابع

ق ص ق ص ق ص ق ث
ومجموع اثمان ١٢ و ٣ و ٨ و ٢ هو ثمن ٨ ٥ ١٢ الكلى

وهذه العملية تؤل الى تحليل الشئ المطلوب معرفة ثمنه الى اجزاء ضلعية

متداخلة بحيث يصير ثمن كل جزء من ذلك الشئ اجزاء ضلعيا من ثمن تحصل

قبل ذلك

د صل ل
المثال الثالث أن يقال اذا كانت اجرة التواز فى العمل ٩ ١٨ ١٨ ١٨

فما تكون اجرة ٤ اقدام و ٨ اصابع و ٨ خطوط

فنقول فى الجواب انه يمكن البحث عن اجر الاجزاء الضلعية التى هى ق/٢

ق ص ص ص غ ج
و ١ و ٦ و ٢ و ٦ و ٢ غير أن الاوجز والاسهل أن يحال العدد

ق ق ص غ
الكلى الى ٢ و ٢ و ٨ و ٨ لان ثلث أجرة التواز الواحد

ق ص ص
هو عبارة عن اجرة ٢ او ٢٤ وثلث هذه الاجرة الاخيرة هو اجرة ٨

ص
والجزء الثانى عشر من اجرة ٨ هو اجرة ٨ خطوط

د صل ل
وبهذه الطريقة يكون مقدار الاجرة المطلوبة $\frac{1}{12}$ ١ ١٨ ١٤

(١١٨) يكفى فى تحويل كسر مميز الى اعشارى اوالى عدد منتسب أن تقسم

البسط على المقام بمقتضى قاعدة نمرة ١٠١ او نمرة ١١٣

فعلى هذا تكون كسور

$\frac{١٥}{٤}$ و $\frac{٥١}{٤٠}$ و $\frac{١٥٣}{٣١٠}$ و $\frac{٦٦٣}{٢٥٠٠}$ بالتحويل الى الكسور الاعشارية هى

٣٫٧٥ و ١٫٢٧٥ و ٠٫٤٩٣٥٤٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و ٠٫٢٦٥٢

وبالتحويل الى الاعداد المنتسبة يحصل ٦ ٤ ٣ و ٦ ٥ ١

و $\frac{١٤}{٢١}$ ١٠ ٩ و ٠٫٠٨٣٢ ٢ ٢ ١ ٤ وبمثل ذلك يتوصل الى هذه النتائج وهى

$\frac{٤٧}{١٨}$ = ٢٫٦١١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية = ١٦ ٦ ٩ ٢

و $\frac{١٨}{٧}$ = ٢٫٥٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

= $\frac{٢}{٧}$ ١٠ ١ ٩ ٢

و $\frac{٤٧}{٧}$ = ٦٫٧١٤٢٨٥٧١٤٢٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

= $\frac{٦}{٧}$ ٦ ١ ٣ ١١ ٦

تنبيه • اذا كان المطلوب تحويل كسر مقامه واحد متبوع باصفار كانت العملية موجزة سهلة الاجراء ولنمثل لذلك بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٣٧٥}{١٠٠}$ الى عدد منتسب فيمكن

فى ذلك اجراء قسمة البسط وهو ٣٧٥ على المقام وهو ١٠٠ بموجب قاعدة نمرة ١٠١ غير أن الاسهل فى التوصل الى النتيجة بعينها أن تضع

الكسر المذكور هكذا ٣٫٧٥ ثم تحول ٠٫٧٥ الى اقدام بان

تضرب به فى ٦ فيتحصل ٤ر٥ ن فاذا أردت تحويل ٥ر٠ ن الى اصابع فاضرب بها فى ١٢ فيتحصل ٦ اصابع فيكون الكسر المفروض معادلا ٦ ص ٣ ن ٤ ث

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٠١٣٠٧٤}{١٠٠٠٠٠٠}$ ث الى عدد منتسب فطريق ذلك أن تعوض اولا ذلك الكسر بالعدد الاعشارى المكافى له وهو ٠٥١٣٠٧٤ر٠ ث ثم تحول هذا العدد الى اقدام بان تضرب به فى ٦ فيتحصل ٣٠٧٨٤٤٤ر٣ ن فاذا أردت تقويم الجزء الاعشارى باصابع وخطوط فاضرب به على التوالى فى ١٢ ثم ١٢ فتجد عدد ٠٧٨٤٤٤ر٠ ن معادلا ٩٤١٣٢٨ر٠ ص او ٢٩٥٩٣٦ر١١ ع بحيث يعادل الكسر المفروض ٢٩٥٩٣٦ر١١ ع ٣ ن او يعادل ٢٩٦ر١١ غ ٣ ن بحيث يبلغ تقريبا جزأ من عشرة آلاف من الخط

(١١٩) اذا أردت تحويل عدد منتسب الى كسر من أحد آحاد ذلك العدد فانسب جميع آحاده على اختلافها الى ذلك الاحد ثم أجر عملية الجمع ولنمثل لذلك بثلاثة أمثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٦ ص و ٤ ن و ٣ ث الى كسر من التواز

فنقول حيث ان ١ ن يعادل $\frac{١}{٦}$ ث و ١ ص يعادل $\frac{١}{٧٢}$ ث تكون ٦ ص و ٤ ن معادلة $\frac{٤}{٦}$ ث + $\frac{٦}{٧٢}$ ث او $\frac{٢}{٣}$ ث + $\frac{١}{١٢}$ ث او $\frac{٩}{١٢}$ ث او $\frac{٣}{٤}$ ث فاذن تكون ٦ ص و ٤ ن و ٣ ث معادلة $\frac{٣}{٤}$ ٣ ث او $\frac{١٥}{٤}$ ث

وتتوصل الى هذه النتيجة بعينها أيضا بتحويل ق ٤ و ت ٣ من مبدا الامر الى اصابع فنجد صـ ٦ و ق ٤ و ت ٣ معادلة صـ ٢٧٠ او ٢٧٠ فى صـ ١

او ٢٧٠ فى ت ١/٧٢ او ت ٢٧٠/٧٢ او ت ١٥/٤

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل صـ ٦ و ق ٤ و ت ٣ الى كسر من القدم

فنقول حيث ان ت ٣ تعادل ق ١٨ و صـ ٦ تعادل ق ٦/١٢ او ق ١/٢ تكون

صـ ٦ و ق ٤ و ت ٣ معادلة ق ١٨ + ق ٤ + ق ١/٢ او ق ٢٢ ١/٢

او ق ٤٥/٢

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل الهنداز الى كسر من التواز

فبموجب ماتقدم فى نمرة (١٠٧) مما يتعلق بالهنداز ترى أن الهنداز

تعادل غ ١٠ و صـ ٧ و ق ٣ او نقطة ٦٣٢٢ وأن نقط ١ تعادل

ت ١/١٠٣٦٨

فحينئذ تكون الهنداز معادلة ٦٣٢٢ فى ت ١/١٠٣٦٨ او ت ٦٣٢٢/١٠٣٦٨

او ت ٣١٦١/٥١٨٤

(١٢٠) وماذكرناه وسيلة أيضا الى تحويل العدد المنتسب الى اجزاء اعشارية من أحد من آحاده حيثما اتفق

مثلا اذا كان المطلوب تحويل صـ ٦ و ق ٤ و ت ٣ الى كسر اعشارى من القدم لاحظت انه حيث كان ق ٤ و ت ٣ تعادل ق ٢٢ وكان صـ ٦

= ٦/١٢ ق = ١/٢ ق = ٠ر٥ ق فحينئذ تكون ٦ ص و ٤ ق و ٣ ت
معادلة ٢٢ر٥ ق

فاذا أردت التعبير عن ٦ ص و ٤ ق و ٣ ت بكسر اعشارى من التواز
رأيت أن ٦ ص و ٤ ق تعادل ٤/٦ ت + ٦/٧٢ ت او ٢/٣ ت + ١/١٢ ت او ٩/١٢ ت او ٣/٤ ت
او ٠ر٧٥ ت فيكون العدد المفروض حينئذ معادلا ٣ر٧٥ ت

تنبيه * تحويل الاعداد المتنسبة الى كسور اعشارية يؤدى الى ارتباط عملية هذه الاعداد بعمليات الكسور الاعشارية وتوقفها عليها وهو وان كان أسهل وأوجز بالنظر الى العلم الا انه يؤدى غالبا الى التطويل فى العمل فلذا اختاروا اجراء العمل من أول وهلة على الاعداد المتنسبة المفروضة بدون تحويل الى الكسور المذكورة

(الفصل الثانى)
فى الاقيسة الجديدة

---

(١٢١) جميع الاقيسة على الطريقة الجديدة مرتبطة ببعضها ومأخوذة من وحدة أصلية يمكن ضبطها وتحريرها فى جميع الاوقات وسائر البلدان واسماؤها المصطلح عليها محصورة فى كلمات قليلة وعملياتها وجيزة لانها لاتجرى الا فى الكسور الاعشارية

اقيسة الخطوط اى الاطوال

لما أرادوا تعيين وحدة الطول المسماة مترا بحثوا عن طول قوس دائرة نصف النهار الارضية الذى هو مسافة مابين القطب وخط الاستواء فرأوا هذا الطول الذى هو عبارة عن ربع محيط الارض بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ وبقياس القدم ٣٠٧٨٤٤٤٠ وجعلوا منه الجزء المعادل لواحد من عشرة ملايين هو طول المتر بحيث صار المتر بقياس التواز ٠ر٥١٣٠٧٤

وبقياس القدم ٣ر٠٧٨٤٤ او ٢٩٦ر ع/١١ ب/٣ بحيث يبلغ
تقريبا جزأ من عشرة آلاف من الخط (راجع المثال الثانى من نمرة (١١٨)
والاقيسة الجديدة المستعملة فى فرانسا مأخوذة من المتر
فالاقيسة الخطية أو الاطوال عبارة عن المضاعفات الاعشارية واجزائها
من المتر يعنى انها عبارة عن حواصل الضروب فى ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
وهكذا أو خوارج قسمة طول المتر عليها
وتتركب اسماء تلك الاقيسة سواء كانت أكبر من الوحدة الاصلية (التى هى
المتر) او اصغر منها بزيادة كلمة من الكلمات الآتية قبل اسم تلك الوحدة
والكلمات المذكورة هى ميريا * وكيلو * وايكتو * وديكا * ودیسی *
وسنتى * وميلى * ومعانيها على سبيل اللف والنشر المرتب عشرة آلاف *
والف * ومائة * وعشرة * وعشر * وجزء من مائة وجزء من ألف
فهى ميريامتر عشرة آلاف متر وسنتيمتر جزء من مائة من المتر وهكذا
ويجرى مثل هذا ايضا فيما عدا ذلك من مضاعفات الواحدة المميزة واجزاء
مضاعفاتها
ويستعمل فى تعيين المسافات الميريامتر الذى يعادل ١٠٠٠٠ متر
او ١٠٠٠٠ فى ٥١٣٠٧٤ر ب او ٧٤ر٠ ش/٥١٣ وكذلك
الكيلومتر الذى يعادل ١٠٠٠ متر أو ٠٧٤ر ش/٥١٣
ولاجل ادخال الطريقه الاعشاريه فى جميع الاقيسة قسموا المحيط الى ٤٠٠
جزء متساويه تسمى بالفرادة أى الدرجات المئينية وقسموا ايضا الدرجة
الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة
وهكذا

اقيسة السطوح

وحدة السطوح هى المتر المربع
والوحدة التى اختاروها لقياس سطوح الاراضى هى مربع ضلعه

١٠ امتار و يسمى عندهم بالآر

والآر ١٠٠ متر مربع او ١٠٠ فى متر مربع او ١٠٠ مربع ضلع كل مربع منها متر والجزء من مائة من الآر او السنتيار هو متر مربع وكل مائة آر تسمى هكتارا لا ايكتوارا والهكتار ١٠٠٠٠ متر مربع وهو مربع ضلعه ١٠٠ متر

اقيسة الحجم والسعة

وحدة الجوم هى متر مكعب * والمتر المكعب اذا استعمل فى قياس اخشاب الحريق يقال له استير

ووحدة السعة بالنسبة للمائعات والحبوب هى الليتر وهو ديسيمتر مكعب * والاقيسة المستعملة فيها هى الايكتوليتر والديكاليتر والليتر والديسيليتر

وقد يقوم الليتر مقام الباتنة (فى المشروبات) ومقام الليترون (فى الحبوب) وان كان أكبر منهما اية يروقد يقوم الديكاليتر فى الحبوب مقام البواسو كما أن الايكتوليتر قد يقوم مقام السنتية

الموازين

وحدة الوزن هى الغرام وزنته سنتيمتر مكعب من الماء المقطر الذى بلغ أقصى درجة فى الكثافة وهذه الزنة المبينة فى الاقيسة القديمة هى ١٨٨٢٧١٥ و ١٨ غرانا أى حبة

وعليه فالكيلوغرام اواللوربوا الجديد اواللور الاعشارى هو ١٥ و ١٨٨٢٧ غرانا

النقود والمعاملات

نقود الفضة الجديدة زنة ما فيها من الفضة الخالصة $\frac{9}{10}$ وكذلك نقود الذهب زنة ما فيها من الذهب الخالص $\frac{9}{10}$ ومن هنا ما قيل ان صافى نقود الفضة او الذهب هو $\frac{9}{10}$

ووحدة المعاملات الجديدة هى الفرنك وزنته ٥ غرامات ويقال لعشره

دبسيم

ديسيم وللجزء من مائة منه سنتيم وهذه الثلاثة هي الجارية الآن في الحسابات الفرنساوية * ونقود الفضة هي قطع الفرنك ونصف الفرنك وربع الفرنك والقطع المساوية لفرنكين والمساوية لخمسة فرنكات وزنة هذه القطعة الاخيرة ٢٥ غراما وعليه فزنة كل ٤٠ من هذه القطعة المساوية لخمسة فرنكات كيلوغرام أي ١٠٠٠ غرام * ونقود الذهب الجديدة هي القطع ذات العشرين فرنكا وذات الاربعين فرنكا القائمة مقام اللويز وضعف اللويز * وزنة كل قطعة من القطع ذات العشرين فرنكا ٦ر٤٥١٦١ غرامات وقطرها ٢١ مليمترا بخلاف ذات الاربعين فرنكا فقطرها ٢٦ مليمترا فيكفي في ايجاد طول المتر أن تضع ٣٤ قطعة من ذات العشرين فرنكا و ١١ من ذات الاربعين متتالية بعضها عقب بعض وذلك لان مجموع أقطار القطع الخمسة والاربعين المذكورة هو ٣٤ في ٢١ مليمترا زائدا ١١ في ٢٦ مليمترا و ١٠٠٠ مليمترا أو مترا واحد

ونقود النحاس الجديدة هي القطع الصغيرة التي تساوي الواحدة منها سنتيما واحدا وهي تعادل جزأ من مائة من الفرنك والقطعة ذات الخمسة سنتيمات او الصولدي الجديد والقطعة التي تساوي ديسيما واحدا او الصولدي الكبير الجديد وهو عشر الفرنك

عدية الاقيسة الجديدة وعملياتها

(١٢٢) عدية الاعداد الاعشارية وعملياتها يصلحان للاعداد المنتسبة الدالة على الاقيسة الجديدة لان هذه الاقيسة يجري فيها التجزي الاعشاري

فاذا أردت أن تعبر عن قياس جديد بعدد اعشاري فانطق أولا بالعدد الاعشاري بقطع النظر عن تمييزه كما في نمرة ٩٣ ثم استبدل الاحد المبهم بالاحد المميز المطلوب

فعلى هذا يمكن أن تعبر عن عدد ٢٢٧ر٣٩ م بهذه العبارة وهي مائتان وسبعة وعشرون مترا وتسعة وثلاثون سنتيمترا أو اثنان وعشرون ألفا وسبعمائة وتسعة وثلاثون سنتيمترا كما في نمرة ٩٤

واذا أردت أن تكتب قياسا جديدا هو آتيا بالارقام فاكتب أولا العدد المنطوق على حسب قاعدة نمرة ٩٧ بقطع النظر عن تمييزه ثم اكتب على يمين رقم الآحاد الحرف الاول من التمييز

فعلى هذا اذا كان المطلوب كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين مترا وتسعة وثلاثين سنتيمترا الذى يصح أن تعبر عنه أيضا باثنين وعشرين ألفا وسبعمائة وتسعة وثلاثين سنتيمترا فاكتبه هكذا

٢٢٧م٣٩ر كما فى نمرة ٩٥

ويكفى فى تحويل قياس جديد معبر عنه بعدد اعشارى الى أحد اياما كان من الآحاد المميزة ان تضرب العدد الاعشارى فى ١٠ او ١٠٠ الخ وهكذا أو تقسمه على ماذكر بان تنقل الشرطة الى يمين الرقم الدال على آحاد المنزلة المطلوبة فى صورة الضرب أو الى يساره فى صورة القسمة فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل ٨٣٢٥م٤٧ر الى ايكتومتر فلاحظ انه حيث كان الايكتومتر الواحد يعادل ١٠٠ متر فيكفى أن تقسم ٨٣٢٥ر٤٧ على ١٠٠ بأن تنقل الشرطة خانتين الى الجهة اليسرى بأن تضعها على يمين رقم ٣ الذى هو مئات المتر بحيث يكون عدد ٨٣٢٥ر٤٧ معادلا ايكتومتر

لعدد ٨٣ر٢٥٤٧

ثم ان جمع الاعداد المحولة الى جنس واحد وكذلك طرحها يكون على حسب ما تقرر فى نمرة ٩٧

أمثلة الجمع

متر	فرنكا	دسيمترا
١٢ر٣٤	٢٨٠٠٠ر٩٠٩٠٠٩	٣٧٠٥ر٢
٤٢ر٥٣	٩٩ر١٠١٩٩١	٨٩ر٧٥٠١
مترا	فرنكا	دسيمترا
المجموع ٥٤ر٨٧	٢٨١٠٠ر٠١١٠٠٠	٣٧٩٤ر٩٥٠١

أمثلة الطرح

	ديسيمترا	فرنكا	مترا
المطروح منه	٣٧٩٤٫٩٥٠١	٢٨١٠٠٫٠١١٠٠٠	٥٤٫٨٧
	ديسيمترا	فرنكا	مترا
المطروح	٨٩٫٧٥٠١	٢٨٠٠٠٫٩٠٩٠٠٩	١٢٫٣٤
	ديسيمترا	فرنكا	مترا
الباقى	٣٧٠٥٫٢	٩٩٫١٠١٩٩١	٤٢٫٥٣

ومتى كانت مقادير الاعداد المفروضة مختلفة فتحوّل المسئلة الى الصورة المتقدمة بأن تحوّل الاعداد المذكورة الى جنس واحد

مثلا * اذا كان المفروض عددى ٣٧٧٫٤ ديسيمترا و ٠٫٠٠٩٣٦٨ كيلومتر فاذا حولتهما الى وحدة المتر رأيت مجموعهما ٤٧٫١٠٨ م وباقى طرحهما ٢٨٫٣٧٢ م

وعمليتا الضرب والقسمة كلتاهما تجرى على حسب ما تقرر فى نمرتى ٩٨ و ٩٩ وعليه فيكون حاصل ضرب ٠٫٠٤ م فى ٠٫٠٠١٢ هو ٠٫٠٠٠٠٤٨ م ويكون خارج قسمة ٠٫٠٠٠٠٤٨ م على ٠٫٠٤ م هو ٠٫٠٠١٢

ثم ان ما تقرر من القواعد فى نمرة ١٠٤ و ١٠٥ و ١٠٦ يجرى فى الاقيسة الجديدة وعليه فيكون مقدار ٢٧٫٤٦٧٨٥ م وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ٢٧٫٤٦ م تقريبا وفى صورة ما اذا أريد ابقاء رقمين أو ثلاثة اعشارية يكون المقدار التقريبى للعدد

٣٧ ٦٢٣٧ر٥م وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ٦٢ر٥م

او ٦٢٤ر٥م ويكون حاصل ضرب ٧٤٦٢٣ر٨م وهكذا من

الاعداد الاعشارية فى ٣٤٥٦٧ر٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

مقربا من ديسيمتر واحد هو ٢٠ر٥م

(المقابلة بين الآحاد المختلفة من الاقيسة القديمة والجديدة)

(أقيسة الخطوط أى الاطوال)

(وفيها اربع صور)

(١٢٣) الصورة الاولى ان يكون المطلوب مقابلة المتر بالتواز أو اجزائه وبالعكس فلاحظ ان المعتبر فى الاصل (كما سبق فى مبحث أقيسة الخطوط) هو

ان ١٠٠٠٠٠٠ من المتر = ٥١٣٠٧٤٠ توازتعطى ١ت

= $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥١٣٠٧٤}$ = ٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ر١م وهكذا من

الاعداد الاعشارية و ١م = ٥١٣٠٧٤ر٠ت

وحيث عرفت مقابلة التواز بالامتار فاستخرج من ذلك مقادير الاقدام والاصابع وغيرها بالامتار أيضا بان تقسم مقدار التواز على ٦ أو على ١٢ الخ على التوالى * وفى صورة العكس وهى ما اذا أريد تحويل المتر الى اقدام أو اصابع أو خطوط أو غير ذلك يكفى ان تحوّل مقدار المتر وهو

٥١٣٠٧٤ر٠ت الى اقدام وأصابع وخطوط وغيرها بأن تضرب مقدار المتر على التوالى فى ٦ و ١٢ و ١٢ الخ فيؤدى الى نتائج وهى

١ق = ٣٢٤٨٣٩٤٣١٨٦٨٨٢٧ر٠م أو ١ص =

٠٢٧٠٦٩٩٥٢٦٥٥٧٣٥ر٠م وهكذا من الاعداد الاعشارية

و ١ غ = ٠٫٠٠٢٢٥٥٨٢٩٣٨٧٩٧٧ م وهكذا من الاعداد

نقطة

الاعشارية و ١ = ٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م وهكذا

من الاعداد الاعشارية و ١ م = ٣٫٠٧٨٤٤٤ ن

=٣٦٫٩٤١٣٢٨ صـ =٤٤٣٫٢٩٥٩٣٦ غ

الصورة الثانية أن يكون المطلوب مقابلة الهندازة بالمتر فلاحظ

ان الهندازة تعادل ٦٣٢٢ نقطة وان النقطة تعادل

٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فالهندازة تعادل ٦٣٢٢ فى ٠٫٠٠٠١٨٧٩٨٥٧٨٢٣٣١ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١٫١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦٥ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية

ويتوصل أيضا الى هذه النتيجة بعينها بملاحظة ان الهندازة حيث انها تعادل

٣ ن و ٧ صـ و ١٠ غ و ١٠ نقط فيكفى حينئذ تحويل اجزاء

٣ ن و ٧ صـ و ١٠ غ و ١٠ نقط الى الامتار وهذا فى غاية السهولة لان مقادير

الاقدام والاصابع والخطوط والنقط قد قدرت بالامتار (بموجب الصورة

الاولى)

وبالجملة فاذا أردت أن تحقق ذلك على وجه التحرير والضبط فلاحظ ان الهندازة

الواحدة تعادل $\frac{٣١٦١}{٥١٤٨}$ من التواز او $\frac{٣١٦١}{٥١٨٤}$ من $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥١٣٠٤٧}$ م

او $\frac{٣١٦١٠٠٠٠٠٠}{٢٦٥٩٧٧٥٦١٦}$ أو تعادل بطريقة القسمة ١٫١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٩ م

وهكذا من الاعداد الاعشارية واما صورة العكس (وهى ما اذا كان المطلوب مقابلة المتر بالهنداذة) فيقال فيها حيث ان الهنداذة تعادل ١٨٨٤٤٦١١٥٨ ر ١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١ م × ١٨٨٤٤٦١ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا قسمنا الهنداذة الواحدة على ١٨٨٤٤٦١ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كان خارج القسمة وهو ٨٤١٤٣٤٨ ر ٠ هنداذة وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار المتر بالهنداذة

وان أردت تقريب ذلك بالكلية فلاحظ أن الهنداذة الواحدة = $\frac{316100000}{265977561 6}$ م تعطى ١ م = $\frac{2659775616}{316100000}$ هنداذة فبقسمة ٢٦٥٩٧٧٥٦١٦ على ٣١٦١٠٠٠٠٠ تجد مقدار المتر بالهنداذة

تنبيه ما ذكرناه من الطرق المختلفة فى تقويم الهنداذة بالمتر وعكسه يجرى أيضا فى غيرهما من الاقيسة ومن الآن فصاعدا لانذكر فى بيان النتائج الا أسهل تلك الطرق وأوجزها

الصورة الثالثة أن يكون المطلوب تقويم الفراسخ بالكيلومتر والكيلومتر بالفراسخ والطريق المستعملة فى ذلك هى قسمة المحيط الى ٣٦٠ درجة على رأى المتقدمين فنقول حيث ان ٩٠ درجة ارضية تعادل ١٠٠٠٠٠٠٠ من الامتار (كما فى نمرة ١٢١) او ١٠٠٠٠ كيلومتر فالدرجة الارضية = $\frac{10000}{90}$ كيلومتر = $\frac{1000}{9}$ كيلومتر فتكون الدرجة الارضية = ٢٥ فرسخا بريا = ٢٠ فرسخا بحريا ويكون فرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ توازو التواز = ١٫٩٤٩٠٣٦٥٩ م وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٫٠٠١٩٤٩٠٣٦٥٩ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

والمتر

والمتر = ٠٫٠٥١٣٠٧٤ت والكيلومتر = ٥١٣٫٠٧٤ت فاذن

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

الفرسخ البرى = ١/٢٥ = ١/٢٥ من ١٠٠٠٠/٩ = ٤٠٠/٩ = ٤٤٤٫٤

فرسخ برى

وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = ٩/٤٠ = ٠٫٢٢٥

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

فرسخ برى والفرسخ البحرى = ١/٢٠ = ١/٢٠ من ١٠٠٠٠/٩ = ٥٠٠/٩

كيلومتر فرسخ بحرى

= ٥٥٥٫٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = ٩/٥٠ =

ثوان

٠٫١٨ فرسخ بحرى وفرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠

فى ٠٫٠٠١٩٤٩٠٣٦٥٩ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

= ٣٫٨٩٨٠٧٣١٨ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

فرسخ بوسطة ت

والكيلومتر = ٥١٣٫٠٧٤ فى ١ = ٥١٣٫٠٧٤ فى ١/٢٠٠٠

فرسخ بوسطة

= ٠٫٢٥٦٥٣٧

الصورة الرابعة ان يكون المطلوب تقويم الدرجات بالغرادات وعكسه بموجب الطريقة القديمة فلاحظ ان ربع المحيط ينقسم الى ٩٠ درجة والى ١٠٠ غرادة فينتج من ذلك ان الدرجة القديمة = ١٠/٩ من الغرادة وان الغرادة = ٩/١٠ من الدرجة القديمة

فذلك هو الوسيلة فى تحويل الدرجات القديمة الى غرادات وعكسه

السطوح والحجوم والسعات

اعلم ان البحث عن العلاقات التى بين الآحاد المختلفة من السطح والحجم والسعة

قديمة كانت أو جديدة متوقف على معرفة ما يتعلق بذلك من المسائل الهندسية وليس هذا محله فاذا أردت الوقوف على نتائج هذا البحث فانظر ما ذيلنا به الكتاب من الجداول والتنبيهات

الموازين

اذا أردت تحويل اللوربوا الى الكيلوغرام أو عكسه فلاحظ ان الكيلوغرام يزن

غران ١٨٨٢٧ر١٥ أو $\frac{١٨٨٢٧١٥}{١٠٠}$ من الغران او $\frac{١}{٩٢١٦}$ من ر

لان ١ ر يساوى $\frac{١}{٩٢١٦}$ غران فاذن الكيلوغرام = $\frac{١٨٨٢٧١٥}{٩٢١٦٠٠}$ ر وينتج من

ذلك ان ١ ر = $\frac{٩٢١٦٠٠}{١٨٨٢٧١٥}$ كيلوغرام

وباجراء عمليات هذه القسمات ترى ان ١ كيلوغرام = ٢ر٠٤٢٨٧٦٥١٩ ر

وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ ر = ٠ر٤٨٩٥٠٥٨٤٦٦٠ كيلوغرام

وهكذا من الاعداد الاعشارية وهذه المساواة وهى ١ ر = ١٦ اس و ١ اس

= ٨ غ و ١ غ = ٧٢ ن تدل على انه اذا أريد تحويل مقدار

الكيلوغرام وهو ٢ر٠٤٢٨٧٦٥ ر وهكذا من الاعداد الاعشارية الى أونسات وغروسات وغرانات (أى اواق ودراهم وحبات) يكفى ضربه على

التوالى فى ١٦ وفى ٨ وفى ٧٢ فبهذه الكيفية ترى ان ١ كيلوغرام

= ٣٢ر٦٨٦٠٢٤٣ اس وهكذا من الاعداد الاعشارية

= ٢٦١ر٤٨٨١٩٤ غ وهكذا من الاعداد الاعشارية

=

ف

= ١٨٨٢٧٫١٤٩٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فاذا قسمت مقدار ١ ر وهو ٠٫٤٨٩٥٠٠٥٨ كيلوغرام على ١٦ كان خارج القسمة وهو ٠٫٠٣٠٥٩٤ كيلوغرام عبارة عن اونسة واحدة واذا قسمت مقدار الاونسة على ٨ كان مقدار الغروس ٠٫٠٠٣٨٢٤ كيلواغرام وبقسمة هذا العدد الاخير على ٧٢ يكون خارج القسمة الذى هو ٠٫٠٠٠٠٥٣١١ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار الغران بالكيلوغرام

والقنطار يعادل ١٠٠ ر او ١٠٠ فى ٠٫٤٨٩٥٠٠٥٨ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٤٨٫٩٥٠٠٥٨ كيلواغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٤٫٨٩٥٠٠٥٨ ميرياغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية

والميرياغرام يعادل ١٠ كيلوغرامات او ١٠ فى ٢٫٠٤٢٨٧٦ ر وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٢٠٫٤٢٨٧٦ ر وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٠٫٢٠٤٢٨٧٦ قنطار وهكذا من الاعداد الاعشارية

نقود المعاملات

اذا اردت تحويل اللوروتورنوا الى فرنكات او العكس فلاحظ أن زنة الفرنك ٥ غرامات وانه يحتوى من الفضة الخالصة على $\frac{9}{10}$ اعنى على $\frac{9}{10}$ من

غران غران

٥ غرامات او $\frac{٩}{٢}$ غرام او $\frac{٩}{٢}$ من ١٨٫٨٢٧١٥ او ٨٤٫٨٢٢١٧٥

وأيضا هنا بعض تجارب صحيحة تدل على أن اللورتورنوا الناتج من الايكو

ل غران

الذى مقداره ٦ يحتوى على ٨٣٫٦٥٧٩٣٦ من الفضة الخالصة

فرنك

وعليه فالفران الواحد من الفضة الخالصة يعادل $\frac{١}{٨٤٫٧٢٢١٧٥}$

ل

او $\frac{١}{٨٣٫٦٧٥٩٣٦}$

وحيث لزم ان مقدار هذين الكسرين واحد يؤخذ من التنبيه الثالث من نمرة

ل فرنك

٧٤ أن ٨٣٫٦٧٥٩٣٦ = ٨٤٫٧٢٢١٧٥ وينتج من

فرنك فرنك ل

هذا أن ١ = $\frac{٨٣٦٧٥٩٣٦}{٨٤٧٢٢١٧٥}$ = ٠٫٩٨٧٦٥٠٠٩٤٢٦ وهكذا

ل ل فرنك

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{٨٤٧٢٢١٧٥}{٨٣٦٧٥٩٣٦}$ = ١٫٠١٢٥٠٣٤٦٣٣

فرنك ل صل

وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{١}{٢٠}$ = $\frac{١}{٢٠}$ من ٠٫٩٨٧٦

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٫٠٤٩٣٨٢٥٤٧١٣ وهكذا

فرنك صل د

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{١}{١٢}$ = ٠٫٠٠٤١١٥٢١٢٢

وهكذا من الاعداد الاعشارية

تحويل الاقيسة القديمة الى الاقيسة الجديدة وعكسه

(١٢٤) حيث عرفت مقدار كل نوع من الوحدة القديمة بالاقيسة الجديدة وعكسه سهل عليك حينئذ أن تستنتج من ذلك طريقة تحويل الاقيسة القديمة الى الجديدة وعكسه لأن ذلك يؤل الى ضرب مقدار الوحدة المطلوب

تحويلها

تحويلها فى عدد تلك الوحدات (ولنمثل لذلك بستة امثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ توازات الى امتار

فحيث ان التواز يعادل ٩٤٩٠٣٦٥٩ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية (والرمز بالميم للمتر) فيكون ٩٠٧ توازات معادلة ٩٠٧ فى ٩٤٩٠٣٦٥٩ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٧٦٧ر٧٧٦ ١م وهكذا من الاعداد الاعشارية

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحويل ٧٦٧ر٧٧٦ ١م الى توازات

فحيث ان المتر يعادل ٥١٣٠٧٤ر٠ ت فتكون ٧٦٧ر٧٧٦ ١م معادلة ١٧٦٧ر٧٧٦ فى ٥١٣٠٧٤ر٠ ت أو ٩٠٦ر٩٩٩ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٩٠٧ توازات على وجه التقريب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٢٨ ر ٤ س ٢ ع الى كيلوغرامات

فحيث ان ١ ل = ٤٨٩٥٠٥٨ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ س = ٠٣٠٥٩٤ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ ع = ٠٠٣٨٢٤ر٠ كيلوغرام وهكذا من الاعداد الاعشارية (كما سبق فى الكلام على الموازين من نمرة ١٢٣) يستنتج من ذلك مقادير اجزاء ٢٨ ر و ٤ س و ٢ ع وبانضمام تلك الاجزاء الى بعضها تجد ٢٨ ر و ٤ س و ٢ ع تعادل ١٣ر٨٣٦ كيلوغراما وهكذا من الاعداد الاعشارية

المثال الرابع أن يكون المطلوب تحويل ١٣ر٨٣٦ كيلوغرام الى لورات يوا (اى

ارطال افرنجية)

فحيث ان الكيلوغرام يعادل ٢٫٢٠٤٦٢٨٧٦٥١٩ وهكذا من الاعداد
كيلوغرام
الاعشارية فاضرب هذا العدد الاخير في ١٣٫٨٣٦ تجد ١٣٫٨٣٦
تعادل ٢٨٫٢٢٦٥٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشاريه
فاذا اردت تحويل الجزء الاعشاري وهو ٠٫٢٢٦٥٢٣٩ وهكذا من
الاعداد الاعشارية الى أونسات فاضربه في ١٦ تجده يعادل ٤٫٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية واضرب ٠٫٢٤٣٨ وهكذا من الاعداد
الاعشارية في ٨ تجد ١٫٩٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
تعادل ١٫٩٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فيكون
كيلوغرام
١٣٨٣٦ معادلة ١٫٩٥٠ ٤ ٢٨ وهكذا من الاعداد
الاعشارية او ٢ ٤ ٢٨ تقريبا

المثال الخامس أن يكون المطلوب تحويل ١٢ ١٧٠٥٨ الى فرنكات
نحول اولا ١٢ الى كسر اعشاري من اللور فيعطى ٠٫٦٠
لان ١ = $\frac{١}{٢٠}$ = ٠٫٠٥ و ١٢ = ٠٫٠٥ × ١٢
= ٠٫٦٠
فاذا تؤول المسئلة الى تحويل ١٧٠٥٨٫٦ الى فرنكات

وحيث

ل فرنك
وحيث ان ١ = ٠٫٩٨٧٦٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتكون

ل فرنك
١٧٠٥٨٫٦ معادلة ١٧٠٥٨٫٦ فى ٠٫٩٨٧٦٥٠ وهكذا

فرنك
من الاعداد الاعشارية او ١٦٨٤٧٫٩٢٦ وهكذا من الاعداد

فرنك
الاعشارية او ١٦٨٤٧٫٩٣ بحيث لا ينقص الكسر الاعشارى عن
نصف سنتيم

فرنك
المثال السادس ان يكون المطلوب تحويل ١٦٨٤٧٫٩٣ الى
لورات تورنوا

فرنك ل
فاذا ضربت مقدار ١ وهو ١٫٠١٢٥٠٣٤٦ وهكذا من الاعداد

فرنك
الاعشارية فى عدد الفرنكات وهو ١٦٨٤٧٫٩٣ تجد ١٦٨٤٧٫٩٣

ل
معادلة ١٧٠٥٨٫٥٨٧٤ ومكذا من الاعداد الاعشارية

ل
ولاجل التعبير عن الجزء الاعشارى الذى هو ٠٫٥٨٧٤ وهكذا من
الاعداد الاعشارية بصولديات نضرب ٠٫٥٨٧٤ وهكذا من الاعداد
الاعشارية فى ٢٠ فتجد ٠٫٥٨٧٤ رلـ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صل صل
معادلة ١١٫٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ١٢٫٣ بحيث

فرنك صل
لا ينقص الجزء الاعشارى فى هذا العدد عن ٠٫٣ فاذن ١٦٨٤٧٫٩٣

صل ل
= ١٧٠٥٨ ١٢

فرنك ل
تنبيه حيث ان هذه المتساوية وهى ١ = ١٫٠٠١٢٥٠٣ وهكذا من
فرنك ل
من الاعداد الاعشارية تعطى ٨٠ = ٨١ بحيث لا تزيد عن جزء من
آلف من اللور يعلم من ذلك انه فى صورة ما اذا اريد تحويل لورات تورنوا الى
فرنكات يكفى أن تنقص من اللورات جزأ من ٨١ وانه فى صورة ما اذا اريد
تحويل فرنكات الى لورات تورنوا يكفى أن تزيد على الفرنكات جزأ من
٨٠
ويسهل اجرآء القسمة على ٨١ وعلى ٨٠ لانه بموجب قاعدة نمرة ٣٢
يتحصل الجزء المساوى واحدا من ٨١ من اى عدد كان بقسمته اولا على ٩
ثم باخذ تسع خارج القسمة ويتحصل الجزء المساوى واحدا من ٨٠ من اى
عدد كان بقسمته اولا على ١٠ ثم بأخذ ثمن الخارج
ل
فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل ١٧٠٥٨٫٦ الى فرنكات فاقسم
العدد المذكور على ٩ فيتحصل ١٨٩٥٫٤ ثم خذ تسع هذا الخارج
فرنك ل
وهو ٢١٠٫٦ فاذن تكون ١٧٠٥٨٫٦ معادلة ١٧٠٥٨٫٦
فرنك فرنك فرنك
— ٢١٠٫٦ أو ١٦٨٤٨ وبين هذا و ١٦٨٤٧٫٩٣ تفاوت
يسير كما فى المثال الخامس
فرنك
واذا كان المطلوب تحويل ١٦٨٤٧٫٩٣ الى لورات تورنوا نخذ عشر
١٦٨٤٧٫٩٣ وهو ١٦٨٤٫٧٩٣ ثم ثمن ١٦٨٤٫٧٩٣ وهو
٢١٠٫٥٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية وضم ٢١٠٫٥٩٩
فرنك
وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ١٦٨٤٧٫٩٣ فتجد ١٦٨٤٧٫٩٣

معادلة

معادلة ١٧٠٥٨ر٥٢٩ ل وهكذا من الاعداد الاعشارية

(١٢٥) لاجل تسهيل تحويل الاقيسة القديمة الى الجديدة وعكسه جمعنا في الجداول الآتية في آخر الحساب جميع الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب مقادير كل نوع من الآحاد في الاعداد ذات الرقم الواحد فيكفي اذن في تحويل طريقة الى اخرى أن تحلل العدد المفروض الى آحاد منازله المتنوعة وتبحث عن تلك الاجزاء المختلفة في الجداول المذكورة ثم تضمها الى بعضها حتى يحصل مجموعها ولنمثل لذلك بستة امثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ توازات الى امتار

فتحلل هذا العدد الى ٩٠٠ ت زائدا ٧ ت وطريق تحويل هذين الجزءين الى امتار يكون بواسطة الجدول الاول ونقل الشرطة وكيفية العملية ان تقول

حيث ان ٩ توازات تعادل ١٧ر٥٤١٣٣ م فاذن

٩٠٠ ت تعادل ١٧٥٤ر١٣٣ م

و ٧ توازات تعادل ١٣ر٦٤٣٢٦

فتكون حينئذ ٩٠٧ توازات معادلة ١٧٦٧ر٧٧٦٢٦

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ١٧٦٧ر٧٧٦ م الى توازات فنعبر بالتوازات عن اعداد آحاد كل نوع مدلول عليها بالارقام المختلفة من العدد المفروض فنجد ١٧٦٧ر٧٧٦ م تعادل ٩٠٧ توازات تقريبا

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٩ غ ٤ ق ٥ ت الى امتار

فنبحث في الجدول الاول عن مقادير اعداد ٥ ت و ٤ ق و ٩ غ بالامتار ثم نجمعها الى بعضها فيحصل ١١ر٠٦٤٨٥ م

المثال الرابع ان يكون المطلوب تحويل ١١٠٦٤٨٥ر١١ م الى توازات فتبحث بواسطة جدول تحويل الامتار الى التوازات عن مقادير اجزاء العدد المفروض التي هي ١٠ م و ١ م و ٠٦ر٠ م و ٠٠٤ر٠ م و ٠٠٠٨ر٠ م و ٠٠٠٠٥ر٠ م وتضمها الى بعضها فتجد ١١٠٦٤٨٥ر١١ م تعادل ٦٧٧ر٥ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا احولت الجزء الاعشاري الذي هو ٦٧٧ر٠ ت الى أقدام واصابع وخطوط بان ضربت كل جزء من هذه الاجزاء الاعشارية بالتوالي في ٦ و ١٢ و ١٢ وجدت ٦٧٧ر٠ ت تعادل ٩ر٨ ٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٩ ٤ تقريبا

المثال الخامس ان يكون المطلوب تحويل ٢ ٤ ٢٨ الى كيلوغرامات فتبحث في الجدول الخامس (المتعلق بالموازين) عن مقادير اجزاء ٢٠ ر و ٨ ر و ٤ س و ٢ غ بالكيلوغرامات ثم تضمها الى بعضها فيحصل لك مجموعها فتجد ٢ غ ٤ س ٢٨ ر تعادل تقريبا ١٣٫٨٣٦ كيلوغرام أو ١٣٨٣٦ غراما

المثال السادس أن يكون المطلوب تحويل ١٣٫٨٣٦ كيلوغرام الى لورات بوا فتاخذ من الجدول الخامس مقادير اجزاء ١٠ كيلوغرام و ٣ كيلوغرام و ٠٫٨ كيلوغرام و ٠٫٠٣ كيلوغرام و ٠٫٠٠٦ كيلوغرام باللورات بوا فتجد مجموعها هو ٢٨٫٢٦٥٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية أو ٢ غ ٤ س ٢٨ ر تقريبا

(١٢٦) انما يتوصل بالجداول الى تعيين قيمة قياس جديد اذا كانت قيمة القياس القديم معلومة وبالعكس وذلك لانه يكفى ضرب القيمة المعلومة فى العدد المبهم الدال على عدد مرات احتواء القياس المطلوب معرفة قيمته على القياس المعلوم القيمة ولنمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول

المثال الاول اذا كان التواز الواحد من اى عمل كان تبلغ قيمته ١٢ فرنكا فما تكون قيمة المتر الواحد من هذا العمل

ت
فترى فى الجدول الاول ان المتر الواحد يعادل ٠٫٥١٣٠٧ او
فرنك ت
٠٫٥١٣٠٧ فى ١ فتضرب قيمة التواز الواحد وهى ١٢ فى عدد ٠٫٥١٣٠٧ الدال على كمية التواز التى يعادلها المتر وحاصل الضرب
فرنك
الذى هو ٦٫١٥٦٨٤ هو قيمة المتر من العمل المذكور

فرنك
المثال الثانى اذا كانت قيمة المتر الواحد من اى عمل كان تعادل ٦٫١٥٦٨٤ فما تكون قيمة التواز الواحد من هذا العمل

م
فنقول حيث ان التواز الواحد يعادل ١٫٩٤٩٠٤ فالقيمة المطلوبة
فرنك
تحصل بضرب قيمة المتر الواحد وهى ٦٫١٥٦٨٤ فى ١٫٩٤٩٠٤
فرنك
الذى هو عدد الامتار الموجودة فى التواز الواحد فيتحصل ١١٫٩٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية او ١٢ فرنكا بحيث لا تزيد الكسور الاعشارية عن جزء من عشرة آلاف من الفرنك

صل ل
المثال الثالث اذا كانت قيمة ١٢ لورا من السكر تعادل ٩ ٢٨ فما تكون

كيلوغرام
قيمة ٣٫٢١ من الفرنكات
فنقول ان اللور الواحد (اى الرطل الافرنجى) من السكر يعادل خارج قسمة

صل ل   د صل ل
٩ ٢٨ على اثنى عشر وهو ٢ ٧ ٥ ٢ وبواسطة الجدول تجد هذا

د صل ل   فرنك
العدد وهو ٥ ٧ ٢ يعادل ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد

الاعشارية والكيلوغرام يعادل ٢٫٠٤٢٨٨ واذا ضربت قيمة اللور

فرنك
الواحد من السكر وهى ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية
فى عدد ٢٫٠٤٢٨٨ الدال على كمية اللورات بوا المنحصرة فى الكيلوغرام

فرنك
فحاصل الضرب وهو ٤٫٧٨٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو

كيلوغرام
قيمة الكيلوغرام الواحد من السكر فاذن ٣٫٢١ من السكر تعادل

فرنك   فرنك
٣٫٢١ فى ٤٫٧٨٣٥ او ١٥٫٣٥٠٠ وهكذا من الاعداد
الاعشارية

كيلوغرام
ويتوصل الى هذه النتيجة بتحويل ٣٫٢١ الى لورات بوا (اى ارطال

افرنجية) فيتحصل ٦٫٥٥٧٦٣ وحيث ان ١ من السكر يعادل

فرنك
٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية تكون حينئذ ٦٫٥٥٧٦٣

فرنك
من السكر معادلة ٦٫٥٥٧٦٣ فى ٢٫٣٤١٥٥ وهكذا من

فرنك

الاعداد الاعشارية او ١٥٫٣٥٥٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(١٢٧) اذا كان المطلوب مقابلة مقادير نقود البلاد المختلفة فابحث عن كمية الخالص من ذهب تلك النقود او فضتها

مثلا اذا اردت أن تعرف من نقود انكلترة مقدار مايسمى سوران وهو من نقود الذهب الجديدة زاردت مقابلته بنوع من نقود فرانسا الجديدة المسكوكة من الذهب فانظر مافى السوران ومافى القطعة ذات العشرين فرنكا من خالص الذهب فتجد السوران يحتوى على

غرام ٧٫٣١٨٤٤٠٣٥ والقطعة ذات العشرين فرنكا زنة ٦٫٤٥١٦١ غرام

وتحتوى من خالص الذهب على $\frac{٩}{١٠}$ من الزنة المذكورة أو

غرام
٥٫٨٠٦٤٤٩

وعليه فقيمة الغرام الواحد من الذهب هى

$$\frac{\text{سوران واحد}}{٧٫٣١٨٤٤٠٣٥} \quad \text{او} \quad \frac{\text{٢٠ فرنكا}}{٥٫٨٠٦٤٤٩}$$

وحيث انه يلزم أن يكون مقدار هذين الكسرين واحدا ينتج من التنبيه الثالث من نمرة ٧٤ أن ٥٫٨٠٦٤٤٩ من سورانات الذهب تعادل ٢٠ فرنكا × ٧٫٣١٨٤٤٠٣٥

وعليه فقيمة السوران الواحد من الذهب هى

$$\frac{\text{فرنك}\ ٢٠ \times ٧٫٣١٨٤٤٠٣٥}{٥٫٨٠٦٤٤٩} \quad \text{او} \quad \frac{\text{فرنك}\ ١٤٦٣٦٨٨٠٧}{٥٨٠٦٤٤٩٠} \quad \text{او}\ \ ٢٥٫٢٠٧٩\ \text{فرنك}$$

وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فسوران الذهب يعادل تقريبا ٢٥ فرنكا و ٢٠ سنتيما و $\frac{٧٩}{١٠٠}$ من السنتيم

وبموجب القاعدة المذكورة ترى أن ادارة ضربخانة فرانسا بينت ما بين مقادير نقود البلاد المختلفة من النسب والعلاقات

الباب الخامس
فى مسائل علم الحساب

١٢٨ لنبين هنا أن مجرد تركيب القواعد الاربعة مع بعضها يكفى فى حل جميع مسائل علم الحساب فنقول

ان القواعد التى سنبينها وسيلة الى حل عدة مسائل يمكن حلها بطريق علم الحساب والى تمرين الطالب على التأهل لممارسة علم الجبر ولاجل رعاية الاختصار نفرض أن جميع الكسور التى تدخل فى منطوق المسائل تكون محولة الى مقام مشترك

١٢٩ المسئلة الاولى اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ ٢٥ر٤ فرنك فما ثمن ٣ر٧ م فنقول يكفى فى ذلك ضرب ثمن المتر الواحد وهو ٢٥ر٤ فرنك فى عدد الامتار وهو ٣ر٧ فحاصل الضرب وهو ٩٣ر٩٨ فرنك او ٩٣ فرنكا و ٩٨ سنتيما هو الثمن المطلوب

المسئلة الثانية أن يكون المطلوب تحصيل ثمن المتر الواحد من الجوخ والفرض أن ثمن ٣ر٧ م هو ٩٣ر٩٨ فرنك فلاجل ذلك تقسم ٩٣ر٩٨ فرنك على عدد الامتار وهو ٣ر٧ فخارج القسمة وهو ٢٥ر٤ فرنك هو الثمن المطلوب

المسئلة الثالثة اذا كان ثمن المتر الواحد من الجوخ ٢٥ر٤ فرنك فما عدد امتار الجوخ التى يكون ثمنها ٩٣ر٩٨ فرنك

فنقول حيث ان ثمن المتر هو ٤ر٢٥ فرنك اذا ضرب فى عدد الامتار المطلوب يكون حاصل الضرب (كما تقدم) ٩٨ر٩٣ فرنك فان عدد الامتار المذكور يتحصل بقسمة ٩٨ر٩٣ فرنك على ٤ر٢٥ فرنك وحيث ان خارج القسمة هو ٧ر٣ فرنك ظهر أن ٧ر٣ هو عدد امتار الجوخ التى ثمنها ٩٨ر٩٣

١٣٠ المسئلة الرابعة اذا كان اربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من اى عمل كان فما عدد الامتار التى يشتغلها تسعة من العملة من ذلك العمل بعينه

فنقول حيث ان العملة الاربعة اشتغلوا ٢٠ مترا كان شغل كل واحد منهم ربع ٢٠ م او ٢٠/٤ م

فاذن يكون شغل التسعة ٩ فى ٢٠/٤ م او (٩×٢٠)/٤ م او ٤٥ م

المسئلة الخامسة اذا استغرق شغل ٢٠ مترا من اى عمل كان اربعة ايام فما عدد الايام التى تلزم لشغل ٤٥ مترا من العمل المذكور

فنقول حيث ان العشرين مترا استغرقت اربعة ايام فكل متر منها يخصه جزء من ٢٠ جزأ من اربعة ايام او ٤/٢٠ يوم

فاذن الخمسة والاربعون مترا يلزم لها من الايام ٤٥ فى ٤/٢٠ يوم او (٤٥×٤)/٢٠ يوم او ٩ ايام

المسئلة السادسة اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا عملا فى ظرف ١٥ ساعة فما عدد الساعات التى يستغرقها خمسة من العملة فى التوفية بالعمل المذكور

المذكور

فنقول حيث ان الثلاثة استغرقوا فى العمل المفروض ١٥ ساعة فالعامل الواحد يستغرق ثلاثة اضعاف الزمن المذكور فى التوفية بهذا العمل اعنى ٣ فى ١٥ ساعة

وحيث ان العامل الواحد يستغرق ٣ × ١٥ ساعة لاجل العمل المذكور فالخمسة يستغرقون فى العمل بعينه زمنا اقل بخمس مرات مما استغرقه العامل الواحد اعنى $\frac{١٥ \times ٣}{٥}$ سع ولاجل مزيد الايضاح توضع صورة العملية هكذا

حيث ان ثلاثة عمال استغرقوا فى العمل ١٥ ساعة فالعامل الواحد يعمل هذا العمل بعينه فى ١٥ × ٣ سع فاذن الخمسة يعملون العمل المذكور فى $\frac{١٥ \times ٣}{٥}$ سع اوفى ٩ ساعات

المسئلة السابعة اذا كان هناك عملان كل منهما فيه صعوبة غير التى فى الآخر بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فما عدد الامتار التى يشتغلها العامل المذكور من العمل الثانى

فاذا فرضنا أن صعوبة العمل الاول عوضا عن أن تكون ٥ كانت ١ بمعنى انها أصغر مما كانت عليه بخمس مرات فالعامل الواحد يشتغل خمسة اضعاف العمل بمعنى انه يشتغل ٥ فى ٢١ مترا او ٢١ × ٥ م لكن حيث ان صعوبة الثانى مرموز اليها بعدد ٧ بمعنى انها أكبر بسبع مرات مما رمز اليها بعدد ١ فالعامل الواحد يشتغل حينئذ اقل بسبع مرات مما لو كانت الصعوبة ١ فاذن يكون شغله من العمل الثانى $\frac{٢١ \times ٥}{٧}$ م

وهذا يؤل الى ١٥ مترا فاستبان من كون نسبة الصعوبة فى العملين كنسبة ٥ الى ٧ أن العامل الذى اشتغل من العمل الاول ٢١ مترا يشتغل من الثانى ١٥ مترا

١٣١ المسئلة الثامنة ما عدد الامتار التى يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{٥}{٨}$ لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{٦}{٨}$

فنقول اذا كان عرض القماش $\frac{٦}{٨}$ لزم أن يؤخذ منه ٣٠ مترا واذا لم يكن عرضه الا $\frac{١}{٨}$ لزم أن يؤخذ منه أكثر مما هو عليه بست مرات اعنى

$٣٠^{م} \times ٦$

وحيث ان عرض القماش فى مسئلتنا هذه ليس الا $\frac{٥}{٨}$ لا يؤخذ منه حينئذ الا $\frac{٣٠^{م} \times ٦}{٥}$ اعنى ٣٦ مترا

١٣٢ المسئلة التاسعة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد مدة ثلاث ساعات واشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عمال فى يومين اذا كانوا لا يستغرقون فى العمل الا ٧ ساعات من اليوم فنقول يتوصل الى عدد الامتار المطلوب بنظير البراهين التى أسلفناها فى نمرة ١٣٠ الا انه يراعى هنا عدد العملة والساعات والايام على التوالى

وبيانه اولاً أن يقال حيث ان عمل اثنين من العملة معلوم فلاجل أن يستخرج منه عمل الثلاثة الجارى فى تلك الاحوال يقال حيث ان الاثنين اشتغلا ٩٠ مترا فشغل الواحد منهما نصف $٩٠^{م}$ او $٤٥^{م}$

فاذن يكون شغل الثلاثة $٤٥^{م}$ مكررة ثلاث مرات او $١٣٥^{م}$ فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام فى كل يوم منها ثلاث ساعات يكون مجموع شغلهم $١٣٥^{م}$

وثانيا * اذا أردنا أن نستخرج بنظير البرهنة السابقة من شغل ١٣٥م الواقع في ٣ ساعات من كل يوم مقدار ما يشتغل في ٧ ساعات من كل يوم مع بقاء ما عدا ذلك على حاله (من عدد الايام والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٣سع هو ١٣٥م فالشغل الواقع في ١سع يكون ثلث ١٣٥م أى ٤٥م

فالشغل الواقع في ٧سع يصير ٧ في ٤٥م او ٣١٥م

فاذن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ٣١٥م

وثالثا وهو آخرها اذا أردنا أن نستخرج من شغل ٣١٥م الواقع في ٥ أيام ما يشتغل في يومين مع بقاء ما عدا ذلك على حاله (من عدد الساعات والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٥ أيام هو ٣١٥م فالشغل الواقع في يوم واحد يكون خمس ٣١٥م اى ٦٣م والشغل الواقع في يومين يكون ٢ في ٦٣م او ١٢٦م فاذن الثلاثة العملة الذين يشتغلون يومين في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ١٢٦م

تنبيه * تختصر صور العمليات ببيان الضرب والقسمة اذ بذلك يحذف بعضها وتقل اجزاؤها

وعليه فيقال في هذه المسئلة

اذا كان العاملان اللذان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلا

فى ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا وكان العامل الذى يشتغل فى اليوم
الواحد ثلاث ساعات قد اشتغل فى ظرف ٥ أيام نصف $90^{م}$ او $\frac{90^{م}}{2}$

وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلوا
فى ظرف ٥ ايام ٣ فى $\frac{90^{م}}{2}$ او $\frac{3\times90^{م}}{2}$ وكان العملة الثلاثة الذين
يشتغلون فى اليوم الواحد ساعة واحدة قد اشتغلوا فى ظرف ٥ ايام ثلث
$\frac{3\times90^{م}}{2}$ او $\frac{3\times90^{م}}{3\times2}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم
الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا فى ظرف ٥ ايام ٧ فى $\frac{3\times90^{م}}{3\times2}$
او $\frac{7\times3\times90^{م}}{3\times2}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم
الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا فى اليوم الواحد خمس $\frac{7\times3\times90^{م}}{3\times2}$
او $\frac{7\times3\times90^{م}}{5\times3\times2}$ فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد سبع
ساعات يكون شغلهم فى ظرف يومين هو ضعف $\frac{7\times3\times90^{م}}{5\times3\times2}$ أو $\frac{2\times7\times3\times90^{م}}{5\times3\times2}$
وبحذف عاملى ٢ و ٣ المشتركين بين حدى هذا الكسر الاخير يؤول
عدد الامتار المطلوب الى

$$\frac{7\times90^{م}}{5} \text{ أو الى } 126$$

وتجرى هذه الكيفية فى سائر المسائل الآتى حلها ويكون اجراء الضرب
والقسمة فيها على التوالى غير انه ينبغى للطالب أن يبين أولا جميع العمليات ليقف
على ما يظهر له فيها من الاختصارات

المسئلة

المسئلة العاشرة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا فى ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا فما عدد الايام التى يستغرقها اشغل ثلاثة عملة يشتغلون ٧ ساعات فى كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا فنقول قد عرفنا مما مر فى المسئلة السابقة أن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام فى كل يوم ٧ ساعات يكون

مجموع شغلهم $\frac{٩٠ \times ٣ \times ٧}{٢ \times ٣}$ م او ٣١٥ مترا

فاذا أردنا أن نستخرج من ذلك عدد الايام التى يستغرقها شغل ثلاثة عملة لا يشتغلون فى اليوم الواحد الا ٧ ساعات حتى يكون مجموع شغلهم ١٢٦ مترا فنلاحظ انه حيث كان عدد العملة وساعات الشغل واحدا فى المسئلتين نكتفى فى ذلك بحل مسئلة وهى

اذا كان هنالك عملة اشتغلوا ٣١٥ مترا فى ظرف ٥ ايام فما عدد الايام التى يستغرقها العملة المذكورون فى عمل ١٢٦ مترا

فنقول فى الجواب حيث ان ٣١٥ مترا استغرقت ٥ ايام فالمتر الواحد

يستغرق $\frac{٥}{٣١٥}$ يوم او $\frac{١}{٦٣}$ يوم فاذن ١٢٦ م تستغرق ١٢٦ فى $\frac{١}{٦٣}$ يوم او تستغرق يومين

وعليه فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون فى اليوم الواحد ٧ ساعات يستغرقون يومين فى عمل ١٢٦ مترا

واذا بينت ما فى هذه العملية من الضرب والقسمة رأيت أن عدد الايام المطلوب هو

$\frac{٥ \times ٢ \times ٣ \times ١٢٦}{٩٠ \times ٣ \times ٧}$ او $\frac{٥ \times ٢ \times ١٢٦}{٩٠ \times ٧}$ اى ٢

(١٣٣) يتوصل بالجداول الآتية فى آخر الحساب الى حل المسائل الثلاث الآتية

المسئلة الحادية عشر اذا اشتغل ثلاثة عملة ٢ توازين و ٥ اقدام

من أى عمل كان فما عدد الامتار التى يشتغلها خمسة عملة من العمل المذكور

فنقول حيث ان ٥ ق ٢ ت تعادل ٥٢٢٢٧ر٥ م يقال

حيث ان العملة الثلاثة اشتغلوا من العمل المذكور ٥٢٢٢٧ر٥ م فالعامل

الواحد يشتغل ثلث ٥٢٢٢٧ر٥ م او ١٨٤٠٧٥ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فالعملة الخمسة يشتغلون ٥ فى ١٨٤٠٧٥ر١ م وهكذا من الاعداد

الاعشارية او ٩٢٠٣٧٥ر٩ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

المسئلة الثانية عشر اذا اشتغل خمسة عملة ٩٢٠٣٧٥ر٩ م من أى عمل كان فما عدد التوازات التى يشتغلها ثلاثة عملة من العمل المذكور

فنقول حيث ان العملة الخمسة اشتغلوا من ذلك العمل ٩٢٠٣٧٥ر٩ م فالعامل

الواحد يشتغل خمس ٩٢٠٣٧٥ر٩ م او ١٨٤٠٧٤ر١ م

وعليه فالعملة الثلاثة يشتغلون ٣ فى ١٨٤٠٧٤ر١ م او ٥٢٢٢٢ر٥ م

وحيث ان ٥٢٢٢٢ر٥ م تعادل ٨٣٣٣ر٢ ت وهكذا من الاعداد

الاعشارية فبضرب ٨٣٣٣ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فى ٦

ترى أن ٨٣٣٣ر٠ ت وهكذا من الاعداد الاعشارية تعادل ٩٩٩ر٤ ق وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٥ اقدام تقريبا فيكون الشغل المطلوب

هو ٥ ق ٢ ت

المسئلة

المسئلة الثالثة عشر اذا كانت مائة قرش اسپانيولية تعادل ٥٤٣ فرنكا و ١٠٠ دوقة هولندية تعادل ١١٩٣ فرنكا فعلى هذا ما الذى تعادله ٣٥٧٩ قرشا من الدوقات

فنقول ان القرش الواحد يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ فرنك و ١ يعادل $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة فاذن القرش يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ من $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة أو $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة فعلى ذلك ٣٥٧٩ قرشا تعادل ٣٥٧٩ فى $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة او ١٦٢٩ دوقة

تنبيه * وكذلك تجرى العملية لتعرف ما تعادله وحدة نقود احدى هاتين المملكتين من نقود الممالك الاخرى وذلك انك لما عرفت أن القرش الواحد = $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ فرنك = $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقة يستنتج من ذلك أن الفرنك الواحد = $\frac{١٠٠}{٥٤٣}$ قرش = $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقة وأن الدوقة الواحدة = $\frac{١١٩٣}{١٠٠}$ فرنك = $\frac{١١٩٣}{٥٤٣}$ قرشا

(قاعدة الشركة)

(١٣٤) انما سميت هذه القاعدة بذلك لاستعمالها فى تقسيم ما ينتج عن الشركة من الربح والخسارة بين الشركاء ثم ان ربح كل شريك أو خسارته انما يتعلق براس ماله وبالمدة التى يستغرقها رأس المال المذكور فى الشركة

المسئلة الرابعة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٠٠ فرنك و ٥٠٠ فرنك و ٧٠٠ فرنك وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فرنك فما يخص كل شريك من ذلك الربح

فرنك
فنقول حيث ان مجموع رؤس الاموال الثلاثة هو ١٥٠٠ فيقال حيث
فرنك فرنك فرنك
ان ربح ١٥٠٠ هو ٤٥٠٠ فربح الفرنك الواحد هو $\frac{٤٥٠٠}{١٥٠٠}$
فرنك
اى ٣

فرنك فرنك
فتكون حينئذ الارباح الخاصة برؤس الاموال وهى ٣٠٠ و ٥٠٠
فرنك فرنك فرنك فرنك
و ٧٠٠ هى ٣ × ٣٠٠ و ٣ × ٥٠٠ و ٣ × ٧٠٠
فرنك فرنك فرنك
أو ٩٠٠ و ١٥٠٠ و ٢١٠٠

فرنك
المسئلة الخامسة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٤٥٫٦٧
فرنك فرنك فرنك
و ٤٦٨٫٨٤ و ٤٥٢٧٫٩٥ وكان الربح الكلى ٤٢٧٫٣٩٦٨
فما يخص كل شريك من هذا الربح

فرنك
فنقول حيث ان مجموع رؤس الاموال الثلاثة هو ٥٣٤٢٫٤٦ فيقال
فرنك فرنك
حيث ان ربح ٥٣٤٢٫٤٦ هو ٤٢٧٫٣٩٦٨ فربح الفرنك الواحد
فرنك فرنك
هو $\frac{٤٢٧٫٣٩٦٨}{٥٣٤٢٫٤٦}$ او ٠٫٠٨ فاذا ضربت ربح الفرنك الواحد وهو
فرنك
٠٫٠٨ فى اعداد ٣٤٥٫٦٧ و ٤٦٨٫٨٤ و ٤٥٢٧٫٩٥
الدالة على الفرنكات التى هى كميات رؤس الاموال فحواصل الضرب وهى

فرنك فرنك فرنك
٢٧و٦٥٣٦ و ٣٧و٥٠٧٢ و ٣٦٢و٢٣٦٠ هى الارباح التى توزع على رؤوس الاموال

المسئلة السادسة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هى ١٠٠ فرنك و ٢٥٠ فرنك و ٥٠ فرنك ومكث رأس المال الاول فى الشركة ثلاثة أشهر والثانى شهرين والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فرنك فما يكون ربح كل شريك بالنسبة لرأس ماله

فيقال ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التى مكثها فى الشركة فان كانت رؤس الاموال مكثت فى الشركة مدة واحدة سهل استخراج الارباح ومعرفتها

فعلى ذلك نبحث عن رؤس الاموال التى اذا مكثت فى الشركة مدة واحدة تكون أرباحها عين ارباح رؤس الاموال المفروضة وحيث ان ١٠٠ فرنك اذا مكثت مدة ٣ أشهر يكون ربحها فى الشهر الواحد ثلاثة أضعاف ربح ١٠٠ فرنك أى ربح ٣٠٠ فرنك فيكون ربح ٢٥٠ فرنك اذا مكثت شهرين فى الشهر الواحد ضعفى ربح ٢٥٠ فرنك أى ربح ٥٠٠ فرنك وكذلك ٥٠ فرنك اذا مكثت أربعة عشر شهرا يكون ربحها كربحها فى الشهر الواحد ١٤ مرة أى كربح ١٤ فى ٥٠ أو ٧٠٠ فرنك فارباحها حينئذ هى عين الارباح المذكورة فى المسئلة الرابعة عشر

(بيان المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة والمركبة)

(١٣٥) الفائدة هي مار بحه رب المال من مال القراض وهي (عند الفرنج) عبارة عن أجرة يطلبها رب المال من عامل القراض ليعوض بها ما كان يربحه لو شغل ماله بنفسه ومال القراض يسمى رأس مال

ولاجل اجتناب الاختلاف في طريقة بيان ربح الاموال جرت العادة (عندهم أيضا) بالاتفاق على ماتربحه المائة فرنك في ظرف سنة كاملة فهذا الربح هو ما يتبين به سعر الفائدة أو سعر المال

مثلا اذا كانت ١٠٠ فرنك تربح في السنة الواحدة ٥ فرنكات كان سعر المال هو ٥ في المائة في السنة وان شئت قلت وهو الاخصر المال ٥ في المائة

ثم انهم اصطلحوا على اطلاق كلمة الايراد على العدد الذي يقسم عليه رأس المال لاجل تحصيل ربحه السنوى * مثلا اذا كان سعر المال ٥ في المائة وكان الربح جزأ من عشرين من رأس المال يقال ان المال ايراده جزء من عشرين منه

وبالجملة فيتحصل الايراد بقسمة ١٠٠ على سعر المال ويتحصل سعر المال بقسمة ١٠٠ على الايراد

ثم الربح نوعان بسيط ومركب

فيكون بسيطا اذا استوفى رأس المال جميع الاجل بدون زيادة ولا نقص وفي هذه الصورة يتحصل ربح رأس المال الذي يمكث عدة سنوات بضرب ربحه الحاصل في سنة واحدة في عدد السنين

فعلى هذا اذا كان سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة فالربح البسيط لمائة فرنك يبلغ في ثلاث سنوت ثلاثة أضعاف ٥ فرنكات أى ١٥ فرنك

وربحها في الشهر الواحد $\frac{5}{12}$ (والشهر في مبحث الارباح يعتبر دائما ثلاثين يوما)

واذا

واذا كان سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة أيضا كان ربح الفرنك

فرنك فرنك

الواحد $\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$ فاذن الربح السنوى لاى رأس مال كان هو جزء

من عشرين جزأ من رأس المال المذكور فرنك

وعليه فالربح السنوى لاربعمائة الف وثمانين الف فرنك هو $\frac{٤٨٠٠٠٠}{٢٠}$

فرنك

او ٢٤٠٠٠

واما اذا أضفت الربح الى رأس المال يحصل عن ذلك ربح آخر قيل لهذا الربح الحاصل ربح مركب وان شئت راعيت كونه ربح الربح (أى فتسميه بذلك)

(مسائل تتعلق بالارباح البسيطة)

١٣٦ لنفرض أن المعتبر فى المسائل الآتية انما هو الارباح البسيطة وأن سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة فيكون ربح أى مبلغ كان فى السنة الواحدة جزأ من عشرين جزأ من هذا المبلغ والربح الحاصل فى عدد من السنين صحيحا كان او كسريا يعرف بضرب ربح سنة واحدة فى هذا العدد

المسئلة السابعة عشرة المطلوب معرفة ربح رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات

فرنك

الحل الاول * حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فى السنة الواحدة هو جزء من

فرنك فرنك

عشرين جزأ من هذا المبلغ الذى ٤٨٠٠٠٠ اى ٢٤٠٠٠ فهذا

فرنك فرنك

المبلغ يربح فى ظرف ثلاث سنوات ثلاثة امثال ٢٤٠٠٠ او ٧٢٠٠٠

فرنك فرنك فرنك

فعلى هذا ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ثلاث سنوات ٤٨٠٠٠٠ + ٧٢٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك فرنك
الحل الثاني * حيث ان ربح ١٠٠ في السنة الواحدة هو ٥

فرنك فرنك فرنك
فربح ١ في السنة الواحدة هو ٥/١٠٠ او ١/٢٠

فرنك فرنك فرنك
وربح ١ في ثلاث سنوات هو ٣ في ١/٢٠ او ٣/٢٠

فرنك فرنك فرنك فرنك
و ١ في ثلاث سنوات يساوي ١ زائد ربحه وهو ٣/٢٠ او ٢٣/٢٠

فرنك فرنك فرنك
فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ثلاث سنوات ٢٣/٢٠ × ٤٨٠٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك
المسئلة الثامنة عشر * المطلوب معرفة ربح ٤٨٠٠٠٠ في مدة ثلاث سنوات واربعة اشهر او في مدة اربعين شهرا

فرنك فرنك
الحل الاول ٤٨٠٠٠٠ تربح في ١٢ شهرا جزأ من عشرين من ٤٨٠٠٠٠

فرنك
او ٢٤٠٠٠

فرنك فرنك
وفي شهر واحد تربح جزأ من ١٢ من ٢٤٠٠٠ او ٢٠٠٠

وفى ٤٠ شهرا تربح ٤٠ فى ٢٠٠٠ فرنك او ٨٠٠٠٠ فرنك

وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى مدة ٤٠ شهرا هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك + ٨٠٠٠٠ فرنك او ٥٦٠٠٠٠ فرنك

الحل الثانى * حيث ان ربح ١ فرنك فى ١٢ شهرا هو $\frac{1}{20}$ فرنك

فربح ١ فرنك فى شهر واحد هو $\frac{1}{12 \times 20}$ فرنك

وربح ١ فرنك فى ٤٠ شهرا هو $\frac{40 \times 1}{12 \times 20}$ فرنك او $\frac{1}{6}$ فرنك

و ١ فرنك نقدا يساوى فى ٤٠ شهرا ١ فرنك + $\frac{1}{6}$ فرنك او $\frac{7}{6}$ فرنك

فاذن ٤٨٠٠٠٠ فرنك تعادل فى ٤٠ شهرا $\frac{7}{6}$ فرنك × ٤٨٠٠٠٠

او ٥٦٠٠٠٠ فرنك

١٣٧ المسئلة التاسعة عشر * المطلوب معرفة مقدار النقود التى يعادلها مبلغ يدفع بعد اجل معلوم

فيقال حيث ان المبلغ الذى يدفع بعد اجل معلوم عبارة عن حاصل ضرب مقدار الفرنك الوحد بعد هذا الاجل فى عدد فرنكات رأس المال فان قسم المبلغ المدفوع فى آخر الاجل على قيمة فرنك واحد بعد الاجل المذكور فخارج القسمة هو عدد فرنكات رأس المال الاصلى

مثلا * المطلوب معرفة مقدار النقود التى يعادلها ٥٦٠٠٠٠ فرنك اجلها

٤٠ شهرا

فنقول قد سبق ان الفرنك النقدى يعادل بعد ٤٠ شهرا $\frac{٧}{٦}$ فرنك فاذن يقسم ٥٦٠٠٠٠ فرنك على $\frac{٧}{٦}$ فرنك وحيث ان خارج القسمة هو ٤٨٠٠٠٠ نجد كمية ٥٦٠٠٠٠ فرنك التى تدفع بعد اربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا

١٣٨ المسئلة العشرون * المطلوب معرفة عدد السنوات التى يعادل فيها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين هو ٨٠٠٠٠ فرنك فالواجب حينئذ البحث عن مقدار الزمن الذى يلزم فيه تشغيل مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك حتى يربح وبحاب بسيطا يبلغ ٨٠٠٠٠ فرنك وحيث ان ربح ١ فرنك فى سنة واحدة يعادل $\frac{١}{٢٠}$ فرنك فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى السنة الواحدة هو $\frac{١}{٢٠}$×٤٨٠٠٠٠ او ٢٤٠٠٠ فرنك

فاذن يقال حيث ان رأس المال هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك فمبلغ ٢٤٠٠٠ فرنك هو ربح رأس المال المذكور فى سنة واحدة

فمقدار ١ فرنك هو ربح $\frac{١}{٢٤٠٠٠}$ سنة

ومبلغ ٨٠٠٠٠ فرنك هو ربح $\frac{١}{٢٤٠٠٠}$ سنة × ٨٠٠٠٠ او هو ربح $\frac{١٠}{٣}$ سنوات

او

او ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرنك

المسئلة الحادية والعشرون * اذا كان معنا رأس مال قدره ٤٨٠٠٠٠ وأضفنا اليه ارباحه البسيطة مدة ٤٠ شهرا حتى بلغ ٥٦٠٠٠٠ فرنك بعد المدة المذكورة فما مقدار سعر المال الذى وقع عليه الاتفاق حين تشغيل رأس المال المذكور

فنقول حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ظرف ٤٠ شهرا هو ٥٦٠٠٠٠ فرنك — ٤٨٠٠٠٠ فرنك او ٨٠٠٠٠ فرنك فربح ١ فرنك فى ٤٠ شهرا هو $\frac{٨٠٠٠٠}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك او $\frac{١}{٦}$ فرنك وربح ١ فرنك فى شهر واحد هو $\frac{١}{٤٠×٦}$ فرنك او $\frac{١}{٢٤٠}$ فرنك وربح ١ فرنك فى ١٢ شهرا هو ١٢ فى $\frac{١}{٢٤٠}$ فرنك او $\frac{١}{٢٠}$ فرنك والربح السنوى للمائة فرنك هو $\frac{١}{٢٠}$ × ١٠٠ فرنك او ٥ فرنكات وعليه فسعر المال فى السنة الواحدة هو ٥ فى المائة

(قاعدة الحطيطة أى القرط)

الحطيطة هى ما يحط من قيمة ما فى الوثيقة المؤجل الى أجل معلوم فى صورة ما اذا أريد قبضه قبل حلول اجله

والحطيطة نوعان

احدهما الحطيطة الداخلية وهى ما كانت مساوية للتفاضل الموجود بين القدر المعين فى الوثيقة وقيمته فى صورة ما اذا قوم بدراهم نقدا بان تحط الارباح البسيطة فقط فهى على هذا عين الربح البسيط لرأس المال او للقيمة الحالة لما فى الوثيقة

ثانيهما الحطيطة الخارجية وهي ما خالفت الربح العادي من حيث كونها تدفع
على ما في الوثيقة بقدر معلوم في المائة أعني على رأس المال مضافا اليه ارباحه
فهي على هذا مركبة من ربح رأس المال الاصلي زائدا ربح ربحه
مثلا اذا كان المال خمسة في المائة في السنة الواحدة فالمائة فرنك نقدا تساوي

فرنك فرنك
في السنة الواحدة ١٠٥ فعلى ذلك اذا كان ما في الوثيقة ١٠٥

فرنك
اجلها سنة فلا تعادل الا ١٠٠ نقدا ففي صورة ما اذا أريد قبضه قبل

فرنك فرنك
حلول الاجل يحط منه ١٠٥ — ١٠٠ اى خمسة فرنكات فقد رأيت

فرنك فرنك فرنك
أن الحطيطة الداخلية في ١٠٥ هي ١٠٥ — ١٠٠ اى خمسة
فرنكات

فرنك
واما الحطيطة الخارجية في المبلغ المذكور اعني ١٠٥ والفرض ان المال

فرنك فرنك فرنك
خمسة في المائة فيقال حيث ان حطيطة ١٠٠ هي ٥ فحطيطة ١ هي

فرنك فرنك
$\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
فاذن حطيطة ١٠٥ هي $\frac{١٠٥}{٢٠}$ او $\frac{٢١}{٤}$ او ٥ر٢٥

فرنك
وعليه فالوثيقة التي يبلغ ما فيها بعد سنة ١٠٥ الدال ذلك على أن رأس

فرنك
مالها ١٠٠ يحط منها اذا أريد القبض قبل حلول الاجل المذكور

فرنك ٥٫٢٥ فلا يؤخذ حينئذ نقدا الا ١٠٥ فرنك — ٥٫٢٥ فرنك اى ٩٩٫٧٥ فرنك

فقد رأيت ان الحطيطة الخارجية وهى ٥٫٢٥ فرنك تتركب من ٥ فرنك وهى ربح رأس المال الذى هو ١٠٠ فرنك زائدة ٠٫٢٥ فرنك الذى هو ربح ٥ فرنكات

فاذا وضعت ٩٩٫٧٥ فرنك لاجل الاسترباح والفرض ان المال ٥ فى المائة فانها لا تعادل فى السنة الواحدة الا ٩٩٫٧٥ فرنك + $\frac{٩٩٫٧٥}{٢٠}$ فرنك اى ١٠٤٫٧٣٧٥ فرنك

فاذا أريد معرفة سعر المال الذى يفرض لمبلغ ٩٩٫٧٥ فرنك فى صورة ما اذا وضع هذا المبلغ ليصير مع ربحه فى السنة الواحدة ١٠٥ فرنك يقال حيث ان ربح ٩٩٫٧٥ فرنك يلزم أن يكون ١٠٥ فرنك — ٩٩٫٧٥ فرنك اى ٥٫٢٥ فرنك فربح ١ فرنك يلزم أن يكون $\frac{٥٫٢٥}{٩٩٫٧٥}$ فرنك او $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ فرنك او $\frac{١}{١٩}$ فرنك وربح ١٠٠ فرنك يلزم أن يكون $\frac{١٠٠}{١٩}$ فرنك او ٥ فرنك + $\frac{٥}{١٩}$ فرنك فحينئذ الحطيطة الخارجية ذات الخمسة فى المائة . وافقة لربح عادى قدره ٥ $\frac{٥}{١٩}$ فرنك

فى المائة

ثم ان أغلب الملل الاجنبية اغلبا يأخذ الحطيطة الداخلية بخلاف الفرنساوية فقد جرت العادة عندهم بأخذ الحطيطة الخارجية فمن ثم اقتصرنا عليها من الآن فصاعدا وعليه فالحطيطة المقدرة بأى مبلغ فى المائة اغلبا تؤخذ دائما على المبلغ المرقوم فى الوثيقة

المسئلة الثانية والعشرون * مامقدار الحطيطة الخارجية التى يلزم حطها على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ فى الوثيقة قدره ٤٥ر٢٨٥٠ مؤجل بثلاث سنوات واربعة اشهر اى باربعين شهرا

فرنك فرنك فرنك

فيقال حيث ان حطيطة ١٠٠ فى السنة الواحدة هى ٦ فحطيطة ١ فى السنة

فرنك فرنك

الواحدة تكون $\frac{٦}{١٠٠}$ وحطيطة ٤٥ر٢٨٥٠ فى السنة الواحدة

فرنك

تكون $\frac{٦}{١٠٠}$ × ٤٥ر٢٨٥٠

فرنك فرنك

وحطيطة ٤٥ر٢٨٥٠ فى الشهر الواحد تكون $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ر٤٥}{١٠٠ \times ١٢}$

فرنك فرنك

فتكون حطيطة ٤٥ر٢٨٥٠ فى ٤٠ شهرا هى $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ر٤٥ \times ٤٠}{١٠٠ \times ١٢}$

فرنك

او ٥٧٠ر٠٩

فرنك فرنك

وعليه فالذى يقبض نقدا هو ٤٥ر٢٨٥٠ — ٥٧٠ر٠٩

فرنك

او ٢٢٨٠ر٣٦

المسئلة

فرنك
المسئلة الثالثة والعشرون * اذا كان مافى الوثيقة ٢٨٥٠ر٤٥ وكان
فرنك
مؤجلا باربعين شهرا وحط منه حتى صار المقبوض نقدا ٢٢٨٠ر٣٦ فما سعر الحطيطة

فرنك
فيقال حيث ان التفاضل بين هذين المبلغين هو ٥٧٠ر٠٩ فحطيطة
فرنك فرنك
٢٨٥٠ر٤٥ هى ٥٧٠ر٠٩

فرنك فرنك فرنك
فاذن تكون حطيطة ١ هى $\frac{٥٧٠ر٠٩}{٢٨٥٠ر٤٥}$ اى $\frac{١}{٥}$

فرنك فرنك
فتكون حطيطة ١٠٠ هى $\frac{١٠٠}{٥}$ اى ٢٠ فرنكا

فرنك
فعلى هذا تكون حطيطة ١٠٠ فى ٤٠ شهرا هى ٢٠ فرنكا

فرنك فرنك فرنك
وفى شهر واحد $\frac{٢٠}{٤٠}$ اى $\frac{١}{٢}$ وفى ١٢ شهرا $\frac{١٢}{٢٠}$ اى ٦ فرنكات
وبمقتضى ذلك يكون مافى الوثيقة قد حط منه على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة

فرنك
المسئلة الرابعة والعشرون * اذا كان مافى الوثيقة ٢٨٥٠ر٤٥
وكان قد حط منه على حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة وصار المقبوض
فرنك
منه نقدا ٢٢٨٠ر٣٦ فما مقدار الأجل الذى أجل به مافى الوثيقة

فيقال ان حطيطة مافى الوثيقة هى ٢٨٥٠٫٤٥ فرنك — ٢٢٨٠٫٣٦ فرنك

اى ٥٧٠٫٠٩ فرنك

وعليه فنقول حيث ان حطيطة الفرنك الواحد فى السنة الواحدة $\frac{٦}{١٠٠}$ فرنك

فحطيطة مبلغ ٢٨٥٠٫٤٥ فرنك فى السنة الواحدة تكون $\frac{٦}{١٠٠}$

× ٢٨٥٠٫٤٥ اى ١٧١٫٠٢٧ فرنك

وحيث ان حطيطة ١٧١٫٠٢٧ فرنك توافق ١٢ شهرا فحطيطة ١ فرنك توافق

$\frac{\text{١٢ شهرا}}{\text{١٧١٫٠٢٧}}$

وحطيطة ٥٧٠٫٠٩ فرنك توافق $\frac{\text{١٢ شهرا}}{\text{١٧١٫٠٢٧}}$ × ٥٧٠٫٠٩

اى ٤٠ شهرا

فاذن أجل مافى الوثيقة المقبوض قبل الحلول هو اربعون شهرا

ولا يخفى أن قاعدة الحطيطة الخارجية ترجع دائما الى مسئلة الربح البسيط

(مسائل تتعلق بالارباح المركبة)

(١٤٠) لنفرض فى المسائل الآتية أن سعر المال ٥ فى المائة فى السنة الواحدة وأنه فى آخر كل سنة يضم ربح المبلغ الموضوع للاسترباح فى اول تلك السنة الى رأس المال ليربح فى السنة التى بعدها ثم ان كان الاجل الذى وضع فيه رأس المال للاسترباح مركبا من عدد صحيح من السنين ومن اشهر لا يبلغ عددها ١٢ شهرا فارباح الارباح تؤخذ اولا سنة سنة فى ظرف

السنوات

السنوات المجهولة أجلا ثم يوضع رأس المال الجديد الناتج عن ذلك ليربح ربحا بسيطا فى ظرف الاشهر المذكورة

فرنك
المسئلة الخامسة والعشرون * ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فى ٣ سنوات

فرنك
الحل الاول أن يقال ربح ٤٨٠٠٠٠ فى السنة الاولى هو جزء من عشرين

فرنك فرنك فرنك
من ٤٨٠٠٠٠ اى ٢٤٠٠٠ فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل

فرنك فرنك فرنك
فى آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ + ٢٤٠٠٠ اى ٥٠٤٠٠٠

فرنك
فاذا وضع هذا المبلغ اعنى ٥٠٤٠٠٠ فى اول السنة الثانية لاجل

فرنك
الاسترباح كان فى آخر تلك السنة معادلا ٥٠٤٠٠٠ زائدا

فرنك فرنك
ربحه وهو ٢٥٢٠٠ اى معادلا ٥٢٩٢٠٠ فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى أول السنة الثالثة كان فى آخرها معادلا

فرنك فرنك
٥٢٩٢٠٠ زائدا ربحه وهو ٢٦٤٦٠ اى معادلا ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

فرنك
فاذن مبلغ ٤٨٠٠٠٠ يعادل فى ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

الحل الثانى أن يقال حيث ان الربح السنوى جزء من عشرين من رأس المال فالذى يربحه المبلغ الموضوع للاسترباح فى اول سنة يتحصل فى آخر تلك السنة بضم جزء من عشرين من ذلك المبلغ اليه بمعنى انه يضرب فى $\frac{٢١}{٢٠}$

فرنك
وعليه فبلغ ٤٨٠٠٠٠ الموضوع للاسترباح فى ابتداء السنة الاولى
فرنك
يعادل فى آخرها ٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$
فاذا وضع هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى اول السنة الثانية عادل فى آخرها
فرنك فرنك
٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})^{٢}$ (ورقم ٢
الموضوع على اعلى القوس من الجهة اليمنى يدل على درجة قوة الكسر المحصور
بين القوسين كما هو القاعدة فى كل كسر أريد بيان درجة قوته)
فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح فى اول السنة الثالثة عادل فى آخرها
فرنك فرنك
٤٨٠٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ اى ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})^{٣}$
فرنك
اى ٥٥٥٦٦٠

ومن هنا يعلم انه لاجل تحصيل ما يعادله مبلغ موضوع للاسترباح على حساب ٥ فى المائة فى السنة الواحدة بعد مضى بعض سنين يكفى ضرب هذا المبلغ فى قوة $\frac{٢١}{٢٠}$ المشار اليها بعدد السنين

(١٤١) وعلى العموم اذا كان المطلوب معرفة مقدار ما يربحه رأس مال وضع ليربح ربحا مركبا فى آخر بعض السنوات يكفى البحث عن الكسر الدال على ما يعادله الفرنك الواحد الحال فى آخر السنة وضرب رأس المال فى قوة ذلك الكسر (المعتبر كعدد مبهم) المشار اليها بعدد السنين

(١٤٢) المسئلة السادسة والعشرون * المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ٣ سنوات و ٤ اشهر
فرنك
الحل الاول أن يقال ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ كما سبق فى المسئلة المتقدمة

يعادل

فرنك
يعادل فى آخر السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فيكفى حينئذ أن يضم الى هذا المبلغ الاخير ربحه البسيط فى مدة ٤ أشهر

فرنك
وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ فى اثنى عشر شهرا هو جزء من عشرين من

فرنك فرنك فرنك
٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فربح ٥٥٥٦٦٠ فى اربعة أشهر هو

فرنك فرنك فرنك
ثلث ٢٧٧٨٣ اى ٩٢٦١ فاذا أضفت هذا الربح الى ٥٥٥٦٦٠

فرنك
وجدت ٤٨٠٠٠٠ تعادل فى ظرف ثلاث سنوات واربعة اشهر

فرنك
٥٦٤٩٢١

فرنك فرنك فرنك
الحل الثانى أن يقال حيث ان ربح ١ فى اثنى عشر شهرا هو $\frac{1}{20}$ فربح ١

فرنك فرنك
فى اربعة أشهر هو ثلث $\frac{1}{20}$ اى $\frac{1}{60}$ فيحصل حينئذ مايعادله المبلغ المؤجل بأجل معلوم بعد مضى سنى الاجل فى ظرف اربعة اشهر باضافة جزء من ستين من هذا المبلغ اليه فيؤول ذلك الى أن تضرب به فى $\frac{61}{60}$

فرنك فرنك
فاذن رأس المال الذى هو ٤٨٠٠٠٠ المعادل ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{21}{20})^3$ فى ظرف ثلاث سنوات كما فى نمرة ١٤٠ يعادل فى ظرف ثلاث

فرنك
سنوات واربعة اشهر $\frac{61}{60}$ من ٤٨٠٠٠٠ × $(\frac{21}{20})^3$ او يساوى

$$٤٨٠٠٠٠^{\text{فرنك}} \times \left(\frac{٢١}{٢٠}\right)^{٣} \times \frac{٦١}{٦٠} \quad \text{او} \quad ٤٨٠٠٠٠^{\text{فرنك}} \times \frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$$

او ٥٦٤٩٢١ فرنكا

وبالجملة متى أردت أن تعرف مايعادله رأس مال موضوع لاسترباحه ربحا مركبا فى ظرف بعض سنوات واشهر فى آخر تلك المدة فابحث اولا عما يعادله رأس المال المذكور بعد مضى السنوات المؤجل بها كما فى نمرة ١٤١ ثم اضرب المبلغ الاخير فى الكسر (المعتبر كعدد مبهم) الدال على مايعادله ١ فرنك نقدا فى آخر الاشهر المكملة للاجل

المسئلة السابعة والعشرون * المطلوب معرفة مايعادله مبلغ ٥٦٤٩٢١ فرنكا المؤجل بثلاث سنوات واربعة أشهر من الدراهم الحالة

فيقال قد استنتج من المسئلة السادسة والعشرين أن الفرنك الحال يعادل $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك بعد ثلاث سنوات واربعة اشهر فاذا قسمت ٥٦٤٩٢١ فرنك على $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك فخارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما فى نمرة ١٣٧

المسئلة الثامنة والعشرون * اذا كان المطلوب استبدال جوخ ثمن المتر منه ٤٠ فرنك بكازمير ثمن المتر منه ٢٤ فرنك فما مقدار مايؤخذ من الكازمير عوضا عن ٣٠٠ متر من الجوخ

الحل الاول ان يقال حيث ان ثمن ٣٠٠ متر من الجوخ يعادل ٣٠٠ فى ٤٠ فرنك اى ١٢٠٠٠ فرنك فتأخذ من الكازمير امتارا بقدر ما فى الاثنى عشر الف فرنك من اعداد ٢٤ فرنك التى هى اثمان امتار الكازمير فاذا قسمت

فرنك فرنك
حينئذ ١٢٠٠٠ على ٢٤ فخارج القسمة وهو ٥٠٠ هو عدد الامتار المطلوبة

فرنك
الحل الثانى أن يقال ان المتر الواحد من الجوخ يعادل ٤٠ والمتر الواحد
فرنك
من الكازمير يعادل ٢٤ فعلى هذا يؤخذ بالفرنك الواحد $\frac{١}{٤٠}$ م من

الجوخ او $\frac{١}{٢٤}$ م من الكازمير فاذن $\frac{١}{٤٠}$ م من الجوخ يعادل $\frac{١}{٢٤}$ م من الكازمير

فالمتر الواحد حينئذ من الجوخ يعادل ٤٠ فى $\frac{١}{٢٤}$ م او $\frac{٥}{٣}$ م من الكازمير

فاذن ٣٠٠ م من الجوخ تعادل ٣٠٠ × $\frac{٥}{٣}$ م او ٥٠٠ م من الكازمير

المسئلة التاسعة والعشرون * اذا أراد تاجر استبدال جوخ بقماش من البفتة الهندى وكان المتران من الجوخ يعادلان ثلاثة أمتار من الكازمير وخمسة من الكازمير تعادل سبعة من القماش المذكور فما عدد الامتار التى يأخذها التاجر من ذلك القماش عوضا عن ٦٠ مترا من الجوخ

فيقال يؤخذ من السؤال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{٣}{٢}$ م من الكازمير

وأن ١ م من الكازمير يعادل $\frac{٧}{٥}$ م من البفتة الهندى

فحينئذ المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{٣}{٢}$ من $\frac{٧}{٥}$ م او $\frac{٢١}{١٠}$ م من البفتة

وعليه فالستون مترا من الجوخ تعادل ٦٠ فى $\frac{٢١}{١٠}$ م من البفتة

م
اى ١٢٦ من البقية

ثم ان الطريقة التى يتوصل بها الى حل هذه المسئلة كالتى قبلها كانت تسمى فى اصطلاح المتقدمين قاعدة المبادلة

(مسائل تتعلق بخلط المواتع)

(١٤٣) المسئلة المكملة للثلاثين * اذا خلط اربعة ليترات من النبيذ الذى ثمن الليتر منه ١٤ صل وستة اخرى مما ثمن الليتر منه ٢٤ صل فما ثمن الليتر الواحد من هذا المخلوط

فنقول اما الليترات الاربعة التى ثمن الواحد منها ١٤ صل فتعادل ٤ فى ١٤ صل أى ٥٦ صل واما الستة التى ثمن الليتر منها ٢٤ صل فتعادل ٦ فى ٢٤ صل اى ١٤٤ صل فاذن الليترات العشرة المركب منها هذا المخلوط تعادل ٥٦ صل + ١٤٤ صل اى ٢٠٠ صل

وعليه فثمن الليتر الواحد من المخلوط المذكور هو عشر ٢٠٠ صل اى ٢٠ صل

وبالجملة فتى أريد معرفة ثمن وحدة المعيار من أى مخلوط كان فيكفى فى ذلك ان تضرب ثمن المعيار من كل نوع فى عدد المعايير كلها وتقسم مجموع الحواصل على مجموع معايير المخلوط فتجد ثمن معيار المخلوط لا يتجاوز أغلى أثمان معايير المخلوطات ولا ارخصها

المسئلة الحادية والثلاثون * المطلوب خلط صنفين من النبيذ ثمن الليتر من احدهما ١٤ صل ومن الآخر ٢٤ صل بحيث يكون ثمن الليتر بعد الخلط ٢٠ صل

الحل

الحل الاول * أن تأخذ من الليترات عددا ما بأن تأخذ عشرة مثلا

صل صل

ثم تقول ١٠ ليترات من المخلوط الذى ثمن الليتر منه ٢٠ تعادل ٢٠٠

صل صل

فعلى هذا تكون العشرة مما ثمنه ٢٤ معادلة ٢٤٠ فتنقص من هذا

صل

الثمن الاخير ٤٠ دون أن تغير عدد الليترات ثم اذا أبدلت الليترات التى ثمن

صل صل صل

الليتر منها ٢٤ بليترات ثمن الليتر منها ١٤ نقصت ١٠ من ثمن الليترات

صل

العشرة الذى هو ٢٤ فيحصل حينئذ عدد الليترات التى ثمن الليتر منها

صل صل

٢٤ اللازم تعويضها بقدرها من الليترات التى ثمن الليتر منها ١٤ بان

تقسم ٤٠ على ١٠ فيكون خارج القسمة ٤ فاذن تكون

صل

اللترات العشرة من المخلوط مركبة من ٤ ليترات مما ثمن الليتر منه ١٤

صل

ومن ٦ ليترات مما ثمن الليتر منه ٢٤

صل

الحل الثانى * هو ان كل ليتر مما ثمنه ١٤ اذا بيع بعشرين كان ربحه

صل صل صل صل صل

٢٠ — ١٤ أى ٦ وكل ليتر مما ثمنه ٢٤ اذا بيع بعشرين كانت

صل صل صل صل

خسارته ٢٤ — ٢٠ اى ٤ وعليه فلاجل المعادلة بين الربح والخسارة

صل

يكفى أن تخلط أربعة ليترات مما ثمن الليتر منه ١٤ بستة ليترات مما ثمن

صل
الليتر منه ٢٤ فيكون اذن ثمن الليتر من ليترات المخلوط
صل
العشرة ٢٠

تنبيهات * الاول حيث ان أصغر عدد يقبل القسمة على ٦ او ٤ هو عدد ١٢ فمن الواضح انه اذا قسم على التوالى أحد مكررات ١٢ على ٦ او على ٤ فخارج القسمة فيهما يدل على عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلديا والاربعة والعشرين صلديا التى بخلطها يصير ثمن الليتر من المخلوط عشرين صلديا

الثانى * متى كان عدد الليترات المخلوطة معلوما أمكن بالسهولة معرفة ما يحتوى عليه المخلوط من ليترات كل صنف من النبيذ لانه اذا احتوى عشرة ليترات من المخلوط على أربعة من ذوات الاربعة عشر صلديا وعلى ستة من ذوات الاربعة والعشرين فالليتر الواحد من المخلوط يحتوى على $\frac{٤}{١٠}$ من ليتر ذوات الاربعة عشر وعلى $\frac{٦}{١٠}$ من ليتر من ذوات الاربعة والعشرين
وعليه فعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة عشر هو $\frac{٤}{١٠}$ من مجموع ليترات المخلوط (أى اربعة اعشاره) وعدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين هو $\frac{٦}{١٠}$ من ذلك المجموع (اى ستة اعشاره)

مثلا * اذا كان المطلوب ايجاد ثلاثين ليترا من نبيذ مخلوط يكون ثمن الليتر منه بعد الخلط ٢٠ صل فاخلط ثلاثين ليترا × $\frac{٤}{١٠}$ اى ١٢ ليترا من ليترات النبيذ التى ثمن الليتر منها ١٤ صل بثلاثين اخرى × $\frac{٦}{١٠}$ اى ١٨ ليترا من ليترات النبيذ التى ثمن الليتر منها ٢٤ صل

التنبيه الثالث متى كان عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلديا معلوما أمكن بالسهولة معرفة عدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين وذلك لانه قد تقدم أن عشرة ليترات من المخلوط تحتوى على ٤ ليترات من ذوات الاربعة عشر صلديا وعلى ٦ من ذوات الاربعة والعشرين وأيضا حيث ان ٦ هى $\frac{٦}{٤}$ او $\frac{٣}{٢}$ من ٤ فعدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين يكون حينئذ $\frac{٣}{٢}$ من عدد الليترات ذوات الاربعة عشر

مثلا * اذا اردت تركيب نبيذ يكون ثمن الليتر منه بعد الخلط ٣٠ صل بأن أردت أن تخلط مقدارا من النبيذ ثمن الليتر منه ٢٤ صل باثنى عشر ليترا ثمن الليتر منه ١٤ صل كان عدد ليترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين صلديا $\frac{٣}{٢}$ ٥ من ١٢ اى ١٨

(خلط المعادن)

---

(١٤٤) اذا سبكت عدة معادن مع بعضها تحصل عن اختلاطها واتحادها مايسمى مخلوطا وكل كتلة من معدن أو مخلوط تسمى سبيكة

ولا يعتبر فى المعادن الاوزنها فقط من غير التفات الى حجمها فزنة المخلوط تساوى مجموع أوزان المعادن المتركب منها ذلك المخلوط

فاذا كانت زنة المخلوط تحتوى من خالص الذهب على $\frac{٨}{١٠}$ قيل ان عيار هذا الذهب $\frac{٨}{١٠}$ أى $\frac{٨}{١٠}$ من الخالص

فعلى هذا كل سبيكة كان عيار الذهب فيها $\frac{٨}{١٠}$ وكان وزنها ١٠٠ غرام فهى مخلوط مركب من ذهب ومعادن أخرى مشتمل من خالص الذهب على $\frac{٨}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٨٠ غراما

وكل مخلوط احتوى من الذهب على $\frac{٧}{١٠}$ ومن الفضة على $\frac{٣}{١٠}$ فعياره $\frac{٧}{١٠}$ بالنسبة للذهب و $\frac{٣}{١٠}$ بالنسبة للفضة وتكون المائة غرام منه محتوية

من خالص الذهب على $\frac{٧}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٧٠ غراما ومن خالص الفضة على $\frac{٣}{١٠}$ من ١٠٠ غرام اى ٣٠ غراما

وبالجملة فتى أريد معرفة كمية معدن خالص من مخلوط معلوم العيار بالنسبة لهذا المعدن يكفى ضرب زنة المخلوط بتمامه فى عياره واما اذا أريد معرفة عيار المخلوط بالنسبة لاحد المعادن المتركب هو منها فيكفى قسمة زنة كمية هذا المعدن الذى هو من أجزاء المخلوط على زنة المخلوط بتمامه

وفى بعض الاحيان قد تقوم درجة الذهب الخالص بالقراريط ودرجة الفضة الخالصة بالدنيات فيقال للذهب الخالص ذو الاربعة والعشرين قيراطا وللفضة الخالصة ذات الاثنتى عشرة دنية

وعليه فالذهب ذو الاثنين والعشرين قيراطا يحتوى من خالص الذهب على $\frac{٢٢}{٢٤}$ فيكون عيار هذا الذهب حينئذ $\frac{٢٢}{٢٤}$ اى $\frac{١١}{١٢}$

والفضة ذات الاحدى عشرة دنية تحتوى من خالص الفضة على $\frac{١١}{١٢}$ فيكون عيار هذه الفضة حينئذ $\frac{١١}{١٢}$

وفى النقود القديمة من الذهب والفضة كان الذهب من ذى الاثنين والعشرين قيراطا والفضة من ذات الاحدى عشر دنية لانه قد سبق فى نمرة (١٠٧) أن وزن هذه النقود يحتوى على $\frac{١١}{١٢}$ من الخالص

واما النقود الجديدة من الذهب والفضة المحتوى وزنها على $\frac{٩}{١٠}$ من الخالص (كما فى مبحث النقود والمعاملات من نمرة ١٢١) فعيارها ٩ر٠ وتحتوى من الخالص على $\frac{٩}{١٠}$ ومن النحاس على $\frac{١}{١٠}$

وما ذكرناه من البراهين فى حل المسائل المتعلقة بخلط الموائع يجرى أيضا فى خلط المعادن

المسئلة الثانية والثلاثون اذا سبكنا ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٩٠ر٠ مع ٣٠ غراما من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠ فما عيار المخلوط الناتج عن ذلك

فنقول

فنقول حيث انه ينتج عن عدد الغرامات فى العيار كمية الذهب الخالص فتكون السبعون غراما من الذهب الذى عياره ٠ر٩٠ تحتوى على ٦٣ غراما من خالص الذهب وتكون الثلاثون غراما من الذهب الذى عياره ٠ر٨٠ تحتوى على ٢٤ غراما من خالص الذهب أيضا

فاذن المائة غرام التى هى عبارة عن المخلوط تحتوى من خالص الذهب على ٨٧ غراما فيكون حينئذ الغرام من المخلوط محتويا من خالص الذهب على غرام

٠ر٨٧ فعيار المخلوط اذن هو ٠ر٨٧

وبالجملة فمتى أريد معرفة عيار المخلوط المركب من سبك عدة سبائك يكفى ضرب وزن كل سبيكة فى عيارها وقسمة مجموع هذه الحواصل على زنة المخلوط بتمامه

المسئلة الثالثة والثلاثون اذا كان هناك مخلوط مركب من ٢٠ غراما من الذهب الخالص ذى ٠ر٠٥ ومن ٣٠ غراما من ذى ٠ر١٠ ومن ٢٨ غراما من ذى ٠ر١٤ ومن ١٢ غراما من ذى ٠ر٢٤ فما عيار هذا المخلوط بالنسبة للذهب

فنقول انه بموجب القاعدة المتقدمة يكون عياره بالنسبة للذهب ٠ر١٢

المسئلة الرابعة والثلاثون ما المقادير اللازمة فى خلط ذهب ذى ٠ر٩٠ من خالص الذهب مع ذهب ذى ٠ر٨٠ لاجل تركيب مخلوط يكون عياره ٠ر٨٧

الحل الاول * حيث ان المخلوط المطلوب يلزم أن يكون عياره ٠ر٨٧ غرام

يلزم أن يكون الغرام الواحد من هذا المخلوط محتويا على ٠ر٨٧ من خالص الذهب وعليه فالغرام الواحد من الذهب ذى ٠ر٩٠ من غرام

الذهب الخالص يحتوى من الذهب الخالص على أكثر من ٠ر٩٠

غرام غرام
— ٠ر٨٧ اى ٠ر٠٣ والغرام الواحد من الذهب ذى ٠ر٨٠

غرام غرام غرام
من الخالص ينقص ٠ر٨٧ — ٠ر٨٠ اى ٠ر٠٧ من الذهب
الخالص

فتحصل المعادلة حينئذ بخلط ٧ غرامات من الذهب ذى ٠ر٩٠
من الخالص مع ٣ غرامات من الذهب ذى ٠ر٨٠ وذلك لان
الغرامات العشرة التى هى مجموع ذلك المخلوط مقدار ما فيها من الزيادة من

غرام
الذهب الخالص هو ٧ فى ٠ر٠٣ اى ٠ر٢١ ومقدار ما فيها من

غرام غرام
النقصان من الذهب الخالص ايضا ٣ فى ٠ر٧٠ اى ٠ر٢١

غرام
فاذن كل غرام من المخلوط المطلوب يحتوى على ٠ر٧ من الذهب

غرام
ذى ٠ر٩٠ من الخالص وعلى ٠ر٣ من الذهب ذى ٠ر٨٠
من الخالص أيضا

فرنك
الحل الثانى * يفرض أن الغرام الواحد من الذهب الخالص يعادل ١٠٠
وحيث ان ثمن الذهب على حسب عياره فأثمان الغرام الواحد من الذهب الذى

فرنك فرنك فرنك
عياره ٠ر٩٠ و ٠ر٨٠ و ٠ر٨٧ هى بالتوزيع ٩٠ و ٨٠ و ٨٧
وبهذه الطريقة تؤل المسئلة الى معرفة كمية ما يلزم من المقادير فى خلط

فرنك
الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ بالذهب الذى يعادل الغرام منه

فرنك فرنك
٨٠ ليكون ثمن الغرام الواحد من المخلوط المتحصل ٨٧

فرنك فرنك
وكل غرام من الذهب ذى ٩٠ الداخل فى المخلوط يخسر ٩٠ —

فرنك فرنك فرنك فرنك
٨٧ فرنكا اى ٣ وكل غرام ذى ٨٠ يربح ٨٧ — ٨٠

فرنك غرام
أى ٧ وعليه فلاجل معادلة الربح بالخسارة يكفى خلط ٧

فرنك غرام غرام
من الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ مع ٣ من الذهب الذى

فرنك
يعادل الغرام منه ٨٠ وذلك لان الغرامات العشرة التى هى مجموع المخلوط
خسارتها ٧ فى ٣ وربحها ٣ فى ٧ فاذن كل غرام من

غرام فرنك غرام
المخلوط المطلوب يحتوى على ٧ر٠ من الذهب ذى ٩٠ وعلى ٣ر٠

فرنك
من الذهب ذى ٨٠ وان شئت قلت والمآل واحد ان كل غرام من المخلوط

غرام
المذكور مركب من ٧ر٠ من الذهب الذى عيارة ٩٠ر٠ ومن

غرام
٣ر٠ من الذهب الذى عياره ٨٠ر٠

(١٤٥) قد توصل من غير تجربة ولا اختبار الى حل مسائل غرتى ١٢٩ و ١٤٤
وما بينهما الآن هناك مسائل تخرج عن القواعد الخالية عن الفروض
والتقديرات كما اذا جربت عدة اعداد حيثما اتفق فانه يمكن تجربتها
بعدة تجارب لاطائل تحتها فلاجل منع هذا الخطأ تبحقق من صحة البراهين
بواسطة فروض اختبارية تكون وسيلة الى الصواب ودرء الخطا ولنمثل لذلك

فنقول

فرنك

المسئلة الخامسة والثلاثون اذا كان معك قطع مما تساوى القطعة منه ٢

فرنك

و ٥ وكان عليك مبلغ ٣٦ فرنكا وأردت أن تدفع عن ذلك عشر قطع

فرنك

من القطع المذكورة فان كانت تلك القطع العشرة مما تساوى القطعة منه ٢ فهى

فرنك فرنك فرنك

معادلة ٢٠ لا ٢٦ فيلزم اذن ان تضم اليها ٦ بدون أن تغير عددها

فرنك

فاذا أبدلت قطعة مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعة مما تساوى القطعة

فرنك فرنك فرنك

منه ٥ زادت قيمة القطع العشرة ٣ فلاجل زيادة هذه القيمة ٦ يلزم

فرنك

أن تبدل قطعتين مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعتين مما تساوى القطعة

فرنك

منه ٥ فاذن تكون الستة والعشرون فرنكا عبارة عن ثمانى قطع من ذوات الفرنكين وقطعتين من ذوات الخمسة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضع الفاسد لانه يتوصل فيها الى النتيجة بمعرفة فرض فاسد

(١٤٦) المسئلة السادسة والثلاثون سئل لاعب عما معه من الدراهم فأجاب بان التفاضل بين خمسة أمثال ما معه من اللويزات وعدد ٣٠ يساوى التفاضل بين ضعف تلك اللويزات وعدد ٦ فما عدد اللويزات التى مع اللاعب حينئذ

فنقول فى جواب هذه المسئلة انه يفرض عدد من اللويزات حيثما اتفق فان لم يكن فى ذلك العدد الخاصيتان المتقدمتان علم أن فى هذا الفرض خطأ فيزال بفرض آخر وهاك صورة العملية

الفرض الاول ٢٠ لويزا	الفرض الثانى ١٩ لويزا
التفاضل بين ٥ فى ٢٠ وعدد ٣٠ هو ٧٠	التفاضل بين ٥ فى ١٩ وعدد ٣٠ هو ٦٥
والتفاضل بين ٢ فى ٢٠ وعدد ٦ هو ٣٤	والتفاضل بين ٢ فى ١٩ وعدد ٦ هو ٣٢
فاذن يكون الخطا بالنظر لذلك ٣٦	فاذن يكون الخطا بالنظر لذلك ٣٣

فلاجل تنقيص الخطأ الذى هو ٣٦ بقدر ٣ يلزم أن تنقص واحدا من عدد اللويزات الذى هو عشرون ولاجل تنقيص الخطأ الذى هو ٣٦ بمقدار ٣٦ يلزم أن تنقص اثنى عشر من عدد اللويزات المذكور وهو عشرون

فاذن عدد اللويزات التى مع اللاعب ٨ لان التفاضل بين خمسة امثال ٨ وعدد ٣٠ هو ١٠ والتفاضل بين ضعف ٨ وعدد ٦ هو ايضا ١٠ كما هو مقتضى منطوق المسئلة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضعين الفاسدين لانه يتوصل فيها الى النتيجة بمعونة فرضين فاسدين

(الباب السادس)

في بيان المربعات وجذرها * والمكعبات وجذرها * والقوة وجذرها
(وفيه ثلاثة فصول)

(الفصل الاول)

(في بيان المربعات وجذرها)

(١٤٧) حاصل ضرب اى عدد في نفسه يسمى القوة الثانية (كما في نمرة ٢٣) او يسمى مربع هذا العدد * والعدد الذى اذا ضرب في نفسه ساوى عددا معلوما يسمى جذر القوة الثانية لذلك العدد او جذر مربعه وعليه فمربع ٧ هو ٤٩ وهو حاصل ضرب ٧ في ٧ وجذر مربع ٤٩ هو ٧

ولاجل الدلالة على القوة الثانية اعنى على مربع عدد من الاعداد يوضع فوقه من الجهة اليمنى رقم ٢

وللدلالة على جذر القوة الثانية اعنى على جذر المربع يوضع العدد تحت احدى علامتين هذه صورتهما $\sqrt[٢]{\ \ }$ و $\sqrt{\ \ }$ وعليه فرقم $^{٢}٧$ يدل على مربع ٧ وكل من $\sqrt[٢]{٤٩}$ و $\sqrt{٤٩}$ يدل على جذر مربع هو ٤٩

(١٤٨) حيث ان مربع اعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الى آخره هو ١ و ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ فجذر الاعداد المنحصرة بين ١ و ١٠٠ وبين ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ منحصر بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠ الخ فعلى هذا اذا لم يحتو مربع العدد الصحيح الا على رقمين فجذر مربعه لا يحتوى الا على رقم واحد ومتى احتوى المربع على ٣ ارقام او ٤ فجذره يحتوى على رقمين وهكذا

(بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصحيحة)

(١٤٩) حيث ان مربع الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد هو دائما اقل من

١٠٠ فجذره يستخرج من هذا الجدول وهاك صورته

الجذور ١ * ٢ * ٣ * ٤ * ٥ * ٦ * ٧ * ٨ * ٩

المربعات ١ * ٤ * ٩ * ١٦ * ٢٥ * ٣٦ * ٤٩ * ٦٤ * ٨١

ويتوصل بهذا الجدول ايضا الى استخراج جذر مربع المربع الاعظم الموجود في عدد منحصر بين مربعات اعداد ١ * و ٤ * و ٩ * و ١٦ * و ٢٥ * و ٣٦ * و ٤٩ * و ٦٤ * و ٨١ *

مثلا * حيث ان عدد ٣٨ منحصر بين ٣٦ و ٤٩ اعني بين $٦^٢$ و $٧^٢$ فجذر مربعه يكون بين ٦ و ٧ ومربعه الاعظم هو ٣٦ اى $٦^٢$ وعليه فجذر مربع المربع الاعظم الموجود في ٣٨ هو ٦ فاذن يكون هذا العدد اعنى ٦ هو المقدار الصحيح الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٣٨}$ كما سبق في نمرة ٣١

(١٥٠) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع عدد صحيح اكبر من ١٠٠ فابحث اولا عن كيفية دخول اجزاء الجذر في المربع

مثلا * اذا أريد تربيع عدد ٦٤ فعوضا عن استخراج حاصل ضرب ٦٤ في ٦٤ بموجب الطريقة المعتادة تضرب كلا من احاد المضروب وعشراته على التوالى في آحاد المضروب فيه وعشراته وتبين كلا من الحواصل الجزئية التي يتالف منها المربع وبذلك تتوصل الى اجزاء العملية على هذا الوجه

٦٤ الجذر

٦٤

١٦ آحاد مربع الآحاد التي هى ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب العشرات وهى ٦ في الآحاد التي هى ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب الآحاد وهى ٤ في العشرات التي هى ٦

٣٦ مآت مربع العشرات وهى ٦

٤٠٩٦ آحاد مربع ٦٤

بان تضرب اولا ٤ التي هى احاد المضروب في ٤ التي هى احاد المضروب

فيه فيكون الحاصل وهو ١٦ مربع ٤ التي هي آحاد ٦٤ ثم تضرب ثانيا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٤ التي هي آحاد المضروب فيه وتضرب ايضا ٤ التي هي آحاد المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه فيؤل مجموع هذين الحاصلين الى تكرير حاصل ضرب ٦ التي هي عشرات عدد ٦٤ في ٤ التي هي آحاده مرتين اعنى الى ضرب ضعف ٦ عشرات في ٤ آحادا اى الى ٤٨ عشرات ثم تضرب ثالثا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه فيكون الحاصل وهو ٣٦ مآت هو مربع عدد ٦ الذى هو عشرات عدد ٦٤ المفروض

وحيث ان مجموع هذه الحواصل الثلاثة وهو ٤٠٩٦ يدل على مربع ٦٤ يعلم أن هذا المربع يتألف من مربع عدد ٦ الذى هو عشرات ٦٤ ومن ضعف عدد ٦ الذى هو عشراته مضروبا في عدد ٤ الذى هو احاده ومن مربع عدد ٤ المذكور

(١٥١) حيث لامانع من تطبيق تلك البراهين على اى عدد كان يؤخذ من ذلك ان مربع العدد المؤلف من احاد وعشرات يحتوى على ثلاثة اجزاء * احدها مربع العشرات * ثانيها ضعف العشرات مضروبا في الآحاد * ثالثها مربع الآحاد وهذه الحواصل الثلاثة تدل بالترتيب على مئات وعشرات وآحاد

وعليه فحيث ان عدد ٦٤٩ يساوى ٦٤ عشرات زائدا ٩ آحادا فربعه وهو ٤٢١٢٠١ يكون مركبا من ثلاثة أجزاء * اولها ٤٠٩٦ مئات التي هي مربع ٦٤ عشرات * ثانيها ضعف ٦٤ عشرات مضروبا في ٩ آحادا عنى ١١٥٢ عشرات * ثالثها ٨١ التي هي مربع ٩ آحادا

(١٥٢) ولنشرع الآن في كيفية استخراج جذر مربع اى عدد صحيح فنقول

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٠٩٦ فتضع صورة العملية هكذا

المربع	٩٦ | ٤٠	٦٤	الجذر
	٣٦	٤ × ١٢٤ = ٤٩٦	
الباقي الاول	٦ | ٤٩		
	٤٩٦		
الباقي الثاني	٠٠٠		

ثم نقول حيث ان مربع ١٠ هو ١٠٠ فمربع عشرات الجذر لا يمكن وجوده الا في مئات عدد ٤٠٩٦ وهو ٤٠ ويفصل حينئذ الرقمان الاولان من الجهة اليمنى لعدد ٤٠٩٦ بفاصل قائم (كالالف) وحيث ان ٤٠ واقعة بين $٦^{٢}$ و $٧^{٢}$ ينتج من ذلك ان ٤٠ مئات محصورة بين $٦^{٢}$ مئات و $٧^{٢}$ مئات لكن ٤٠ مئات و $٧^{٢}$ مئات يتفاوتان ولو بمائة فينحصر بالضرورة حينئذ عدد ٤٠٩٦ المؤلف من ٤٠ مئات زائدا ٩٦ آحادا بين $٦^{٢}$ مئات و $٧^{٢}$ مئات اى بين مربعي ٦ عشرات و ٧ عشرات وعليه فينحصر جذر المربع الذي هو ٤٠٩٦ بين ٦ عشرات و ٧ عشرات فيتركب هذا الجذر حينئذ من ٦ عشرات وبعض آحاد اقل من ١٠ فلاجل تحصيل هذه الآحاد يطرح من ٤٠٩٦ عدد ٣٦ مئات الذي هو مربع عشرات الجذر وهي ٦ والباقي وهو ٤٩٦ لا يحتوي الا على ضعف ٦. التي هي عشرات الجذر مضروبا في الآحاد وعلى مربع الآحاد وحيث ان ضعف العشرات مضروبا في الآحاد يدل على عشرات فلا يمكن وجوده الا في عدد ٤٩ الذي هو عشرات الباقي اعني ٤٩٦ (فيفصل حينئذ الرقم الاول من يمين الباقي بالفاصل المتقدم) ويحتوي ايضا عدد ٤٩ عشرات على العشرات التي يمكن تحصيلها من مربع الآحاد فاذا قسمت حينئذ ٤٩ على عدد ١٢

الذى هو ضعف عشرات الجذر) فعدد ٤ آحاد الذى هو خارج القسمة يدل على رقم آحاد الجذر أو على رقم اكبر منه ولاجل اختبار رقم ٤ تطرح ٦٤² من ٤٠٩٦ فيدل الصفر الباقى على أن عدد ٦٤ هو الجذر المطلوب غير أنه يتوصل الى هذه النتيجة بطريق اوجز من ذلك بأن يلاحظ انه حيث كان الباقى وهو ٤٩٦ مركبا من ضعف ٦ عشرات مضروبا فى ٤ احاد ومن مربع الآحاد وهى ٤ يكفى تحصيل مجموع هذين الجزءين وطرحه من ٤٩٦ ولهذا تضع رقم الآحاد وهو ٤ على يمين عدد ١٢ (الذى هو ضعف عدد عشرات الجذر) فيتحصل ١٢٤ ثم تضرب ١٢٤ فى ٤ فيدل الحاصل على المجموع المطلوب فاذا طرحت ٤ فى ١٢٤ من ٤٩٦ دل الصفر الباقى على أن ٦٤ هو الجذر الحقيقى للمربع الذى هو ٤٠٩٦

تنبيه * حيث انه يمكن تطبيق هذا البرهان الذى اقيم لتعيين عشرات الجذر على اى عدد كان ينتج من ذلك ان جذر مربع المربع الاكبر المنحصر فى مئات أى عدد كان يعين دائما عشرات جذر مربع هذا العدد

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١ فتضع صورة العملية هكذا

		الجذر	٦٤٩		
المربع	٤٢ ١٢ ٠١				
	٣٦	١٢٥		١٢٤	١٢٨٩
الباقى الاول	٦١ ٢	٥		٤	٩
	٤٩٦	٦٢٥		٤٩٦	١١٦٠١
الباقى الثانى	١١٦٠ ١				
	١١٦٠١				
الباقى الثالث	٠٠٠٠٠				

ثم تقول حيث ان العدد المفروض محتو على أكثر من رقمين فجذره محتو على

عشرات

عشرات لايمكن أن يكون مربعها الاجزأ من مئات عدد ٤٢١٢٠١ اعنى من ٤٢١٢ (فتفصل الرقمين الاولين من يمين ٤٢١٢٠١ بالفاصل السابق

وحيث كان جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢١٢ دالا على عدد عشرات الجذر المطلوب فالغرض من المسئلة بيان جذر عدد ارقامه اقل من ارقام العدد المفروض برقمين ولهذا نفصل الرقمين الاولين من يمين ٤٢١٢ بالفاصل المذكور فيكون رقم ٦ الذى هو جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢ هو اول رقم من ارقام الجذر المطلوب من الجهة اليسرى وعليه فيكون هذا الجذر مؤلفا من ثلاثة ارقام

وتتوصل بهذه الطريقة الى تقسيم العدد المعلوم الى فصول كل منها يحتوى على رقمين بالابتداء من الجهة اليمنى (ومع هذا فقد لايحتوى الفصل الاخير الاعلى رقم واحد) وعدد الفصول يدل على عدد ارقام جذر المربع المفروض وذلك مطابق لما أسلفناه فى قاعدة نمرة ١٤٨

فاذا أجريت العملية على الوجه المذكور فى المثال المتقدم رأيت أن عدد ٦٤ هو جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢١٢ وأن ١١٦ هو مقدار التفاضل بين ٤٢١٢ و $\overline{٦٤}^{٢}$ وعليه فجذر المربع الذى هو ٤٢١٢٠١ مركب من ٦٤ عشرات وبعض آحاد معبر عنها برقم واحد (كما فى التنبيه السابق)

وحيث ان هذا المربع اعنى ٤٢١٢٠١ مركب من مربع ٦٤ التى هى عشرات الجذر ومن ضعف هذه العشرات مضروبا فى رقم الآحاد ومن مربع الآحاد فاذا طرحت من ٤٢١٢٠١ مربع ٦٤ عشرات فالباقى وهو ١١٦٠١ يحتوى على الجزءين الاخيرين من المربع

ولك أن تتوصل الى هذا الباقى بطريق اوجز من ذلك بأن تلاحظ أنه حيث كان عدد ١١٦ هو مقدار التفاضل بين ٤٢١٢ و $\overline{٦٤}^{٢}$ فبتنزيل فصل ٠١ على يمين ١١٦ يحصل التفاضل بين ٤٢١٢٠١

و ٦٤٠^٢

فعلى ذلك حيث ان ضعف ٦٤ عشرات وهو ١٢٨ عشرات يحصل عن ضربه فى الآحاد عشرات فلا يمكن وجوده الافى ١١٦٠ (فتفصل اول رقم من يمين ١١٦٠١ بالفاصل المتقدم) وحينئذ يحتوى ١١٦٠ عشرات على حاصل ضرب ١٢٨ عشرات فى آحاد الجذر المطلوب زائدا العشرات التى يمكن وجودها فى مربع الآحاد فاذا قسمت ١١٦٠ على ١٢٨ دل خارج القسمة وهو ٩ آحاد على رقم آحاد الجذر او على رقم أكبر منه * ولك أن تختبر رقم ٩ بطرح ٦٤٩^٢ من ٤٢١٢٠١ فيدل الصفر الباقى على ان ٦٤٩ هو الجذر المطلوب غير انه يقتضى ما نبهنا عليه فى المثال المتقدم نرى أن الاوجز فى العملية أن يوضع رقم ٩ على يمين عدد ١٢٨ (الذى هو ضعف عشرات الجذر) ويضرب ١٢٨٩ فى ٩ فيكون الحاصل مركبا من ضعف ٦٤ التى هى عشرات الجذر مضروبا فى الاحاد وهى ٩ ومن مربع هذه الآحاد فاذا طرحت ٩ فى ١٢٨٩ من ١١٦٠١ كان الباقى مساويا ٤٢١٢٠١ — ٦٤٩^٢ وحيث لم يبق معك باق فالعدد المتحصل هو الجذر الحقيقى

وهذان المثالان يكفيان فى تمرين الطالب على استخراج جذر مربع أى عدد صحيح

(١٥٣) كل عملية أجريتها فى استخراج جذر المربع ترى فيها كل باق يساوى العدد الذى يبحث عن جذره ناقصا مربع الجزء الذى تحصل فى الجذر وذلك لانك تتوصل الى هذا الباقى بطرحك على التوالى جميع أجزاء مربع العدد المتحصل فى الجذر من العدد المفروض ومتى اختل ذلك فالعملية فاسدة

(١٥٤) اذا وقع جذر مربع أى عدد صحيح بين عددين صحيحين متواليين فهذا الجذر وان وجد فى نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق باى عدد كان وذلك لانه لو أمكن تعيينه على وجه التحقيق لكان العدد الدال عليه كسرا

اعشاريا

اعشاريا أو اعتياديا ولو حول الى كسر أصم لكان مربع هذا الكسر عددا صحيحا وهو مستحيل كما تقدم فى نمرة (٨٤) وحينئذ يثبت المطلوب

تنبيه * مما لا يخفى عليك وجه كون بعض الكميات لا يمكن تعيينه على وجه التحقيق بأى عدد كان لان الكمية تتزايد الى غير نهاية بخلاف الاعداد فلا توجد فيها هذه الخاصية

ولما كان للاعداد الصحيحة والكسور الاعشارية والكسور الاعتيادية مقياس مشترك مع الآحاد قيل لهذه الكميات منطقة بخلاف الكميات التى ليس لها مقياس مشترك مع الآحاد فقال لها صماء مثلا $\frac{٧}{٥}$ كمية منطقة لان $\frac{١}{٥}$ منحصر تحقيقا ٧ مرات فى $\frac{٧}{٥}$ و ٥ مرات فى الواحد وجذر ٥ اصم لانه لما كان لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح على وجه التحقيق أو بكسر أعشارى او اعتيادى نتج من ذلك انه اذا انقسم الواحد الى أقسام متساوية بقدر ما يراد لم يكن أحد هذه الاقسام الصغيرا جدا بحيث يمكن انحصاره عدة مرات تحقيقا فى جذر ٥ وفى الواحد

(١٥٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر تربيعى لعدد صحيح فاجر العملية فى هذا العدد كما لو كان مربعا فان لم يكن الباقى الاخير المقابل لرقم آحاد الجذر صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتحصل فى الجذر على جذر المربع الاكبر المنحصر فى العدد المفروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مربع ٤٢٢١١٠ ما يساوى فى الجذر ٦٤٩ من الآحاد ويبقى ٩٠٩ فجذر ٤٢٢١١٠ أصم والباقى الذى هو ٩٠٩ يساوى ٤٢٢١١٠ — $٦٤٩^{٢}$ وعدد ٦٤٩ يدل على جذر المربع الاكبر المنحصر فى ٤٢٢١١٠ فعلى هذا يكون ذلك العدد اى ٤٢٢١١٠ واقعا بين $٦٤٩^{٢}$ و $٦٥٠^{٢}$

(١٥٦) اذا فرضت عددا ينقسم الى قسمين حيثما اتفق وأردت تربيعه فاضرب قسمى المضروب على التوالى فى قسمى المضروب فيه فيتحصل معك اربعة

حواصل جزئية وهى مربع القسم الاول وحاصل ضرب القسم الاول فى الثانى وحاصل ضرب الثانى فى الاول ومربع القسم الثانى وحيث كان مجموع هذه الحواصل الاربعة الجزئية هو مربع العدد المفروض وكان حاصل ضرب القسم الاول فى الثانى مساويا لحاصل ضرب الثانى فى الاول تجد مربع اى مجموع يتحصل من قسمين مؤلفا من مربع القسم الاول ومن ضعف الاول مضروبا فى الثانى ومن مربع الثانى

مثلا حيث انه يمكن تحليل عدد ٧٥٤٩ الى عدد ٧٥ من المئات زائدا ٤٩ من الآحاد فعدد ٥٦٩٨٧٤٠١ الذى هو مربع ٧٥٤٩ يكون مؤلفا من مربع ٧٥ من المئات اعنى من عدد ٥٦٢٥ الذى هو عشرات الالوف ومن ضعف ٧٥ من المئات مضروبا فى ٤٩ من الآحاد اى من ٧٣٥٠ من المئات ومن عدد ٢٤٠١ الذى هو مربع ٤٩ من الآحاد

(١٥٧) اذا لم يكن الباقى المقابل للجذر المتحصل أقل من ضعف هذا الجذر مضافا اليه ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار ١ وان كان الباقى المذكور أقل من ضعف الجذر المتحصل مضافا اليه ١ لم يمكن أن يضاف الى هذا الجذر ١ وذلك انك لو فرضت فى قاعدة نمرة (١٥٦) أن القسم الثانى يساوى ١ لرأيت أن العدد اذا زاد ١ زاد مربعه بقدر ضعف هذا العدد زائدا ١

مثلا اذا أردت أن تستخرج جذر عدد ٤٢١٢٠ ووضعت فى الجذر ٦٣٠ غلطا فعوضا من كونك تتوصل الى باق قدره ١١٦ يقابل الجذر الذى هو ٦٤٠ ويكون أصغر من ٦٤٠ × ٢ + ١ يتحصل معك باق قدره ٢٤٣ وحيث ان هذا الباقى الاخير أكبر من ٦٣٠ × ٢ + ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بمقدار واحد

* (بيان تربيع الكسور الاعتيادية) *
* (والاعداد الاعشارية واستخراج جذرها) *

(١٥٨) مربع الكسر الاعتيادى يحصل بتربيع كل من البسط والمقام على حدته

مثلا * مربع $\frac{4}{5}$ يساوى $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$ او $\frac{4 \times 4}{5 \times 5}$ أو $\frac{4^2}{5^2}$ او $\frac{16}{25}$

(١٥٩) اذا أردت استخراج جذر مربع الكسر الاعتيادى نخذ جذر مربع كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة فعلى هذا يكون

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مربع عدد واحد فقط بان تضرب اولا حدى الكسر فى مقامه لان

$$\sqrt{\frac{23}{7}} = \sqrt{\frac{7 \times 23}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{161}}{\sqrt{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{161}}{7}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبى لعدد $\sqrt{161}$ هو ١٢ فجذر المربع الذى هو $\frac{23}{7}$ يساوى $\frac{12}{7}$ تقريبا

تنبيه * يمكن تربيع بسط هذا الكسر بضرب الحدين وهما ٢٣ و ٧ فذلك البسط لكن حيث كان جذر المقام وهو ٢٣ × ٧ أصم فبالبحث عن الجذر المطلوب نتوصل الى قسمة عدد صحيح على كمية صماء وذلك يؤدى الى الخطأ من وجهين أحدهما كونه يؤدى الى عمليات طويلة وثانيهما عدم معرفة الدرجة الحقيقية التى نتوصل اليها فى استخراج جذر الكسر المطلوب

واذا أردت أن تستخرج جذر مربع عدد مركب من عدد صحيح وكسر فأضف الصحيح الى الكسر ثم استخرج جذر العدد الكسرى الناتج عن هذه الاضافة فعلى هذا

$$\sqrt{3\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}} = \sqrt{\frac{7 \times 23}{7 \times 7}} = \frac{\sqrt{161}}{7}$$

(١٦٠) مربع الاعداد الاعشارية يتحصل بتربيع العدد بقطع النظر عن الشرطة وبفصل ضعف عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى العدد المفروض عن يمين هذا المربع وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة (فى نمرة ٩٨) المتعلقة بايجاد حاصل ضرب عددين اعشاريين وعليه فربع العدد الاعشارى يحتوى دائما على عدد مزدوج من الاعداد الاعشارية

مثلا * اذا أردت تربيع عدد ٦و٤٩ فحصل مربع ٦٤٩ وهو ٤٢١٢٠١ ثم أفصل عن يمين هذا المربع أربعة أرقام اعشارية فيكون ٤٢و١٢٠١ هو المربع المطلوب

(١٦١) اذا أريد استخراج جذر عدد اعشارى يكفى أن نستخرج جذر مربع العدد الصحيح الذى نتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى أرقاما أعشارية بقدر نصف عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المربع المفروض وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع هو ٠و٠٠٤٢١٢٠١ نقول حيث ان جذر المربع الذى هو ٤٢١٢٠١ يساوى ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٠و٠٦٤٩

(١٦٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع أى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر محتويا تقريبا على عشر او جزء من مائة أو جزء من ألف الخ من الواحد فضع العدد المفروض على وجه بحيث يكون محتويا على رقمين اعشاريين او أربعة أو ستة الخ (ولنمثل لذلك بأربعة أمثلة فنقول)

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر ٢و٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين اعشاريين أعنى على جزء من مائة من الواحد

فضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوى على أربعة أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٢و٥٠٠٠٠ ثم قل حيث ان عدد ١٥٨ هو المقدار

الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٢٥٠٠٠}$ فعدد ١٫٥٨ هو الجذر المطلوب

وبهذه الطريقة يحصل ضرورة المقدار التقريبي المطلوب

وذلك لان $\sqrt{٢٫٥٠٠٠} = \sqrt{\frac{٢٥٠٠٠}{١٠٠٠٠}} = \frac{\sqrt{٢٥٠٠٠}}{\sqrt{١٠٠٠٠}} = \frac{\sqrt{٢٥٠٠٠}}{١٠٠}$

وحيث ان جذر عدد ٢٥٠٠٠ واقع بين ١٥٨ و ١٥٩ فجذر ٢٫٥٠٠٠ هو بالضرورة واقع بين $\frac{١٥٨}{١٠٠}$ و $\frac{١٥٩}{١٠٠}$ أعنى بين ١٫٥٨ و ١٫٥٩

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر ٠٫٠٠٠٤٢٨٥٣٧٨٩١٢٣٤٦ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على أربعة أرقام اعشارية فقط أعنى على جزء من عشرة آلاف من الواحد

فلاجل تحصيل هذه الارقام الاربعة الاعشارية فى الجذر يكفى ابقاء ثمانية أرقام من أرقام العدد المفروض بأن يكون العدد بعد الحذف هكذا ٠٫٠٠٠٠٤٢٨٥ فاذا حذفت حينئذ الشرطة ولاحظت أن عدد ٦٥ هو المقدار الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٤٢٨٥}$ رأيت أن ٠٫٠٠٦٥ هو الجذر المطلوب

وذلك لانه لما كان عدد ٤٢٨٥ واقعا بين ٤٢٢٥ (الذى هو مربع ٦٥) و ٤٣٥٦ (الذى هو مربع ٦٦) كان العدد المفروض واقعا بين ٠٫٠٠٠٠٤٢٢٥ و ٠٫٠٠٠٠٤٣٥٦ أو بين $\frac{٤٢٢٥}{١٠٠٠٠٠٠٠٠}$ و $\frac{٤٣٥٦}{١٠٠٠٠٠٠٠٠}$ وحينئذ فالجذر الحقيقى يقع بين $\frac{٦٥}{١٠٠٠٠}$ و $\frac{٦٦}{١٠٠٠٠}$

ويكون حينئذ الخطأ الحاصل عند أخذ ٠٫٠٠٦٥ أقل من ٠٫٠٠٠١

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذر ٥٧ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على ثلاثة أرقام اعشارية أعنى على جزء من ألف من الواحد

فضع العدد المفروض على وجه بحيث يحتوى على ٦ أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٥٧،٠٠٠٠٠٠ ثم احذف الشرطة وابحث عن عدد ٧٥٤٩ الذى هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبى لعدد $\sqrt{5700000}$

فيكون حينئذ ٧،٥٤٩ هو الجذر المطلوب

ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى استخراج جذر أى عدد صحيح بحيث يكون هذا الجذر محتويا على وعدة من الواحدات الاعشارية من منزلة معلومة أن تضع على يمين ذلك العدد من الاصفار بقدر ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تقوم جذر العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يحتوى على وحدة من الوحدات وتفصل من الجذر من الجهة اليمنى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبى

المثال الرابع أن يكون المطلوب تقويم جذر $\frac{5}{11}$ بحيث يحتوى على ثلاثة أرقام اعشارية أى جزء من ألف من الواحد

فلاجل تحصيل تلك الارقام الثلاثة فى الجذر تبحث أولا عن خارج قسمة ٥ على ١١ بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ستة أرقام أعشارية فيتحصل حينئذ ٠،٤٥٤٥٤٥ وحيث ان ٦٧٤ هو المقدار الاصغر التقريبى لعدد $\sqrt{454545}$ فعدد ٠،٦٧٤ هو الجذر المطلوب

وبالجملة فلاجل استخراج جذر الكسر الاعتيادى بحيث يكون هذا الجذر محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تبحث عن جذر ذلك الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبى

(١٦٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر أى عدد (صحيحا كان أو كسرا اعتياديا أو كسرا أعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام

الاعشارية

الاعشارية فأجر العملية بشرط أن تزيد رقما اعشاريا على الجذر المطلوب ثم تحذف هذا الرقم بموجب قاعدة نمرة ١٠٥

(١٦٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر عدد صحيح بأقل من كسر مفروض بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكافئ يكون مقامه مربع مقام الكسر المعلوم

مثلا * اذا أردت أن تستخرج جذر ٨ بأقل من $\frac{١}{٧}$ من الواحد فلاحظ ان

$$\sqrt{٨} = \sqrt{\frac{٨ \times ٧^{٢}}{٧^{٢}}} = \sqrt{\frac{٨ \times ٤٩}{\sqrt{٧^{٢}}}} = \sqrt{\frac{٣٩٢}{٧}}$$

وحيث كان جذر ٣٩٢ منحصرا بين ١٩ و ٢٠ فجذر ٨ ينحصر بين $\frac{١٩}{٧}$ و $\frac{٢٠}{٧}$ فيدل حينئذ كل من هذين الكسرين على جذر ٨ باقل من $\frac{١}{٧}$ من الواحد

(١٦٥) يكفى فى بعض الاحيان مجرد النظر فى العدد ليعرف هل هو غير مربع فيكون جذره أصم أى غير منطق أولا

وبيان ذلك أولا انه حيث كانت مربعات اعداد ١*٢*٣*٤*٥*٦ *٧*٨*٩ منتهية بواحد من أرقام ١*٤*٥*٦*٩ فجميع الاعداد المنتهية بواحد من أرقام ٣*٧*٨ لا تكون مربعات

وثانيا ان مربع الزوج من الاعداد يقبل القسمة على ٤ ومربع الفرد منها لا يقبل القسمة على ٢ لانه اذا كان العدد محتويا على عامل ٢ أو غير محتو عليه فمربعه أيضا يحتوى على عامل ٢ × ٢ أو لا يحتوى عليه

فعلى هذا لا يمكن أن يكون العدد الزوجى مربعا الا اذا قبل القسمة على ٤

وثالثا انه اذا كان العدد منتهيا ببعض أصفار أو بأرقام اعشارية فمربعه ينتهى بضعف تلك الاصفار أو الارقام الاعشارية

وعليه فكل عدد ينتهى بعدد فردى من الاصفار أو الارقام الاعشارية لا يكون مربعا قطعا

وعليه فأعداد ٢٥٠ و ٢٥٠٠٠ و ٢٫٥ و ٠٫٠٢٥ ليست مربعات وان كان عدد ٢٥ مربعا

ورابعا انه اذا كان رقم الآحاد من أى عدد كان منتهيا بخمسة فالرقمان الاولان من جهة مربع هذا العدد اليمنى يعادلان ٢٥

وذلك لانه حيث كان أول رقم من الجهة اليمنى لاى مربع كان ناتجا من مربع آحاد هذا العدد فكل عدد انتهى بخمسة فرقم آحاد جذره بالضرورة ينتهى أيضا بخمسة فاذن مربع العدد المؤلف من عشرات وخمسة آحاد يتألف من مربع العشرات الدال على مئات ومن حاصل ضرب العشرات فى ضعف الخمسة الآحاد أى فى ١٠ الدال أيضا على مئات ومن عدد ٢٥ الذى هو مربع الآحاد الخمسة

وعليه فمتى كان رقم الآحاد من العدد الصحيح ٥ ولم يكن رقم عشراته ٢ لم يكن هذا العدد مربعا البتة

(١٦٦) اذا كان هنالك عدد لا يقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولية التى لا تتجاوز جذر ذلك العدد فالعدد المذكور أولى لانه لو فرض خلاف ذلك لقبل القسمة على قاسم أكبر من هذا الجذر فيكون حينئذ خارج القسمة المتحصل أصغر من الجذر المذكور و يقسم العدد المفروض وهو خلاف الفرض

وهذه الخاصية وسيلة الى اختصار ما سبق فى نمرتى ٤٨ و ٦٥ من طرق ايجاد الاعداد الاولية وتحليل العدد الى عوامله الاولية

و بيان ذلك أولا ان يكون المطلوب تأليف جدول الاعداد الاولية وقد سبق فى نمرة ٤٨ ان تلك الاعداد لا يمكن وجودها الا فى أعداد

٢ * ٣ * ٥ * ٧ * ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧

٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ * ٨٣ * ٨٩ * ٩١ * ٩٧ * ١٠١

الخ

فبعد ان تعرف ان عددى ٢ و ٣ هما أصغر الاعداد الاولية تلاحظ انه لاجل تحصيل الاعداد الاولية المنحصرة بين عدد ٣ ومربعه وهو ٩

يكفى أخذ عددى ٥ و ٧ اللذين لا يقبلان القسمة على ٢ لان عدد ٣ يتجاوز جذر ٧ وحينئذ فالخاصية المذكورة موجودة فى كل من عددى ٥ و ٧

وحيث عرفت اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية المحصورة بين ١ و ٩ فلاجل تحصيل الاعداد الاولية المحصورة بين ٧ ومربع ٩ الذى هو ٨١ يكفى أن تأخذ اعداد ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ * ٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ التى لا تقبل القسمة على واحد من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية

وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية المنحصرة بين ٧ و ٨١ هى ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ *

وبهذه الطريقة أيضا تحصل جميع الاعداد الاولية المحصورة بين ٧٩ ومربع ٨١ الذى هو ٦٥٦١ وهلم جرا

وثانيا انه لاجل تحليل العدد الى عوامله الاولية تستعمل قاعدة نمرة ٦٥ بشرط أن لا تختبر القواسم الا بالاعداد الاولية التى لا تتجاوز جذر مربع العدد المفروض

(الفصل الثانى)

(فى بيان المكعبات وجذرها)

(١٦٧) حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد معلوم (ومتساوية) يسمى مكعبا لذلك العدد أو يسمى القوة الثالثة له (كما فى نمرة ٢٣) والعدد الذى اذا أخذ عاملا ثلاث مرات عين العدد المفروض يسمى جذر المكعب للعدد المذكور أو يسمى جذر القوة الثالثة له

فعلى هذا مكعب ٧ هو عدد ٣٤٣ الناتج من ضرب ثلاثة عوامل متساوية وهى ٧ و ٧ و ٧ وجذر مكعب ٣٤٣ هو ٧

ولاجل الدلالة على مكعب العدد يوضع رقم ٣ فوق ذلك العدد من الجهة اليمنى

وللدلالة على جذر مكعب العدد يوضع ذلك العدد تحت هذه العلامة $\sqrt[3]{\quad}$

فعلى هذا رقم $٧^{٣}$ يدل على مكعب ٧ و $\sqrt[3]{٨}$ يدل على جذر مكعب ٨

(١٦٨) حيث ان مكعب أعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الخ هو ١ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ فلابد أن يكون جذر مكعب الاعداد المنحصرة بين عددى ١ و ١٠٠٠ وعددى ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠٠ الخ منحصرا بين عددى ١ و ١٠ وعددى ١٠ و ١٠٠ الخ وعليه فمتى لم يحتو مكعب العدد الصحيح على أكثر من ٣ أرقام فجذر مكعب ذلك العدد لا يحتوى الا على رقم واحد ومتى احتوى ذلك المكعب على ٤ أو ٥ او ٦ أرقام فجذر مكعبه يحتوى على رقمين وهلم جرا

(بيان جذر مكعب الاعداد الصحيحة)

(١٦٩) حيث ان مكعب الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد أقل من $١٠^{٣}$ أى من ١٠٠٠ فجذور مكعباتها تستخرج بواسطة هذا الجدول وهو

جذور المكعبات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
المكعبات	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩

ولامانع أيضا من استعمال هذا الجدول فى تعيين جذر مكعب المكعب الاكبر الموجود فى عدد منحصر بين مكعبات ١ * ٨ * ٢٧ * ٦٤ * ١٢٥ * ٢١٦ * ٣٤٣ * ٥١٢ * ٧٢٩ * ١٠٠٠

مثلا

مثلا * حيث ان عدد ٢٣٩ واقع بين ٢١٦ و ٣٤٣ أعنى بين ٦^٣ و ٧^٣ فجذر مكعب مكعبه الاكبر المنحصر فى ٢٣٩ هو ٦

(١٧٠) اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب عدد صحيح أكبر من ١٠٠٠ فابحث أولا عن كيفية انحصار أجزاء الجذر فى المكعب بان تلاحظ لاجل ذلك أن الجذر ينحل الى عشرات وآحاد وحيث ان مربع العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوى على ثلاثة أجزاء * وهى مربع العشرات وضعف العشرات مضروبا فى الآحاد ومربع الآحاد (كما فى نمرة ١٦٧) فلاجل استخراج مكعب ذلك العدد يكفى أن تضرب هذا المربع فى العدد المفروض فاذا ضربت أجزاء المربع الثلاثة كلا على حدته فى عشرات العدد المفروض وآحاده فتحصل معك ستة حواصل جزئية

أحدها مكعب العشرات الدال على الالوف * وثانيها ضعف حاصل ضرب العشرات فى الآحاد مضروبا فى العشرات وهو يؤل الى ضعف مربع العشرات مضروبا فى الآحاد وهذا الحاصل يدل على المئات * وثالثها مربع الآحاد مضروبا فى العشرات وهو يعادل حاصل ضرب العشرات فى مربع الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات * ورابعها مربع العشرات مضروبا فى الآحاد وهو يدل على المئات أيضا * وخامسها ضعف حاصل ضرب العشرات فى الآحاد مضروبا فى الآحاد وهو يؤل الى ضعف العشرات مضروبا فى مربع الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات أيضا * وسادسها مربع الآحاد مضروبا فى الآحاد وهو عبارة عن مكعب تلك الآحاد وهذا الحاصل يدل على الآحاد

فعدد المئات (الموجودة فى الحاصل الاول والرابع) يؤول الى ثلاثة أمثال مربع العشرات مضروبة فى الاحاد * وعدد العشرات (الموجودة فى الحاصل الثالث والخامس) يؤل الى ثلاثة أمثال العشرات مضروبة فى مربع الآحاد

(١٧١) ينتج مما ذكرناه أن مكعب العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوى

على أربعة اجزاء * وهى مكعب العشرات * وحاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع العشرات فى الآحاد * وحاصل ضرب ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد * ومكعب الآحاد * وهذه الاجزاء الاربعة تدل بالتوزيع على الوف ومئات وعشرات وآحاد

وعليه فمكعب ٦٤ مركب من أربعة أجزاء * أحدها عدد ٢١٦ من الالوف وهو مكعب ٦ التى هى عشرات ٦٤ * وثانيها ثلاثة أمثال عدد ٣٦ من المئات وهو مربع ٦ من العشرات مضروبا فى أربعة من الآحاد أعنى انه مركب من ٤٣٢ من المئات * وثالثها ثلاثة أمثال ٦ من العشرات مضروبة فى مربع ٤ من الآحاد أعنى انه مركب من ٢٨٨ من العشرات * ورابعها عدد ٦٤ الذى هو مكعب ٤ من الآحاد * ومجموع هذه الاجزاء الاربعه وهو ٢٦٢١٤٤ يدل على مكعب ٦٤

واذا أردت تحصيل مكعب ٦٤٩ فلك أن تحلل هذا العدد الى عدد ٦٤ من العشرات زائدا ٩ من الاحاد فيتركب المكعب المطلوب من أربعة أجزاء أحدها عدد ٢٦٢١٤٤ من الالوف وهو مكعب ٦٤ التى هى عشرات ٦٤٩ * وثانيها ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات وهى ٤٠٩٦ من المئات مضروبة فى ٩ من الاحاد أى ١١٠٥٩٢ من المئات * وثالثها ثلاثة أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة فى عدد ٨١ الذى هو مربع ٩ من الآحاد أى ١٥٥٥٢ من العشرات * ورابعها عدد ٧٢٩ وهو مكعب ٩ من الآحاد فمجموع هذه الاجزاء الاربعة وهو ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مكعب ٦٤٩

(١٧٢) ولنبين الآن كيفية استخراج جذر مكعب العدد الصحيح (بذكر مثالين) فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٦٢١٤٤ فتضع صورة العملية هكذا

المكعب	٢٦٢|١٤٤	٦٤	جذر المكعب
	٢١٦	١٠٨ = ٣ × $٦^{٢}$	
الباقي الاول	٤٦١|٤٤	٤٣٢٠٠	
	٤٦١ ٤٤	٢٨٨٠	
الباقي الثاني	٠٠ ٠٠٠	٦٤	
		٤٦١٤٤	

ثم تقول حيث ان مكعب عشرات الجذر من منزلة الالوف لايمكن وجوده الا في عدد ٢٦٢ الذي هو الوف ٢٦٢١٤٤ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من عدد ٢٦٢١٤٤ من الجهة اليمنى بفاصل قائم كالالف) وتقول حيث ان عدد ٢٦٢ واقع بين $٦^{٣}$ و $٧^{٣}$ ينتج من ذلك أن عدد ٢٦٢ ألفا يكون واقعا بين $٦^{٣}$ آلاف و $٧^{٣}$ آلاف غير أن هذين العددين أعني ٢٦٢ الفا و $٧^{٣}$ آلاف يتفاوتان ولو بالف فيكون بالضرورة عدد ٢٦٢١٤٤ المؤلف من عدد ٢٦٢ ألفا زائدا ١٤٤ من الآحاد منحصرا بين $٦^{٣}$ آلاف و $٧^{٣}$ آلاف اعني بين مكعب ٦ من العشرات ومكعب ٧ من العشرات أيضا فيكون حينئذ جذر مكعب ٢٦٢١٤٤ منحصرا بين ٦ من العشرات و ٧ من العشرات فهو على ذلك مركب من ٦ عشرات وبعض آحاد أقل من ١٠ فاذا أردت تحصيل هذه الآحاد فاطرح من ٢٦٢١٤٤ عدد ٢١٦ الفا الذي هو مكعب عشرات الجذر فتجد الباقي وهو ٤٦١٤٤ لايحتوى الا على ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر التي هي ٦ مضروبة في الآحاد وعلى ثلاثة أمثال ٦ من العشرات مضروبة في مربع الآحاد وعلى مكعب الآحاد ولما كان حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات في الآحاد مئات كان لايمكن وجوده الا في عدد ٤٦١ الذي هو مئات الباقي

وهو ٤٦١٤٤ (فتفصل حينئذ الرقين الاولين من هذا الباقى بالفاصل المتقدم)
وهذه المئات تحتوى على المئات المنحصرة فى جزءى المكعب الاخيرين غير
أن ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات هو ١٠٨ فاذا قسمت حينئذ ٤٦١
من المئات على ١٠٨ من المئات أيضا أى ٤٦١ على ١٠٨ دل خارج
القسمة وهو ٤ من الآحاد على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه

ولاجل اختبار رقم ٤ يمكن أن نطرح $٦٤^{٣}$ من ٢٦٢١٤٤ فيدل
حينئذ الصفر الباقى على أن عدد ٦٤ هو الجذر الحقيقى لمكعب
٢٦٢١٤٤

وحيث ان أول باق وهو ٤٦١٤٤ يساوى $٢٦٢١٤٤ - ٦٠^{٣}$
توصلوا الى هذه النتيجة بطريقة مختصرة حيث طرحوا من الباقى وهو
٤٦١٤٤ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤ وهذه الاجزاء
هى ٤٣٢ من المئات و ٢٨٨ من العشرات و ٦٤ من الآحاد

تنبيه * حيث ان ما ذكرناه من البراهين فى تعيين عشرات جذر المكعب المطلوب
يمكن العمل بمقتضاه فى أى عدد كان ينتج من ذلك أن جذر مكعب المكعب الاكبر
المنحصر فى الوف عدد من الاعداد يتعين به دائما عشرات جذر مكعب هذا
العدد

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩
فتضع صورة العملية هكذا

المكعب ٢٧٣|٣٥٩|٤٤٩ — ٦٤٩ الجذر

٢١٦

الباقى الاول ٥٧٣|٥٩

٤٦١ ٤٤

الباقى الثانى ١١٢١٥٤|٤٩

١١٢١٥٤٤٩

الباقى الثالث ٠٠٠٠٠٠٠٠

$٦^{٢} \times ٣ = ١٠٨$		$٦٤^{٢} \times ٣ = ١٢٢٨٨$
اختبار رقم ٥	اختبار رقم ٤	اختبار رقم ٩
٥٤٠٠٠	٤٣٢٠٠	١١٠٥٩٢٠٠
٤٥٠٠	٢٨٨٠	١٥٥٥٢٠
١٢٥	٦٤	٧٢٩
٥٨٦٢٥	٤٦١٤٤	١١٢١٥٤٤٩

ثم تقول حيث ان العدد المفروض محتو على أكثر من ثلاثة أرقام فجذر مكعبه يحتوى على عشرات لايمكن أن يكون مكعبها الاجزء من ٢٧٣٣٥٩ التى هى الوف لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من يمين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ بفاصل قائم كالالف كما سبق)

وحيث ان جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٥٩ يدل على عشرات جذر المكعب المطلوب فالمسئلة تؤل الى تعيين جذر مكعب عدد ٢٧٣٣٥٩ الذى هو أقل من العدد المفروض بثلاثة أرقام (فلذا تفصل ثلاثة أرقام من يمين ٢٧٣٣٥٩ بالفاصل المتقدم) فيكون حينئذ عدد ٦ الذى هو جذر مكعب المكعب الاكبر وهو ٢١٦ المنحصر فى ٢٧٣ هو أول رقم من الجهة اليسرى من أرقام الجذر المطلوب المتألف بناء على ذلك من ثلاثة أرقام

وبهذه الكيفية يؤل الامر الى تقسيم العدد المفروض بالابتداء من الجهة اليمنى الى فصول كل منها يحتوى على ثلاثة أرقام (وربما احتوى الاخير منها على أقل من ثلاثة) ومتى كان العدد المفروض مكعبا حقيقيا دل عدد الفصول على عدد أرقام الجذر وذلك مطابق لما أسلفناه فى نمرة ١٦٨

واذا أجريت العملية كما فى المثال الاول ظهر لك (بعد اختبار رقمى ٥ و ٤) أن جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٥٩ هو ٦٤ وأن التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و $٦٤^{٣}$ هو ١١٢١٥ فيكون حينئذ جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ مؤلفا من ٦٤ من العشرات ومن بعض آحاد يعبر عنها برقم واحد فقط

ولاجل تعيين رقم آحاد الجذر المطلوب نبحث عن التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ومكعب ٦٤ التى هى عشرات الجذر ونتوصل الى ذلك بطرح $٦٤٠^{٣}$ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ومنه يخرج الباقى الثانى وهو ١١٢١٥٤٤٩ لكن يسهل استخراج هذا الباقى بملاحظة انه لما كان عدد ١١٢١٥ هو

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤^٣ حسبما اقتضته العملية التى تبحث عنها عشرات الجذر وهى ٦٤^٣ أمكن تحصيل التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ و ٦٤٠^٣ بتنزيل فصل ٤٤٩ على يمين ١١٢١٥

وحيث ان الباقى الثانى وهو ١١٢١٥٤٤٩ مساو لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ــ ٦٤٠^٣ فهو محتوعلى الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب الجذر المطلوب وهى ٣ أمثال مربع ٦٤ من عشرات الجذر مضروبة فى رقم الآحاد المجهول و ٣ أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة فى مربع رقم الآحاد المجهول ومكعب الآحاد ولما كانت ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات وهى ١٢٢٨٨ من المئات مضروبة فى رقم آحاد الجذر عبارة عن مئات كان لا يمكن وجودها الا فى ١١٢١٥٤ التى هى مئات الباقى وهو ١١٢١٥٤٤٩ (فلذا ينفصل الرقمان الأولان من يمين ١١٢١٥٤٤٩ بالفاصل السابق)

وزيادة على ذلك تحتوى تلك المئات على المئات المنحصرة فى جزءى المكعب الاخيرين فاذا قسمت حينئذ ١١٢١٥٤ على ١٢٢٨٨ دل عدد ٩ الذى هو آحاد خارج القسمة على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه فلاجل اختبار عدد ٩ المذكور تطرح ٦٤٩^٣ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ فيدل الصفر الباقى على أن عدد ٦٤٩ هو الجذر الحقيقى لمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ غير أن الاخصر أن تطرح من الباقى الثانى الذى هو ١١٢١٥٤٤٩ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤٠ + ٩ (كما فى نمرة ١٧١) وهى ١١٠٥٩٢ من المئات و ١٠٠٠٢ من العشرات و ٧٢٩ من الآحاد وحيث كان الباقى صفرا دل على أن عدد ٦٤٩ هو الجذر الحقيقى لمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

وهذان المثالان يكفيان فى معرفة استخراج جذر مكعب العدد الصحيح

(١٧٣) كل عملية أجريتها فى استخراج جذر المكعب ترى فيها أن كل باق

يساوى العدد الذى يبحث عن جذر مكعبه ناقصا مكعب الجزء الذى تحصل فى الجذر وذلك لانك تتوصل الى هذا الباقى بطرحك على التوالى جميع أجزاء مكعب العدد المتحصل فى الجذر من العدد المفروض ومتى اختل ذلك فالعملية فاسدة

(١٧٤) اذا وقع جذر مكعب العدد الصحيح بين عددين صحيحين متواليين فهذا الجذر وان وجد فى نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق بأى عدد كان وذلك أن هذا الجذر ليس عددا صحيحا ولا يمكن أن يكون كسرا لان مكعب الكسر الاصم لا يمكن أن يكون عددا صحيحا (كما فى نمرة ٨٤) فلذا قيل ان هذا الجذر أصم (كما فى نمرة ١٥٤)

(١٧٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب اى عدد صحيح أجريت العملية فى هذا العدد كما لو كان مكعبا فان لم يكن الباقى الاخير المقابل لرقم آحاد جذر المكعب صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتحصل فى الجذر على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى العدد المفروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ ما يساوى ٦٤٩ من الآحاد فى الجذر ويبقى ٩٠٩ فهذا الجذر أصم والباقى الذى هو ٩٠٩ يساوى ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ − ٦٤٩ ³ ويدل عدد ٦٤٩ على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر فى ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ فعلى هذا يكون عدد ٢٧٣٣٦٠٣٥٨ واقعا بين ٦٤٩ ³ و ٦٥٠ ³

(١٧٦) اذا فرضت عددا يتحلل الى جزءين حيثما اتفق وضربت مربع مجموع هذين الجزءين فى نفس ذلك المجموع على ما تقدم فى قاعدة ١٥٦ دل الحاصل على مكعب هذا المجموع ورأيت أن مكعب اى مجموع مركب من جزءين يتألف من مكعب الجزء الاول ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال مربع الجزء الاول فى الثانى ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال الجزء الاول فى مربع الجزء الثانى ومن مكعب الجزء الثانى

مثلا * حيث ان ٦٤٩ يساوى ٦ من المئات زائدا ٤٩ من الآحاد فكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ يكون مؤلفا من عدد ٢١٦ مليونا الذى هو مكعب ٦ من المئات * ومن ثلاثة امثال مربع ٦ من المئات مضروبة فى ٤٩ من الآحاد * اى من ٥٢٩٢ من عشرات الالوف * ومن ثلاثة امثال ٦ من المئات مضروبة فى مربع ٤٩ من الآحاد اى من ٤٣٢١٨ من المئات * ومن عدد ١١٧٦٤٩ الذى هو مكعب ٤٩ من الآحاد

(١٧٧) اذا لم يكن الباقى المقابل لجذر المكعب المتحصل أقل من ثلاثة امثال مربع هذا الجذر زائدة ثلاثة امثال الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل يكون صغيرا جدا ولو بواحد وان كان الباقى المذكور أقل من ثلاثة امثال مربع الجذر المتحصل زائدة ثلاثة أمثال هذا الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل لا يمكن أن يضاف اليه واحد وذلك انك لو فرضت فى قاعدة ١٧٦ أن الجزء الثانى يساوى ١ رأيت أن العدد اذا زاد بقدر ١ زاد مكعبه بقدر ثلاثة امثال مربع هذ العدد وبقدر ثلاثة امثال العدد المذكور وبقدر ١

مثلا اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩ ووضعت فى الجذر ٦٣ فالباقى المقابل وهو ٢٣٣١٢ أكبر من ٣×٦٣^٢+٣×٦٣+١ اى أكبر من ١٢٠٩٧ وهذا دليل على أن الجذر وهو ٦٢ صغير جدا ولو بواحد

(بيان تكعيب الكسور الاعتيادية)

(والاعداد الاعشارية واستخراج جذورهما)

---

(١٧٨) مكعب الكسر الاعتيادى يتحصل بتكعيب كل من البسط والمقام على حدته

مثلا * مكعب ٤/٥ هو ٤/٥ × ٤/٥ × ٤/٥ او ٤^٣/٥^٣ اى ٦٤/١٢٥

(١٧٩) اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب الكسر الاعتيادى فخذ جذر

مكعب كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة

فعلى هذا $\sqrt[3]{\frac{٦٤}{١٢٥}} = \frac{\sqrt[3]{٦٤}}{\sqrt[3]{١٢٥}} = \frac{٤}{٥}$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مكعب عدد واحد بان تضرب اولا حدى الكسر فى مربع مقامه لأن

$$\sqrt[3]{\frac{١١}{٢}} = \sqrt[3]{\frac{٢^{٢}\times ١١}{٢^{٢}\times ٢}} = \sqrt[3]{\frac{٤٤}{٢^{٣}}} = \frac{\sqrt[3]{٤٤}}{٢}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبى الصحيح لعدد $\sqrt[3]{٤٤}$ هو ٣ فجذر المكعب الذى هو $\frac{١١}{٢}$ يساوى $\frac{٣}{٢}$ تقريبا

(١٨٠) مكعب الاعداد الاعشارية يحصل بتكعيب هذا العدد بقطع النظر عن الشرطة ثم تفصل عدة ارقام اعشارية من ارقام المكعب بقدر ثلاثة امثال مايوجد منها فى العدد الاعشارى المفروض ويكون الفصل من الجهة اليمنى وهذا ناتج من القاعدة المتقدمة (فى نمرة ٩٨) المتعلقة بضرب الاعداد الاعشارية وعليه فعدد أرقام المكعب الاعشارية تكون دائما مكرر ٣

مثلا * اذا اردت تكعيب ٦٫٤٩ فحصل مكعب عدد ٦٤٩ وهو ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ثم افصل عن يمين هذا المكعب ستة ارقام اعشارية فيكون عدد ٢٧٣٫٣٥٩٤٤٩ الناتج هو المكعب المطلوب

(١٨١) اذا اريد استخراج جذر مكعب العدد الاعشارى يكفى أن نستخرج جذر مكعب العدد الصحيح الذى ينتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى عدة ارقام اعشارية بقدر مايوجد من الآحاد فى ثلث عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المكعب المفروض وذلك ناتج من قاعدة النمرة السابقة (ولنمثل لذلك بمثالين)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٫٣٥٩٤٤٩

فنقول حيث ان جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٦٫٤٩

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٠٫٠٠٠٢٧٣٣٥٩٤٤٩

فنقول حيث ان ٦٤٩ هو جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ فعدد ٠٫٠٦٤٩ هو الجذر المطلوب

(١٨٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب اى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر تقريبيا محتويا على عشر أو جزء من مائة او جزء من الف الخ من الآحاد فضع العدد المفروض على وجه بحيث يكون محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية اوستة اوتسعة الخ (ولنمثل لذلك باربعة امثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين جذر مكعب ١٢٫٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقم اعشارى فضع العدد المفروض على وجه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ١٢٫٥٠٠٠٠٠

ثم قل حيث ان عدد ٢٣٢ هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبى لعدد $\sqrt[3]{12500000}$ فعدد ٢٫٣٢ هو الجذر المطلوب

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٠٫٠٠٠٠١٢٧٥٥٤٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث يكون هذا الجذر محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية فلاجل تحصيل ثلاثة ارقام اعشارية فى الجذر يكفى أن تبقى من العدد المفروض ٩ ارقام اعشارية بان يكون العدد بعد الحذف هكذا ٠٫٠٠٠٠١٢٧٥٥ وحيث ان المقدار الاصغر الصحيح التقريبى لعدد $\sqrt[3]{12755}$ هو ٢٣ فعدد ٠٫٠٢٣ هو الجذر المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٨٧٥٥ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين فضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ٨٧٥٥٫٠٠٠٠٠٠

ثم ابحث عن المقدار الاصغر الصحيح التقريبى لعدد $\sqrt[3]{8755000000}$

وهو

وهو ٢٠٦١ فيكون حينئذ ٦١ر٢٠ هو الجذر المطلوب
ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى استخراج جذر مكعب أى عدد صحيح بحيث يكون هذا الجذر تقريبا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة أن تضع على يمين هذا العدد من الاصفار بقدر ثلاثة امثال الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تقوم جذر مكعب العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يبلغ تقريبا جزأ من الواحد ثم تفصل من جهة هذا الجذر اليمنى عدد الارقام الاعشارية المذكورة فى النتيجة التقريبية المطلوبة
المثال الرابع أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب $\frac{٧١}{٢٢}$ بحيث يبلغ تقريبا جزأ من مائة من الواحد فابحث عن خارج قسمة ٧١ على ٢٢ بحيث يحصل معك ستة ارقام أعشارية بأن يكون العدد هكذا ٢٢٧٢٧٢ر٣ وحيث ان جذر مكعب ٢٢٧٢٧٢ر٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو ١٤٧ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية فعدد ١٤٧ر١ هو الجذر المطلوب
وبالجملة فلاجل استخراج جذر مكعب الكسر الاعتيادى بحيث يكون هذا الجذر تقريبا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ثلاثة امثال الارقام الاعشارية المطلوبة فى الجذر ثم تبحث عن جذر مكعب ذلك الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية اللازمة للنتيجة التقريبية المطلوبة
(١٨٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر مكعب أى عدد (صحيحا كان اوكسرا اعتياديا او اعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام الاعشارية فأجر العملية بشرط أن تزيد رقما اعشاريا على الجذر ثم احذف هذا الرقم بموجب ما تقدم فى نمرة ١٠٥
(١٨٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر مكعب عدد صحيح باقل من كسر مفروض بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكافئ يكون مقامه مكعب

مقام الكسر المفروض

مثلا * اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب ٥ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

فيكون $\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 7^3}{7^3}} = \sqrt[3]{\frac{1715}{7^3}} = \frac{\sqrt[3]{1715}}{7}$

وحيث كان جذر مكعب ١٧١٥ منحصرا بين ١١ و ١٢ فجذر مكعب ٥ ينحصر بين $\frac{11}{7}$ و $\frac{12}{7}$ فيدل حينئذ كل من هذين الكسرين على $\sqrt[3]{5}$ باقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٨٥) لا يكون العدد الزوجي مكعبا الا اذا قبل القسمة على ٨ وكذا لا يكون العدد المنتهي باصفار أو بارقام اعشارية مكعبا الا اذا كان عدد تلك الاصفار أو الارقام الاعشارية من مكررات ٣ ويبرهن على هذه الخواص بمثل ما سبق من البراهين في نمرة ١٦٥

(الفصل الثالث)

(في بيان القوى وجذرها)

(١٨٦) اذا ضربت كمية في نفسها عدة مرات فحاصل الضرب هو قوة هذه الكمية ولاجل تمييز القوى من بعضها يقال القوة الثانية والثالثة والرابعة وهكذا على حسب ما تعتبره في الكمية من كونها عاملا مرتين أو ثلاثة أو اربعة وهكذا كما في نمرة ٢٣

واذا ضربت الكمية في نفسها عدة مرات لاجل تحصيل القوة قيل لتلك الكمية جذر هذه القوة

واذا اعتبرت الكمية عاملا مرتين أو ثلاثة أو أربعة او أكثر لاجل تحصيل كمية أخرى قيل لتلك الكمية جذر القوة الثانية أو الثالثة او الرابعة وهكذا لهذه الكمية الاخيرة

فيقال على هذا حيث ان القوة الرابعة لعدد ٢ هي حاصل ضرب هذا العدد في نفسه اربع مرات وهو ١٦ فجذر هذه القوة هو عدد ٢

وقد سبق (فى نمرتى ٢٣ و ١٤٠) بيان كيفية الدلالة على قوة الكمية والغرض الآن بيان جذر درجة الكمية فيوضع لاجل ذلك فوق الكمية المذكورة هذه العلامة $\sqrt{}$ المسماة بعلامة الجذر ويوضع بين انفراجها العلامة الدالة على الجذر وهو العدد الدال على درجته فعلى هذا اذا أريد بيان الجذر الرابع لعدد ١٦ وضع هكذا $\sqrt[٤]{١٦}$ ويقال لرقم ٤ علامة الاصل أو دليل الجذر

ثم ان كيفية ايجاد القوة لعدد من الاعداد ليس فيها عسر ولا صعوبة اذ يكفى فى ذلك أن تستخرج حاصل ضرب عدة اعداد مساوية لذلك العدد فيقال مثلا ان قوة $\frac{٣}{٧}$ الرابعة المعبر عنها بعبارة $\left(\frac{٣}{٧}\right)^{٤}$ هى $\frac{٣}{٧}\times\frac{٣}{٧}\times\frac{٣}{٧}\times\frac{٣}{٧}$ او $\frac{٣\times٣\times٣\times٣}{٧\times٧\times٧\times٧}$ (كما فى نمرة ٨٢) او $\frac{٣^{٤}}{٧^{٤}}$ اى $\frac{٨١}{٢٤٠١}$

ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى رفع الكسر الاعتيادى الى قوة ما أن ترفع الى هذه القوة كلا من البسط والمقام على حدته

وينتج من ذلك انه يكفى فى تحصيل جذر درجة الكسر الاعتيادى أن تستخرج جذر كل من البسط والمقام على حدته (اعنى جذر هذه الدرجة)

فعلى هذا

$$\sqrt[٤]{\frac{٨١}{٢٤٠١}} = \frac{\sqrt[٤]{٨١}}{\sqrt[٤]{٢٤٠١}} = \frac{٣}{٧}$$

واذا لم تحتو علامة الجذر المطلوب استخراجه على عوامل اولية غير ٢ و ٣ فطريق تحصيل هذا الجذر أن تستخرج على التوالى الجذور التربيعية والتكعيبية (ولنمثل لذلك باربعة أمثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين الجذر الرابع لعدد ٨١

فنأخذ جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم جذر مربع ٩ وهو ٣ فيكون ٣ هو الجذر المطلوب

وذلك لانه بموجب اجراء العملية ترى أن ٩ = $\frac{٢}{٣}$ وأن ٨١ = ٩ × ٩ = $\frac{٢}{٣}$ × $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٤}{٣}$ كما تقدم في نمرة ٢٤

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الرابع لعدد ١٠ بحيث يكون محتويا على ستة عشر رقما أعشاريا فنأخذ جذر مربع $\sqrt{١٠}$ وحيث ان هذا الجذر يلزم أن يحتوى على ستة عشر رقما اعشاريا فجذر $\sqrt{١٠}$ يلزم أن يحتوى أيضا على ٢ × ١٦ أى ٣٢ رقما اعشاريا (كما سبق فى نمرة ١٦٤) فنستخرج حينئذ جذر $\sqrt{١٠}$ بحيث يكون محتويا على اثنين وثلاثين رقما اعشاريا بأن يكون هكذا

$\sqrt{١٠}$ = ٣ر١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣٣١٩٩٨٨٩٣٥٤٤٤٣٢٧١

ثم تستخرج جذر مربع هذا العدد الاخير بحيث يكون محتويا على ١٦ رقما عشاريا بان يكون هكذا

$\sqrt[٤]{١٠}$ = ١ر٧٧٨٢٧٩٤١٠٠٣٨٩٢٢٨ وهذا الجذر هو المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ٦٥٦١ فنبحث أولا عن جذر مربع ٦٥٦١ وهو ٨١ ثم عن جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم عن جذر مربع ٩ وهو ٣ فيدل هذا العدد الاخير على الجذر المطلوب لانه بموجب اجراء العملية ترى أن ٩ = $\frac{٢}{٣}$ وأن ٨١ = $\frac{٢}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ × $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٤}{٣}$ وأن ٦٥٦١ = $\frac{٢}{٨١}$ = $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٤}{٣}$ = $\frac{٨}{٣}$

المثال الرابع أن يكون المطلوب تعيين الجذر السادس لعدد ٦٤ فنأخذ أولا جذر مربع ٦٤ وهو ٨ ثم جذر مكعب ٨ وهو ٢ فيكون هذا العدد الاخير هو الجذر المطلوب

وذلك

وذلك أن $٨ = ٢^{٣}$ و $٦٤ = ٨ \times ٨ = ٢^{٣} \times ٢^{٣} = ٢^{٦}$

وبمثل هذه الطريقة تتوصل الى هذه النتائج وهي

$\sqrt[٨]{١٠} = \sqrt{١ر٧٧٨٢٧٩٤١٠٠٣٨٩٢٢٨}$ وهكذا من الاعداد الاعشارية $= ١ر٣٣٣٥٢١٤٣$ وهكذا من الاعداد الاعشارية و $\sqrt[١٦]{١٠} = \sqrt{١ر٣٣٣٥٢١٤٣}$ وهكذا من الاعداد الاعشارية $= ١ر١٥٤٧$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\sqrt[٤]{٢ر٣٤٥٦٧٨٩٠٨٤٧٢} = ١ر٣٢٧٥$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

واذا أردت استخراج الجذور التي تحتوي علامتها على عوامل اولية غير عاملي ٢ و ٣ فعليك بعلم الجبر

(الباب السابع)
(فى بيان النسبة والمناسبة والمتواليات)
(وفيه أربعة فصول)

(الفصل الاول)
(فى بيان النسبة العددية والهندسية)

(١٨٧) النسبة العددية ويقال لها التفاضلية هى باقى الطرح بين كميتين * واما النسبة الهندسية فهى خارج قسمة كميتين على بعضهما فعلى هذا تكون النسبة العددية بين ١٨ و ٦ مثلا هى ١٨ — ٦ او ١٢ والنسبة الهندسية بين ١٨ و ٦ هى $\frac{١٨}{٦}$ او ٣ وهذان العددان اعنى ١٨ و ٦ هما حدّا كل من هاتين النسبتين * فالحدّ الاول وهو ١٨ يسمى المقدم والثانى وهو ٦ يسمى التالى

(١٨٨) لا تتغير النسبة العددية بزيادة الحدّين او نقصهما بمقدار واحد لان العددين اذا زادا بكمية واحدة او نقصا كذلك فباقى طرحهما لا يتغير فعلى هذا تكون النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ٧ + ٤ و ٥ + ٤ او ١١ و ٩ لان ٧ — ٥ = ١١ — ٩

(١٩٨) لا تتغير النسبة الهندسية بضرب الحدّين فى عدد واحد أو قسمتهما عليه لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه فى عدد واحد ولا بقسمتهما عليه (كما فى نمرة ٣٥)

فعلى هذا تكون النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ هى عين النسبة الهندسية بين ٧ × ٤ و ٣ × ٤ أو ٢٨ و ١٢ لان خارج قسمة ٧ على ٣ هو عين خارج قسمة ٧ × ٤ على ٣ × ٤

(الفصل الثانى)
(فى بيان المناسبة العددية والهندسية)

(١٩٠) المناسبة هى اجتماع نسبتين متساويتين * ولنمثل لذلك فنقول

حيث

حيث ان النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ١١ و ٩ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتالف منها متناسبة عددية توضع هكذا ٧٠٥ : ٩٠١١ وينطق به هكذا ٧ الى ٥ كنسبة ١١ الى ٩

وحيث ان النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ مساوية للنسبة الهندسية بين ٢٨ و ١٢ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتالف منها متناسبة هندسية توضع هكذا ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وينطق بها هكذا ٧ الى ٣ كنسبة ٢٨ الى ١٢

ويسمى المقدم والتالى الاولان بحدى النسبة الاولى والمقدم والتالى الاخيران بحدى النسبة الثانية والحد الاول والرابع بالطرفين والثانى والثالث بالوسطين

والحد الرابع من اى متناسبة كانت يسمى بالرابع المتناسب للحدود الثلاثة الاخرى ومتى كان الوسطان متساويين تسمى المتناسبة متصلة او متوالية والحد الوسط الذى هو ٧ الموجود فى متناسبة ٥٠٧:٧٠٩ المتصلة هو الوسط المتناسب العددى بين ٥ و ٩ وصورة وضع هذه المتناسبة على ما جرت به عادتهم هكذا ÷ ٥٠٧٠٩ وعدد ٩ هو الثالث المتناسب العددى لعددى ٥ و ٧

والمتناسبة ٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ تسمى متناسبة هندسية متصلة او متوالية * وتوضع عادة هكذا ∺ ٤ : ١٢ : ٣٦ * وعدد ١٢ هو الوسط الهندسى بين ٤ و ٣٦ * وعدد ٣٦ هو الثالث المتناسب الهندسى بين ٤ و ١٢

(بيان المتناسبة العددية)

(١٩١) كل متناسبة عددية فمجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين وذلك لان المتناسبة ٧٠٥ : ٩٠١١ العددية تدل على ان نسبة ٧ — ٥ تساوى نسبة ١١ — ٩ فعلى هذا اذا أضفت الى كل من هاتين النسبتين

مجموع التاليين وهو ٥ + ٩ كانت النتيجتان متساويتين وهما
٧ — ٥ + ٥ + ٩ و ١١ — ٩ + ٥ + ٩ لكن
حيث ان ٧ — ٥ + ٥ + ٩ يؤل الى ٧ + ٩
و ١١ — ٩ + ٥ + ٩ يؤل الى ١١ + ٥ فالمتناسبة
٧ . ٥ : ١١ . ٩ ينتج منها أن ٧ + ٩ = ١١ + ٥ وبذلك
يثبت المطلوب

(١٩٢) اذا ساوى مجموع عددين مجموع عددين آخرين تالف من الاعداد الاربعة متناسبة عددية يكون طرفاها احد المجموعين ووسطاها المجموع الآخر
وليكن مثلا ٧ + ٩ = ١١ + ٥
فاذا طرح من هاتين الكميتين المتساويتين مجموع ٥+٩ فالعددان الباقيان متساويان بالضرورة غير انه يكفى فى طرح ٥+٩ من ٧+٩ أن تطرح اولا ٩ من ٧ + ٩ فيكون الباقى ٧ ثم تطرح ٥ من ٧ ونعبر عن باقى الطرح بهذه العبارة بان تقول ٧ — ٥ وكذلك طرح ٥ + ٩ من ١١ + ٥ فتطرح اولا ٥ من ١١ + ٥ فيكون الباقى ١١ ثم تطرح ٩ من ١١ ونعبر عن باقى الطرح بهذه العبارة بان تقول ١١ — ٩
فينتج حينئذ من مساواة ٧+٩=١١+٥ ان ٧ — ٥ = ١١ — ٩
وتكون حينئذ نسبة ٧ — ٥ العددية مساوية لنسبة ١١ — ٩ العددية ومن ذلك تتالف هذه المتناسبة العددية وهى ٧ . ٥ : ١١ . ٩
وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٣) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة تناسبا عدديا فمجموع الطرفين لا يساوى مجموع الوسطين لانه اذا فرض أن هذين المجموعين متساويان يتالف من تلك الاعداد الاربعة متناسبة عددية كما فى (١٩٢) وهو خلاف الفرض

(١٩٤) كل متناسبة عددية فالحد الرابع فيها يساوى مجموع الوسطين ناقصا الحد

الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٧٠٥ : ١١٠٩ تفيد ٧+٩=٥+١١ فاذا طرح عدد ٧ من هاتين الكميتين المتساويتين وهما ٧+٩, ٥+١١ كان الباقيان وهما ٩ , ٥ × ١١ — ٧ متساويين * وعليه فعدد ٩ الذى هو الحد الرابع من متناسبة ٧٠٥ : ١١٠٩ يساوى مجموع الوسطين وهو ٥ + ١١ ناقصا الحد الاول وهو ٧ وبذلك ثبت المطلوب

وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل أحد الوسطين بطرح الوسط الآخر من مجموع الطرفين

فعلى هذا اذا علم من المتناسبة العددية ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد الرابع

(١٩٥) الوسط المتناسب العددى بين اى عددين يساوى نصف مجموعهما لان مجموع العددين المفروضين يساوى بمقتضى نمرة ١٩١ ضعف الوسط المتناسب العددى المطلوب

وعليه فالوسط المتناسب العددى بين عددى ٥ , ٩ هو نصف ٥ + ٩ اى ٧ وبذلك يكون

٥٠٧ : ٧٠٩

(١٩٦) كل متناسبة عددية يمكن أن تحصل فيها التغيرات الآتية بدون أن تختل بذلك المساواة بين مجموع الطرفين ومجموع الوسطين كما سبق فى نمرة ١٩٢

مثلا حيث ان متناسبة ٧٠٥ : ١١٠٩ تفيد ٧ + ٩=٥+ ١١ فهذه الاعداد اعنى ٧ , ٥ , ١١ , ٩ يتولد عنها بالتغير ثمانية متناسبات وهى

٧٠٥ : ١١٠٩	٧٠١١ : ٥٠٩
٩٠٥ : ١١٠٧	٩٠١١ : ٥٠٧
٥٠٧ : ٩٠١١	٥٠٩ : ٧٠١١
١١٠٧ : ٩٠٥	١١٠٩ : ٧٠٥

(بيان المناسبة الهندسية)

(١٩٧) انما سميت المناسبة الهندسية بهذا الاسم لانها كثيرة الاستعمال في الهندسة ومتى ذكرنا من الآن فصاعدا كلمة نسبة او متناسبة بدون قيد فالمراد الهندسية لاغير

(١٩٨) حاصل ضرب الطرفين في كل متناسبة يساوي حاصل ضرب الوسطين

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مثلا تدل على أن كسر $\frac{٧}{٣}$ = $\frac{٢٨}{١٢}$ فينتج من التنبيه الثالث من نمرة ٧٤ أن ٧ × ١٢ = ٢٨ × ٣ وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٩) اذا كان حاصل ضرب عددين يساوي حاصل ضرب عددين آخرين تركب من الاعداد الاربعة متناسبة طرفاها أحد الحاصلين ووسطاها الحاصل الآخر

وذلك انه اذا كان حاصل ٧ × ١٢ يساوي حاصل ٢٨ × ٣ وقسم كل منهما على ٣ × ١٢ كان خارجا القسمة وهما $\frac{٧ \times ١٢}{٣ \times ١٢}$ و $\frac{٢٨ \times ٣}{٣ \times ١٢}$ متساويين فاذا حذف العامل المشترك وهو ١٢ من الكسر الاول و ٣ من الكسر الثاني تحصل كسران متكافئان وهما $\frac{٧}{٣}$ و $\frac{٢٨}{١٢}$ وحيث ان نسبة $\frac{٧}{٣}$ = $\frac{٢٨}{١٢}$ ينتج من ذلك هذه المتناسبة وهي ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وبذلك يثبت المطلوب

(٢٠٠) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبة فحاصل ضرب الطرفين لايساوي حاصل ضرب الوسطين لانه اذا فرض أن هذين الحاصلين متساويان تركب من هذه الاربعة متناسبة كما في نمرة ١٩٩ وهذا خلاف الفرض

(٢٠١) الحد الرابع من اى متناسبة يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول

وذلك انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد بمقتضى نمرة ١٩٨ ٧×١٢ = ٣×٢٨ فاذا قسم كل من ٧×١٢ و ٣×٢٨ على ٧ كان

خارجا

خارجا القسمة وهما ١٢ و $\frac{٢٨\times٣}{٧}$ متساويين

وعليه فعدد ١٢ الذى هو الحد الرابع من متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مساو لحاصل ضرب الوسطين وهو ٣ × ٢٨ مقسوما على الحد الاول وهو ٧ وبهذا يثبت المطلوب

وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل كل من الوسطين بقسمة حاصل ضرب الطرفين على أحدهما

فعلى هذا اذا علم من المتناسبة ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد الرابع

فاذا أردت استخراج الحد الرابع من متناسبة حدودها الثلاثة الاولى معلومة كحدود ٦ و ٢ و ٢٤ مثلا فانك ترمز الى الحد المجهول بحرف س فيحصل معك ما صورته ٦ : ٢ :: ٢٤ : س وينتج من ذلك أن س = $\frac{٢٤\times٢}{٦}$ = ٨

(٢٠٢) الوسط المتناسب الهندسى بين عددين يساوى جذر مربع حاصل ضرب هذين العددين وذلك لان العددين المذكورين حيث كانا طرفى المتناسبة وكان الوسطان متساويين فحاصل ضرب هذين العددين يساوى مربع الوسط المتناسب كما سبق فى نمرة (١٩٨) (ولنمثل لذلك بمثالين فنقول)

المثال الاول اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا هندسيا بين عددى ٤ و ٣٦ فاضرب أحدهما فى الآخر فيخرج الحاصل ١٤٤ ثم استخرج جذر مربع هذا العدد فيحصل معك ١٢ فهذا الجذر هو الوسط المتناسب المطلوب وينتج من ذلك متناسبة متصلة وهى

٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ او ∺ ٤ : ١٢ : ٣٦

المثال الثانى اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا بين عددى ١ و ١٠ فاستخرج جذر مربع ١٠ الا أن هذا الجذر اصم كما فى نمرة (١٥٤) فلا يوجد حينئذ فى الاعداد الصحيحة ما يوافق المسئلة على التحقيق فاستخرج جذرا

تقريبيا بقدر الامكان كما تقدم فى المثال الثانى من نمرة (١٨٦) وهذا الجذر هو الوسط المتناسب المطلوب

(٢٠٣) كل متناسبة يمكن أن يحصل فيها التغييرات الآتية بدون أن تختل المساواة بين حاصل ضرب الوسطين وحاصل ضرب الطرفين كما تقدم فى نمرة (١٩٩) مثلا حيث ان متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٧×١٢=٣×٢٨ كما فى نمرة (١٩٨) فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتولد عنها بالتغير ثمانية متناسبات وهى

٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢	٧ : ٢٨ :: ٣ : ١٢
١٢ : ٣ :: ٢٨ : ٧	١٢ : ٢٨ :: ٣ : ٧
٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨	٣ : ١٢ :: ٧ : ٢٨
٢٨ : ٧ :: ١٢ : ٣	٢٨ : ١٢ :: ٧ : ٣

تنبيهات * الاول المتناسبات الاربع الاول تفيد أنه اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة فانه لا يتغير تناسبها بتغير موضع الوسطين او الطرفين

التنبيه الثانى * المتناسبات الاربع الاخرى تفيد أن المتناسبة لا تختل بوضع الطرفين موضع الوسطين وبالعكس

التنبيه الثالث حيث ان متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٣ : ١٢ :: ٧ : ٢٨ ينتج من ذلك أن كل متناسبة تكون فيها نسبة التالى الاول الى التالى الثانى مساوية لنسبة المقدم الاول الى المقدم الثانى

(٢٠٤) ضرب أحد الطرفين وأحد الوسطين فى عدد واحد او قسمتهما على ذلك العدد لا ينعدم به التناسب لان مساواة حاصل ضرب الطرفين لحاصل ضرب الوسطين لم تزل باقية على حالها

ولنفرض متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ مثلا فاذا أردنا أن نبين أن التناسب لم يزل باقيا فى صورة ما اذا ضرب كل من الطرف وهو ٧ والوسط وهو

٢٨ في ٥ لاحظنا انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد ٧ × ١٢ = ٣ × ٢٨ كما في نمرة (١٩٨) كان ٧ × ١٢ × ٥ = ٣ × ٢٨ × ٥ فاذن يكون (٧ × ٥) × ١٢ = ٣ × (٢٨ × ٥)

فيكون ٧ × ٥ : ٣ :: ٢٨ × ٥ : ١٢

تنبيه * ماذكرناه من الخواص وسيلة الى محو ما يوجد في المتناسبة من الحدود الكسرية والى اختصار حدود المتناسبة في صورة ما اذا وجد عامل مشترك بين احد الوسطين واحد الطرفين

ولنفرض متناسبة ٢/٣ : ٥٠٠/٧ :: ٤ : ٣٠٠٠/٧ مثلا فلاجل محو مقامي ٣ و ٧ نضرب على التوالي حدي ٢/٣ و ٤ في ٣ وحدي ٥٠٠/٧ و ٣٠٠٠/٧ في ٧ فينتج من ذلك متناسبة آخرى وهي ٢ : ٥٠٠ :: ١٢ : ٣٠٠٠

وهذه المتناسبة الاخيرة يمكن اختصارها بقسمة كل من حدي ٥٠٠ و ٣٠٠٠ على ١٠٠ فينتج من ذلك متناسبة أخرى وهي ٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٠

(٢٠٥) اذا كان هنالك متناسبتان وكان بينهما نسبة مشتركة فالنسبتان الاخريان يتولد منهما متناسبة لان هاتين النسبتين لما كانتا مساويتين للنسبة المشتركة كانتا متساويتين فاذن ينتج من متناسبتي ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١ و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤ متناسبة أخرى وهي ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤

(٢٠٦) اذا كان هنالك متناسبتان متحدتان في المقدم أو التالي تركب من الحدود الاربعة الباقية متناسبة أخرى وهذه الخاصية تنتج عما قبلها بتغيير موضع الوسطين أو الطرفين

فيتركب مثلا من متناسبتي ٥ : ١٥ :: ٧ : ٢١ و ٥ : ١٠ :: ٧ : ١٤ هذه المتناسبة وهي ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤ لانه بتغيير موضع الوسطين كما في نمرة ٢٠٣ يصير المتناسبتان هكذا ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١ و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤ وحيث ان هاتين المتناسبتين فيهما نسبة مشتركة فقاعدة نمرة ٢٠٥ ينتج منهما متناسبة ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤

(٢٠٧) كل متناسبة لاتخلو عن خواص

احداها نسبة مجموع الحدين الاولين الى الثانى كنسبة مجموع الحدين الاخيرين الى الرابع وذلك انه حيث كانت نسبة المقدم الى تاليه تدل على خارج قسمة أول هذين العددين على الثانى فان ضم الى كل مقدم تاليه زادت بالضرورة كل نسبة بمقدار واحد من الآحاد كما تقدم فى نمرة ٣٦ وحيث ان النسبتين الاولين متساويتان فالنسبتان المحصلتان متساويتان ايضا ويثبت المطلوب

فمتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤

اى ٢٤ : ٦ :: ١٦ : ٤

وذلك انه حيث كان خارج قسمة كل مقدم على تاليه فى المتناسبة الاولى يساوى ٣ ينتج من ذلك انه اذا قسم كل مقدم زائدا تاليه على ذلك التالى بعينه كان خارج القسمة المحصل ٣ + ١ اى ٤ فاذن تكون النسبتان المحصلتان متساويتين

الثانية * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى الحد الثانى كنسبة باقى طرح الحدين الاخيرين الى الحد الرابع لانه اذا انتقص من كل مقدم تاليه نقصت كل نسبة بمقدار واحد من الآحاد وحيث ان النسبتين الاولين متساويتان فالنسبتان المحصلتان يتساويان أيضا

فمتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤

اى ١٢ : ٦ :: ٨ : ٤

تنبيه * متناسبة ٦ : ١٨ :: ٤ : ١٢ تفيد أيضا ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤ لان المتناسبة الاولى بموجب خواص نمرة ٢٠٣ تؤل الى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ وقد سبق ايضا أن المتناسبة الاخيرة تفيد ١٨ — ٦ : ٦ :: ١٢ — ٤ : ٤

الثالثة نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع أو كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

فالمتناسبة الاولى وهى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد المتناسبة الثانية وهى ١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ٦ : ٤ والمتناسبة الثالثة وهى ١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ١٨ : ١٢

لان

لان المتناسبة الاولى بموجب الخاصية الاولى من هذه النمرة تفيد
١٨ + ٦ : ٦ :: ١٢ + ٤ : ٤ فاذا تغير موضع الوسطين فى هذه المتناسبة الاخيرة
كما تقدم فى نمرة ٢٠٣ حصلت المتناسبة الثانية
ومقتضى التنبيه الثالث من نمرة ٢٠٣ أن المتناسبة الاولى تفيد الرابع وهو
٦ : ٤ :: ١٨ : ١٢ وحيث انه يوجد فى المتناسبة الثانية والرابعة نسبة مشتركة
فان أجريت عليهما قاعدة نمرة ٢٠٥ نتج من ذلك المتناسبة الثالثة وهى
١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ١٨ : ١٢

الرابعة * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

وطريق البرهنة على هذه الخاصية كالبرهنة على الثالثة فمتناسبة
١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤ :: ٦ : ٤ و ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤
:: ١٨ : ١٢

الخامسة * نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين * وهذه الخاصية تنتج من الثالثة والرابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فالمتناسبة الاولى وهى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد بموجب الخاصية الثالثة والرابعة ١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ٦ : ٤ و ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤ :: ٦ : ٤
وينتج عن هاتين المتناسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ هذه المتناسبة وهى
١٨ + ٦ : ١٢ + ٤ :: ١٨ — ٦ : ١٢ — ٤ ويثبت المطلوب

السادسة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التاليين كنسبة كل مقدم الى تاليه * ويكفى فى البرهنة على هذه الخاصية أن تغير موضع الوسطين فى المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة فى الخاصية الثالثة على المتناسبة المتحصلة

فمتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد ١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤ كما فى نمرة ٢٠٣

واذا طبقت القاعدة المذكورة فى الخاصية الثالثة على هذا المتناسبة الاخيرة تحصل ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٨ : ٦ ويثبت المطلوب

السابعة نسبة باقى طرح المقدمين الى باقى طرح التاليين كنسبة كل مقدم الى تاليه وهذه الخاصية يبرهن عليها كالسادسة بأن تغير أولا موضع الوسطين فى المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة فى الخاصية الرابعة على المتناسبة المتحصلة

فتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٨ : ٦

الثامنة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التاليين كنسبة باقى طرح المقدمين الى باقى طرح التاليين وهذه الخاصية ناتجة عن السادسة والسابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فتناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ مثلا تفيد بموجب الخاصية السادسة والسابعة ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٢ : ٤ و ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ :: ١٢ : ٤ وينتج عن هاتين المتناسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ أن ١٨ + ١٢ : ٦ + ٤ :: ١٨ — ١٢ : ٦ — ٤ ويثبت المطلوب

التاسعة * اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة تحصل عن قواها المتشابهة متناسبة جديدة * مثلا حيث كانت متناسبة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تدل على أن نسبة $\frac{18}{6}$ تساوى نسبة $\frac{12}{4}$ فقوة كسر $\frac{18}{6}$ الثالثة تساوى قوة كسر $\frac{12}{4}$ الثالثة فاذن يكون $\left(\frac{18}{6}\right)^3 = \left(\frac{12}{4}\right)^3$ اى $\frac{18^3}{6^3} = \frac{12^3}{4^3}$

كما فى نمرة ١٧٨ ومن تساوى هاتين النسبتين الاخيرتين تتركب هذه المتناسبة وهى $18^3 : 6^3 :: 12^3 : 4^3$

العاشرة * اذا كان هناك أربع كميات متناسبة تحصل عن جذورها المتشابهة متناسبة جديدة فتناسبة ٤ : ٩ :: ١٦ : ٣٦ مثلا تفيد $\sqrt{4} : \sqrt{9}$

:: $\sqrt{١٦}$: $\sqrt{٣٦}$ اى ٢ : ٣ :: ٤ : ٦ لانه حيث كانت نسبة $\frac{٤}{٩}$ مساوية بالفرض لنسبة $\frac{١٦}{٣٦}$ كان $\sqrt{\frac{٤}{٩}} = \sqrt{\frac{١٦}{٣٦}}$ اى $\frac{\sqrt{٤}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٣٦}}$

(٢٠٨) اذا ضربت حدود عدة متناسبات فى بعضها على الترتيب تركب من الحواصل الاربعة متناسبة جديدة لانه حيث كانت متناسبات ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ و ٥ : ٧ :: ٢٠ : ٢٨ و ٢ : ١١ :: ٨ : ٤٤ تدل على أن نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٥}{٧}$ و $\frac{٢}{١١}$ مساوية بالتوزيع لنسب $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٢٠}{٢٨}$ و $\frac{٨}{٤٤}$ فحاصل ضرب النسب الثلاثة الاول وهو $\frac{٣ \times ٥ \times ٢}{٦ \times ٧ \times ١١}$ يساوى حاصل ضرب النسب الثلاثة الاخر وهو $\frac{٤ \times ٢٠ \times ٨}{٨ \times ٢٨ \times ٤٤}$ ويتركب من المساواة الاخيرة هذه المتناسبة وهى

٣ × ٥ × ٢ : ٦ × ٧ × ١١ :: ٤ × ٢٠ × ٨ : ٨ × ٢٨ × ٤٤

ويثبت المطلوب

* تنبيه * هذه القاعدة وسيلة الى الخاصية التاسعة من نمرة ٢٠٧ وذلك بان تضرب عدة متناسبات متساوية الحدود المتقابلة فى بعضها

(٢٠٩) كل جملة من النسب المتساوية تكون فيها نسبة مجموع المقدمات الى مجموع التاليات كنسبة كل مقدم الى تاليه * ولنفرض نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ المتساوية فبموجب الخاصية السادسة من نمرة ٢٠٧ ترى أن متناسبة ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ تفيد هذه المتناسبة وهى ٣ + ٤ : ٦ + ٨ :: ٤ : ٨ وحيث ان نسبة $\frac{٤}{٨}$ مساوية لنسبة $\frac{٧}{١٤}$ يحدث عن ذلك هذه المتناسبة وهى ٤ : ٨ :: ٧ : ١٤ فاذن يكون ٣ + ٤ : ٦ + ٨ :: ٧ : ١٤ كما فى نمرة ٢٠٥

وبنظير ذلك يعلم أن المتناسبة الاخيرة تفيد متناسبة (١) وهو ٣ + ٤ + ٧ : ٦ + ٨ + ١٤ :: ٧ : ١٤ كما فى الخاصية السادسة من نمرة ٢٠٧

ويثبت المطلوب

تنبيهات * الاول لاجل الدلالة على ان نسب $\frac{٣}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ متساوية جرت العادة

بأن توضع هكذا ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ :: ٧ : ١٤ وتقرأ هكذا
٣ الى ٦ كنسبة ٤ الى ٨ كنسبة ٧ الى ١٤

* التنبيه الثانى متناسبة (١) تدل على انه اذا كان هنالك عدة كسور متساوية فالكسر الذى يتحصل من قسمة مجموع بسوطها على مجموع مقاماتها يكون مساويا لكل من هذه الكسور

(٢١٠) الخواص التى جعلت قاعدة لبحث المتناسبات يمكن البرهنة عليها باعتبارين عامين عنازان باستنباطهما من تعريف المتناسبات

أحدهما كل متناسبة عددية مجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين

وذلك لانه فى صورة ما اذا كانت المقدمات أكبر من التاليات يكون كل مقدم مساويا للتالى زائدا النسبة بحيث تؤل هذه المتناسبة وهى أول مقدم . أول تال : ثانى مقدم . ثانى تال الى متناسبة آخرى وهى اول تال + أول نسبة . أول تال : ثانى تال + ثانى نسبة . ثانى تال فيكون مجموع الطرفين مركبا من تاليين وأول نسبة ومجموع الوسطين مركبا من تاليين وثانى نسبة * وحيث كان يفهم من تعريف المتناسبة أن النسبة الاولى مساوية للنسبة الثانية فمجموع الطرفين يساوى مجموع الوسطين

واما فى صورة ما اذا كانت المقدمات اصغر من التاليات فيعوض كل مقدم بتاليه ناقصا النسبة فتجد حينئذ مجموع الطرفين مركبا من الجزءين اللذين تركب منهما مجموع الوسطين

ثانيهما كل متناسبة هندسية حاصل ضرب الطرفين فيها يساوى حاصل ضرب الوسطين

وذلك لانه لما كان بموجب تعريف التناسب كل مقدم يساوى تاليه مضروبا فى النسبة كانت هذه المتناسبة وهى أول مقدم : أول تال :: ثانى مقدم : ثانى تال تؤل الى متناسبة آخرى وهى أول تال × أول نسبة : أول تال :: ثانى تال × ثانى نسبة : ثانى تال ويفهم من ذلك أن العوامل التى تدخل فى حاصل ضرب الطرفين هى التاليان والنسبة الاولى والعوامل التى تدخل فى حاصل

ضرب

ضرب الوسطين هى التاليان والنسبة الثانية * وحيث ان النسبة الاولى تساوى بالفرض النسبة الثانية يثبت المطلوب

واما بقية الخواص فيسهل استنباطها مما ذكرناه

(الفصل الثالث)

(فى تطبيق مبحث المتناسبات على حل مسائل علم الحساب)

(٢١١) مبحث المتناسبات هو وسيلة لحل معظم المسائل التى تقدم ذكرها فى الباب الخامس فاننا اذا قابلنا طريقة التحليل المذكورة هنالك بطريقة التناسب المذكورة هنا ولم نبين الا مجرد العمليات رأينا انه لا اختلاف بين هاتين الطريقتين الا فى كيفية البرهنة فقط بحيث يتوصل بهما الى اجراء عمليات متحدة على الاعداد المفروضة ليستخرج بواسطتها مقادير الكميات المجهولة

ولاجل اجتناب التكرار الذى لا طائل تحته لم نذكر هنا الامسئلة واحدة من كل جنس

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(٢١٢) المسئلة الاولى اذا كان أربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من أى عمل كان فما عدد الامتار التى يشتغلها تسعة من العملة (راجع المسئلة الرابعة من نمرة ١٣٠)

فنقول ان كمية العمل الواقع من هؤلاء العملة فى وقت واحد هى بالضرورة مناسبة لعدد العملة المستأجرين فى هذا العمل يعنى انه اذا زاد عددهم عدة مرات زاد العمل الواقع منهم بقدر زيادة عددهم فاذا رمزنا الى عدد الامتار المطلوب بحرف س توقف استخراج المقدار المجهول المرموز اليه بهذا الحرف على هذه المتناسبة وهى ٤ : ٩ :: ٢٠ : س فينتج من ذلك أن

$س = \frac{٢٠ \times ٩}{٤} = ٤٥$ كما تقدم فى نمرة ٢٠١

ونتيجة هذه العملية هى عين نتيجة العملية السابقة فى المسئلة الرابعة من نمرة ١٣٠

وحيث كانت كمية العمل الواقع من العملة المذكورين تزيد فى هذه المسئلة بقدر

زيادة عددهم فنسبة العمل الصادر منهم مستقيمة بالنظر لعددهم

* تنبيه * لا يمكن تركيب نسبة الا بين كميتين من جنس واحد * وهذه النسبة عبارة عن عدد مبهم يدل على خارج قسمة احدى هاتين الكميتين على الاخرى فاذا علم ان نسبة كميتين من جنس واحد مساوية لنسبة كميتين اخريين من جنس واحد وكانت هاتان الكميتان من جنس آخر مغاير لجنس الكميتين الاوليين فالمناسبة المركبة من تساوى هاتين النسبتين تستعمل فى استخراج الحد الرابع المجهول اذا كانت الحدود الثلاثة معلومة كما فى نمرة ٢٠١

فحيث كانت نسبة عددى ٤ و ٩ الدالين على العملة فى هذه المسئلة تساوى نسبة عددى ٢٠ و س الدالين على عدد امتار العمل المقابل لكل من العددين فعدد الامتار المطلوبة وهو س يعرف من متناسبة ٤ : ٩ :: ٢٠ : س التى اعدادها مبهمة

(٢١٣) المسئلة الثانية اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا عملا فى ظرف ١٥ ساعة فما عدد الساعات التى يستغرقها خمسة من العملة فى التوفية بالعمل المذكور (راجع المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠)

فنقول ان المدة التى يستغرقها العمل تزيد بقدر نقصان عدد العملة بمعنى انه اذا نقص عددهم عدة مرات زادت المدة التى استغرقوها فى العمل بقدر هذا النقصان فنسبة عدد ساعات العمل منعكسة بالنظر لعدد العملة

والبرهان الذى أوردناه فى المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠ يتوصل به هنا الى معرفة كيفية الانتقال من نسبة منعكسة الى نسبة مستقيمة توافقها لانه قد سبق فى النمرة المذكورة أن العملة الخمسة يستغرقون فى العمل $\frac{١٥ \times ٣}{٥}$ ساعات ويؤخذ من ذلك انه يكفى فى استخراج عدد الساعات المطلوب وهو س بدون واسطة أن تستخرج الحد الرابع من متناسبة ٥ : ٣ :: ١٥ : س التى تتألف بتركيب نسبتى ٣ : ٥ و ١٥ : س بين الكميات المتحدة الجنس كما فى المسئلة المتقدمة ثم بمساواة هاتين النسبتين بعد عكس الترتيب فى حدى النسبة الاولى

(٢١٤) متى أريد تركيب متناسبة بين نسبة مستقيمة ونسبة منعكسة توافقها يكفي قلب حدي احدى هاتين النسبتين ثم تسوية النسبة الجديدة بالنسبة الاخرى

(٢١٥) المسئلة الثالثة اذا كان هنالك عملان متفاوتان في الصعوبة بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فما عدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور من العمل الثاني

فنقول حيث ان العمل ينقص بقدر زيادة الصعوبة فعدد الامتار التي يشتغلها العامل الواحد في العملين يكون في نسبة منعكسة بالنظر الى نسبه ٥ الى ٧ يعني أن عدد الامتار يكون في نسبة ٧ الى ٥ (انظر نمرة ٢١٤) فاذن العدد المجهول المرموز اليه بحرف س وهو عدد الامتار التي يشتغلها في العمل الثاني العامل الذي اشتغل ٢١ مترا في العمل الاول يعرف من هذه المتناسبة وهي ٧ : ٥ :: ٢١ : س وينتج من هذا أن س = ١٥ وهو موافق للنتيجة المتحصلة في المسئلة السابعة من نمرة (١٣٠)

(٢١٦) المسئلة الرابعة ما عدد الامتار التي يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{٥}{٨}$ لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{٦}{٨}$ (انظر المسئلة الثامنة من نمرة ١٣١)

فنقول يلزم أن يؤخذ من أمتار القماش بقدر صغر العرض والنسبة هنا بين عرض الجوخ والقماش كالنسبة بين $\frac{٦}{٨}$ و $\frac{٥}{٨}$ أو كالنسبة بين ٦ و ٥ كما تقدم في نمرة ١٨٩ وحيث ان عدد أمتار الجوخ والقماش في نسبة منعكسة بالنظر الى العرض أي في نسبة ٥ الى ٦ فعدد أمتار القماش المجهول المرموز اليه بحرف س يعرف من هذه المتناسبة وهي ٥ : ٦ :: ٣٠ : س (راجع نمرة ٢١٤) وينتج من هذا أن س = $\frac{٣٠\times٦}{٥}$ = ٣٦ ونتيجة هذه العملية عين نتيجة العملية السابقة في نمرة ١٣١

ثم ان طريقة العمل التي سلكناها في حل المسائل المتقدمة تسمى بالقاعدة الثلاثية البسيطة لان الاعداد المذكورة في كل مسئلة منها ثلاثة ٭ وتسمى

أيضا بالقاعدة الثلاثية البسيطة المستقيمة أو المنعكسة اذا لوحظ وصف النسبتين بالاستقامة أو الانعكاس

(القاعدة الثلاثية المركبة)

(٢١٧) المسئلة الخامسة اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد مدة ثلاث ساعات واشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى يومين اذا كانوا لا يستغرقون فى العمل الا ٧ ساعات من اليوم (راجع المسئلة التاسعة من نمرة ١٣٢)

الحل الاول ينبغى أن تلاحظ على التوالى عدد العملة والساعات والايام فتتوصل بذلك الى حل المسائل الآتية وهى

اذا كان عاملان يشتغلان فى اليوم الواحد ثلاث ساعات فاشتغلا فى ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها فى خمسة أيام ثلاثة عملة يشتغلون من كل يوم منها ثلاث ساعات

فنقول حيث ان عدد الساعات والايام لم يتغير يقال اذا كان العاملان يشتغلان ٩٠ مترا فما عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة

فنقول عدد الامتار المطلوب هو الحد الرابع من هذه المناسبة وهى

٢ : ٣ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = ١٣٥

وعليه فعدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى ظرف خمسة أيام كل يوم منها ثلاث ساعات ١٣٥ مترا

واذا أجريت العملية بنحو هذه الطريقة وجدت بواسطة قاعدتين كلتاهما ثلاثية بسيطة مستقيمة أن عدد الامتار التى يشتغلها ثلاثة عملة فى ظرف خمسة أيام كل يوم منها سبع ساعات ٣١٥ مترا وأن عدد الامتار التى يشتغلونها فى ظرف يومين كل يوم منهما سبع ساعات ١٢٦ مترا

وتختصر هذه العمليات بحذف الاجزاء المتكررة والاقتصار على بيان الضروب والقسم كما هو الغالب فى مثل تلك العمليات * والاختصار فى ذلك على ثلاث صور

احداهما عاملان اشتغلا ٩٠ مترا فما عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة

فنقول ٢ : ٣ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = $\frac{٩٠ \times ٣}{٢}$

ثانيتها حصل في ظرف ٣ ساعات عمل $\frac{٩٠ \times ٣}{٢}$ مترا فما عدد الامتار التي يحصل عملها في ٧ ساعات

فنقول ٣ : ٧ :: $\frac{٩٠ \times ٣}{٢}$: س وينتج من هذا أن س = $\frac{٩٠ \times ٣ \times ٧}{٢ \times ٣}$

ثالثتها حصل في ظرف ٥ أيام عمل $\frac{٩٠ \times ٣ \times ٧}{٢ \times ٣}$ مترا فما عدد الامتار التي يحصل عملها في يومين

فنقول ٥ : ٢ :: $\frac{٩٠ \times ٣ \times ٧}{٢ \times ٣}$: س وينتج من هذا أن س = $\frac{٩٠ \times ٣ \times ٧ \times ٢}{٢ \times ٣ \times ٥}$

فاذا حذفنا عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حدي هذا الكسر الاخير وقسمنا ٩٠ × ٧ على ٥ كان الخارج ١٢٦ وهو عدد الامتار المطلوب

ونتيجة هذه العملية عين النتيجة السابقة في نمرة ١٣٢

ولما كان هذا الحل متوقفا على ثلاث قواعد بسيطة مستقيمة سمي بالقاعدة الثلاثية المركبة المستقيمة

الحل الثاني * يمكن تعليق حل المسئلة المتقدمة على قاعدة ثلاثية بسيطة واحدة وذلك أن العاملين اللذين يشتغلان ٣ ساعات يعملان من الامتار بقدر ما يشتغله العامل الواحد في مدة ٢ × ٣ سع واذا اشتغل العامل خمسة أيام كل يوم منها ٢ × ٣ سع كانت مدة عمله ٢ × ٣ × ٥ أعني ٢ × ٣ × ٥ ساعات وعليه فالعاملان اللذان يشتغلان خمسة أيام كل يوم منها ثلاث ساعات يكون عدد أمتار عملهما بقدر ما يشتغله العامل الواحد في ظرف ٢ × ٣ × ٥ اى ٣٠ ساعة

وكذلك اذا كان العملة ثلاثة واشتغلوا يومين كل يوم منهما ٧ ساعات فعدد أمتار عملهم يكون بقدر ما يشتغله العامل الواحد في ظرف ٣ × ٧ × ٢

اى ٤٢ ساعة

وتؤل المسئلة حينئذ الى مسئلة هى اذا اشتغل العامل الواحد ٩٠ مترا فى ظرف ٣٠ ساعة فما عدد الامتار التى يشتغلها فى ظرف ٤٢ ساعة

فنقول ان عدد الامتار المطلوب المرموز اليه بحرف س عبارة عن الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى ٣٠ : ٤٢ :: ٩٠ : س وينتج من هذا أن س = ١٢٦

المسئلة السادسة اذا اشتغل عاملان فى اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا فى ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا فما عدد الايام التى يستغرقها شغل ثلاثة عملة يشتغلون سبع ساعات فى كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا (راجع المسئلة العاشرة من نمرة ١٣٢)

فنقول انك اذا جريت فى البرهنة هنا على ما تقدم فى المسئلة الخامسة رأيت بواسطة قاعدتين ثلاثيتين بسيطتين أن العملة الثلاثة اذا اشتغلوا خمسة أيام كل يوم منها ٣ ساعات يكون عدد امتار عملهم ١٣٥ مترا وانهم اذا اشتغلوا فى كل يوم من الخمسة ٧ ساعات يكون عدد الامتار ٣١٥ مترا

فاذا أردت أن تستخرج من ذلك عدد الايام التى تكفى لشغل ثلاثة عملة يشتغلون فى اليوم الواحد ٧ ساعات لاجل عمل ١٢٦ مترا فلاحظ انه حيث كان عدد كل من العملة وساعات الشغل واحدا فى المسئلتين يكفى فى ذلك حل مسئلة هى

اذا اشتغل العملة ٣١٥ مترا فى ظرف ٥ أيام فما عدد الايام اللازمة لهم فى عمل ١٢٦ مترا

فنقول ان عدد الايام المطلوب هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهى ٣١٥ : ١٢٦ :: ٥ : س كما فى نمرة (٢١٢) وينتج من هذا أن س = ٢

وعليه فالعملة الثلاثة اذا اشتغلوا ٧ ساعات فى كل يوم يلزم لهم يومان فى عمل ١٢٦ مترا

واذا اقتصرت على تعيين الضروب والقسم وجدت عدد الايام المطلوب هو

$\frac{١٢٦\times٣\times٢\times٥}{٧\times٣\times٩٠}$ او $\frac{١٢٦\times٢\times٥}{٧\times٩٠}$ أى ٢

وتتيجة هذه العملية عين النتيجة السابقة فى نمرة ١٣٢

(٢١٨) المسئلة السابعة اذا اشتغل عاملان ٨ امتار فى جسر مثلا فما عدد الامتار التى يشتغلها خمسة عملة فى جسر آخر مع فرض أن نسبة صعوبة العمل الاول الى صعوبة الثانى كنسبة ٣ الى ٤

فنقول يبحث أولا عن عدد الامتار التى يشتغلها العملة الخمسة من الجسر الاول بأن تركب هذه المتناسبة وهى ٢:٥::٨:س ويبتج من هذا أن س = ٢٠

وحيث ان الخمسة اشتغلوا ٢٠ مترا من الجسر الاول لزم أن يستخرج من ذلك عدد الامتار التى يشتغلونها من الجسر الثانى

وحيث كانت النسبة بين صعوبة العملين كنسبة ٣ الى ٤ فنسبة عدد الامتار التى يشتغلها الخمسة منعكسة بالنظر الى نسبة ٣ الى ٤ أعنى انها تكون كنسبة ٤ الى ٣ فاذن يكون عدد الامتار فى العمل الثانى الواقع من الخمسة هو الحد الرابع من هذه المتناسبه وهى

٤:٣::٢٠:س كما فى نمرة (٢١٤) وينتج من هذا أن س = ١٥

وانما سميت القاعدة المتقدمة بالثلاثية المركبة المستقيمة أو المنعكسة لانه توصل فيها الى النتيجة بواسطة عدة قواعد بسيطة مستقيمة ومنعكسة

(قاعدة الشركة)

---

(٢١٩) المسئلة الثامنة اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٠٠ فرنك و ٥٠٠ فرنك و ٧٠٠ فرنك وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فرنك فما يخص كل شريك من ذلك الربح (راجع المسئلة الرابعة عشر من نمرة ١٣٤)

فنقول ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة ١٥٠٠ فرنك ومجموع الربح ٤٥٠٠ فرنك

وحيث كان يلزم أن يكون بين الارباح ورؤس الاموال تناسب فاستخراج تلك

الارباح يتوقف على هذه المتناسبات

١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٣٠٠ : س و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٥٠٠ : س

و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٧٠٠ : س

فاذا قسمت حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ١٥٠٠ كان الخارج

هذه المتناسبات المتكافئة وهى ١ : ٣ :: ٣٠٠ : س و ١ : ٣ :: ٥٠٠ : س

و ١ : ٣ :: ٧ : س وحينئذ تكون الحدود الرابعة وهى ٩٠٠ و ١٥٠٠

و ٢١٠٠ من تلك المتناسبات هى الارباح المطلوبة فيكون لاحد الشركاء

٩٠٠ فرنك وللثانى ١٥٠٠ فرنك وللثالث ٢١٠٠ فرنك

المسئلة التاسعة اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هى ١٠٠ فرنك و ٢٥٠ فرنك

و ٥٠ فرنك ومكث رأس المال الاول فى الشركة ثلاثة أشهر والثانى شهرين

والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فما يكون ربح كل شريك

بالنسبة لرأس ماله (راجع المسئلة السادسة عشر من نمرة ١٣٤)

فنقول ان ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التى مكثها فى الشركة بمعنى

أن قياسه يتركب منهما * وماذكرناه من البراهين فى المسئلة السادسة عشر

من النمرة المذكورة يدل على أن الارباح فى هذه المسئلة هى عين الارباح

فى التى قبلها

(مسائل تتعلق بالفوائد البسيطة والمركبة)

(٢٢٠) يفرض أن سعر المال خمسة على المائة فى السنة الواحدة * وقد تقدم

فى نمرة ١٤٠ انه فى المسائل المتعلقة بالفوائد المركبة تحسب أرباح الارباح

سنة فسنة

ثم ان حل المسائل المتعلقة بالفوائد يمكن أن يستنتج من قاعدتين *

الاولى اذا تساوت المدد كان بين الربح البسيط ورأس المال تناسب * الثانية كل ربح بسيط من أى رأس مال يكون بينه وبين المدة التى مكثها للاسترباح تناسب

(مسائل تتعلق بالارباح البسيطة)

(٢٢١) المسئلة العاشرة ما الذى يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠ فرنك نقدا فى مدة ثلاث سنوات (راجع المسئلة السابعة عشر من نمرة ١٣٦)

فنقول حيث ان ربح المائة السنوى ٥ فرنكات فربح مائة فرنك فى مدة
فرنك فرنك
ثلاث سنوات هو ٥ × ٣ اى ١٥ وعليه فمائة فرنك نقدا تعادل
فرنك فرنك فرنك
فى ثلاث سنوات ١٠٠ + ١٥ اى ١١٥ فاذن يتحصل مقدار ٤٨٠٠٠ بعد ثلاث سنوات بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠ :: ١١٥ : س وينتج من هذا أن س = ٥٥٢٠٠٠
فرنك فرنك
فاذن يعادل ٤٨٠٠٠ نقدا فى ثلاث سنوات ٥٥٢٠٠٠

وعليه فربح ٤٨٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات هو ٥٥٢٠٠٠ ــ ٤٨٠٠٠ اى ٧٢٠٠٠ فرنك

واذا أردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح
فرنك
١٠٠ فرنك فى ثلاث سنوات هو ١٥ يتحصل الربح المطلوب بواسطة هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠ :: ١٥ : س وينتج من هذا أن س = ٧٢٠٠٠ فرنك

المسئلة الحادية عشر ما يعادله ٤٨٠٠٠ فرنك فى مدة ثلاث سنوات وأربعة أشهر أو فى مدة أربعين شهرا (راجع المسئلة الثامنة عشر من نمرة ١٣٦)

فرنك فرنك
فنقول حيث كان ربح ١٠٠ فى اثنى عشر شهرا هو ٥ فرنكات فربح ١٠٠ فى أربعين شهرا يستخرج بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٢ : ٤٠ :: ٥ : س وينتج من هذا أن س = $\frac{٥ \times ٤٠}{١٢}$ = $\frac{٥٠}{٣}$ فاذن

فرنك فرنك فرنك فرنك
١٠٠ نقدا تعادل فى مدة أربعين شهرا ١٠٠ + $\frac{٥٠}{٣}$ = $\frac{٣٥٠}{٣}$

وحينئذ يستخرج العدد المطلوب بواسطة هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٣٥٠}{٣}$: س وينتج من هذا أن س = ٥٦٠٠٠٠ وعليه فعدد ٤٨٠٠٠٠ فرنكا نقدا فى أربعين شهرا يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠

فرنك فرنك
فى أربعين شهرا هو ٥٦٠٠٠٠ — ٤٨٠٠٠٠ أى ٨٠٠٠٠ فرنك

واذا اردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح

فرنك
١٠٠ فرنك فى مدة أربعين شهرا هو $\frac{٥٠}{٣}$ فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى هذه المدة يستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٥٠}{٣}$: س

وينتج من هذا أن س = ٨٠٠٠٠

المسئلة الثانية عشر مبلغ مجهول مؤجل بأربعين شهرا حل أجله وصار ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما أصله (راجع نمرة ١٣٧)

فرنك فرنك
فنقول قد سبق أن $\frac{٣٥٠}{٣}$ مؤجلة بأربعين شهرا تعادل ١٠٠ نقدا فيستخرج حينئذ المبلغ المطلوب من هذه المتناسبة وهى

$\frac{٣٥٠}{٣}$: ٥٦٠٠٠٠ :: ١٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٤٨٠٠٠٠

فاذن ٥٦٠٠٠٠ فرنك المؤجلة بأربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا

المسئلة الثالثة عشر ما عدد السنين التى يعادل فيها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك

٥٦٠٠٠٠

٥٦٠٠٠٠ فرنك (راجع المسئلة العشرين من نمرة ١٣٨)

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين اعنى ٤٨٠٠٠٠ و ٥٦٠٠٠٠ فرنك

هو ٨٠٠٠٠ فالواجب البحث عن مقدار الزمن الذى يربح فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك

مبلغ ٨٠٠٠٠ فرنك ربحا بسيطا وحيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى السنة الواحدة

جزء من عشرين من ٤٨٠٠٠٠ اى ٢٤٠٠٠ فعدد السنين المطلوب يستخرج

حينئذ من هذه المتناسبة وهى ٢٤٠٠٠ : ٨٠٠٠٠ :: ١ : س

و ينتج من هذا أن س = $\frac{٨٠٠٠٠}{٢٤٠٠٠}$ = $\frac{١٠}{٣}$ فاذن يكون عدد السنين

المطلوب ثلث عشر سنوات اى ٣ سنين و ٤ اشهر

(قاعدة الحطيطة)

(٢٢٢) المسئلة الرابعة عشر مامقدار الحطيطة الخارجية التى يلزم جعلها على

حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

مبلغ فى الوثيقة قدره ٢٨٥٠ و ٤٥ فرنك مؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر

أو بأربعين شهرا (راجع المسئلة الثانية والعشرين من نمرة ١٣٩)

فنقول حيث ان حطيطة أى مبلغ فى اى زمن بينها و بين مقدار هذا المبلغ

وزمن الحط منه تناسب فلا مانع أن يقال حيث كانت حطيطة ١٠٠ فرنك

فى السنة الواحدة هى ٦ فرنك فحطيطة ٢٨٥٠ر٤٥ فرنك فى السنة الواحدة

تعرف من هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٢٨٥٠ر٤٥ :: ٦ : س

و ينتج من هذا أن س = $\frac{٢٨٥٠ر٤٥ \times ٦}{١٠٠}$

ومتى عرفت حطيطة ٢٨٥٠ ر ٤٥ فرنك فى سنة واحدة أى فى اثنى عشر شهرا

فاستخرج من ذلك حطيطة هذا المبلغ فى أربعين شهرا بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٢ : ٤٠ :: $\frac{٢٨٥٠٠٫٤٥ \times ٦}{٣٠٠}$: س وينتج من هذا أن س = $\frac{٢٨٥٠٠٫٤٥ \times ٦ \times ٤٠}{١٠٠ \times ١٢}$ = ٥٧٠٫٠٩ فتجد مقدار الحطيطة المطلوب

فرنك

٥٧٠٫٠٩ ويختصر العمل بحذف ما يوجد فى البسط والمقام من العوامل المشتركة فيؤول ذلك الى س = $\frac{٢٨٥٠٠٫٤٥ \times ١٠ \times ٢ \times ٢ \times ٦}{٢ \times ٦ \times ١٠ \times ٢ \times ٥}$ = $\frac{٢٨٥٠٠٫٤٥}{٥}$ =٥٧٠٫٠٩

(مسائل تتعلق بالارباح المركبة)

---

(٢٢٣) المسئلة الخامسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك فى ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين فى نمرة ١٤٠)

فنقول حيث ان ربح المائة فرنك فى كل سنة ٥ فرنكات فالمائة فرنك

فرنك

المدفوعة فى غرة سنة تعادل فى آخر تلك السنة ١٠٥ وحينئذ يحصل ما تعادله كمية ٤٨٠٠٠٠ فى آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٠٠ : ١٠٥ :: ٤٨٠٠٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٥٠٤٠٠٠

فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ أعنى ٥٠٤٠٠٠ للاسترباح فى غرة السنة الثانية وأردت أن تعرف ما يعادله فى آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهى

١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٠٤٠٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٥٢٩٢٠٠

فاذا وضع أيضا هذا المبلغ أعنى ٥٢٩٢٠٠ للاسترباح فى غرة السنة الثالثة وأردت أن تعرف ما يعادله فى آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهى

١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٢٩٢٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٥٥٥٦٦٠

فرنك فرنك

فعلى هذا تجد أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل فى ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠

فرنك فرنك

فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠ المركب فى ثلاث سنوات مبلغ ٥٥٥٦٦٠

— ٤٨٠٠٠ اى ٧٥٦٦٠ فرنكا

(تنبيه) اذا اقتصرت على بيان العمليات وحذفت من كل متناسبة عامل
٥ المشترك بين حدّى النسبة الاولى وهما ١٠٠ و ١٠٥ وجدت

فرنك فرنك

أن ٤٨٠٠٠ نقدا تعادل فى آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$

فرنك فرنك

وفى آخر الثانية ٤٨٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ أى ٤٨٠٠٠ × $(\frac{٢١}{٢٠})^{٢}$

فرنك فرنك

وفى آخر الثالثة ٤٨٠٠٠ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ × $\frac{٢١}{٢٠}$ أى ٤٨٠٠٠ × $(\frac{١٢}{٢٠})^{٣}$

وهذه النتائج مطابقة للنتائج السابقة فى الحل الثانى من نمرة ١٤٠

فرنك

المسئلة السادسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠ فى ثلاث سنوات وأربعة أشهر مع مراعاة أن الارباح المركبة تكون سنة فسنة (راجع المسئلة السادسة والعشرين من نمرة ١٤٢)

فرنك

فنقول قد تقدم فى المسئلة السابقة أن ٤٨٠٠٠ نقدا تعادل فى آخر

فرنك فرنك

السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فاذن يكفى أن يضم الى هذا المبلغ أعنى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

ربحه البسيط مدة أربعة أشهر فيؤل الامر الى البحث عما تعادله ٥٥٥٦٦٠ مؤجلة بعد مضى أربعة أشهر

فرنك

فيقال حيث ان ربح ١٠٠ فى ١٢ شهرا ٥ فرنكات فربحها البسيط فى أربعة أشهر يتحصل بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٢ : ٤ :: ٥ : س

وينتج من هذا أن س = $\frac{٢٠}{١٢}$ = $\frac{٥}{٣}$

فرنك فرنك فرنك
وحيث ان ربح ١٠٠ البسيط فى ٤ أشهر يعادل $\frac{٥}{٣}$ يعلم ان ١٠٠
فرنك فرنك
نقدا تعادل فى ٤ أشهر ١٠٠ + $\frac{٥}{٣}$ اى $\frac{٣٠٥}{٣}$
فرنك
ويحصل حينئذ ربح ٥٥٥٦٦٠ بعد مضى أربعة أشهر بواسطة هذه المتناسبة
وهى ١٠٠ : ٥٥٥٦٦٠ :: $\frac{٣٠٥}{٣}$: س وينتج من هذا أن س = ٥٦٤٩٦١
فرنك
فاذن يكون ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ نقدا فى ثلاث سنوات وأربعة أشهر هو
٥٦٤٩٢١ فرنكا

فرنك
المسئلة السابعة عشر ما مقدار ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٢١ مؤجلا
بثلاث سنوات وأربعة أشهر من الفرنكات الحالة (فالمطلوب معرفته رأس مال
هذا المبلغ) (راجع المسئلة السابعة والعشرين من نمرة ١٤٢)
فرنك فرنك
فنقول قد سبق أن ١٠٠ نقدا تعادل بعد مضى أربعة أشهر $\frac{٣٠٥}{٣}$ فاذن
فرنك
يتحصل ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٢١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر
فى ثلاث سنين قبل حلول أربعة أشهر بتركيب هذه المتناسبة وهى $\frac{٣٠٥}{٣}$: ١٠٠
:: ٥٦٤٩٢١ : س وينتج من هذا أن س = ٥٥٥٦٦٠
فرنك
وبهذه الكيفية يؤل الامر الى البحث عما يعادله مبلغ ٥٥٥٦٦٠ مؤجلا
بثلاث سنوات من الفرنكات الحالة وحيث ان ١٠٥ فرنكات مؤجلة
فرنك فرنك
بسنة واحدة تعادل ١٠٠ نقدا فمبلغ ٥٥٥٦٦٠ مقبوضا فى آخر
السنة

السنة الثالثة يعرف مايعادله فى آخر السنة الثانية أى قبل ذلك بسنة بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٠٠٥٦٦٠ : س وينتج من هذا أن س = ٠٥٢٩٢٠٠ فرنك

وبنظير ذلك يتحصل مايعادله فى آخر السنة الاولى مبلغ ٠٥٢٩٢٠٠ مقبوضا فى آخر السنة الثانية ويستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٥٢٩٢٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٠٥٠٤٠٠٠ فرنك

ويتحصل أيضا مايعادله من الفرنكات الحالة مبلغ ٠٥٠٤٠٠٠ مقبوضا فى آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهى

١٠٥ : ١٠٠ :: ٠٥٠٤٠٠٠ : س وينتج من هذا أن س = ٠٤٨٠٠٠٠ فرنك

فاذن يكون ٤٨٠٠٠٠ رأس المال المطلوب

فاذا حذفت من المتناسبات الثلاث الاخيرة عامل ٥ المشترك بين حدى النسبة الاولى وهما ١٠٥ و ١٠٠ واقتصرت على بيان العمليات

وجدت انه يكفى فى ايجاد مايعادل من الفرنكات الحالة مبلغ ٠٠٠٥٦٦٠ فرنك

مقبوضا فى ثلاث سنوات ان تضرب ٠٠٠١٦٦٠ فرنك فى $\left(\frac{٢١}{٢٠}\right)^{٣}$ فيؤل

ذلك الى قسمة رأس المال وهو ٠٠٠٥٦٦٠ على $\left(\frac{٢١}{٢٠}\right)^{٣}$ وهذه النتيجة يمكن استخراجها أيضا من تنبيه نمرة ٢٢٣

(تنبيه) ماذكرناه من البراهين فى الحل الثانى من نمرة ١٤٢ توصلنا به مع الاختصار الى هذه النتيجة بعينها

(الفصل الرابع)

(فى الكلام على المتواليات)

(بيان المتواليات العددية التفاضلية)

(٢٢٤) المتوالية العددية أو التفاضلية هي ما تركب من عدة حدود تصاعدية أو تنازلية أي متزايدة أو متناقصة بحيث يكون الفرق بين كل حدين متواليين من تلك الحدود واحدا وهذا الفرق يسمى أساس المتوالية

مثلا * اعداد ٤ و ٧ و ١٠ و ١٣ و ١٦ يتركب منها متوالية عددية تصاعدية أساسها ٣ وتوضع هكذا ÷ ٤ . ٧ . ١٠ . ١٣ . ١٦ .

و ينطق بها هكذا ٤ الى سبعة كنسبة ٧ الى ١٠ كنسبة ١٠ الى ١٣ كنسبة ١٣ الى ١٦

واذا عكست هذا الوضع تحصل من ذلك متوالية عددية تنازلية صورتها هكذا ÷ ١٦ . ١٣ . ١٠ . ٧ . ٤ .

(٢٢٥) يؤخذ من تعريف المتوالية العددية التصاعدية أن الحد الثاني فيها يساوي الحد الاول بزيادة الاساس وأن الحد الثالث يساوي الثاني بزيادة الاساس أيضا بمعنى انه يساوي الحد الاول مضافا اليه ضعف الاساس وبالجملة فكل حد من أي منزلة كانت يساوي الحد الاول مضافا اليه الاساس عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

واذا كانت المتوالية تنازلية فحد أي منزلة كانت يتحصل بطرح الاساس من الحد الاول عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

(٢٢٦) مسئلة * المطلوب ادخال عدة أواسط عددية بين عددين معلومين بمعنى انك تضع عدة حدود بين عددين معلومين بحيث يتركب من الجميع متوالية عددية

فيكفي في ايجاد هذه الاواسط العددية أن تعين أساس المتوالية المطلوبة فاذا جعلت أصغر العددين الحد الاول من المتوالية ولاحظت أن عدد مجموع الحدود يلزم أن يكون مساويا للعدد مجموع الاواسط العددية مضافا اليه ٢ وجدت الحد الاخير أعني أكبر العددين المعلومين مساويا للاصغر منهما زائدا الاساس مضروبا في عدد الاواسط المطلوب ادخالها مضافا اليه ١

كما فى نمرة ٢٢٥

فيكون حينئذ أكبر العددين المفروضين ناقصا أصغرهما مساويا لحاصل ضرب الاساس فى عدد الاواسط المتناسبة مضافا اليه ١

وعليه فيكفى فى تحصيل أساس المتوالية المطلوبة أن تأخذ الفرق بين العددين المفروضين وتقسمه على عدد الاواسط العددية مضافا اليه ١

مثلا * اذا أردت ادخال ٦ أواسط عددية بين ٢ و ٢٣ فاقسم ٢٣ ــ ٢ على ٦ + ١ اى ٢١ على ٧ فخارج القسمة وهو ٣ هو أساس المتوالية المطلوبة وتكون المتوالية هكذا ÷ ٢ . ٥ . ٨ . ١١ . ١٤ . ١٧ . ٢٠ . ٢٣ وعليه فتكون الاواسط المطلوبة هى ٥ و ٨ و ١١ و ١٤ و ١٧ و ٢٠

(٢٢٧) يؤخذ من قاعدة نمرة ٢٢٦ انه اذا أدخل بالتعاقب عدد واحد من الاواسط العددية بين الحد الاول والثانى من متوالية عددية وكذلك بين الثانى والثالث وهكذا تركب من الجميع متوالية عددية جديدة

مثلا لنفرض متوالية ÷ ٢ . ١٤ . ٢٦ فاذا أدخلت ثلاثة أواسط عددية بين ٢ و ١٤ وثلاثة أخرى بين ١٤ و ٢٦ حدثت متوالية جديدة وهى ÷ ٢ . ٥ . ٨ . ١١ . ١٤ . ١٧ . ٢٠ . ٢٣ . ٢٦

(٢٢٨) اذا كان المطلوب تحصيل مجموع حدود أى متوالية عددية مع فرض أن المعلوم فيها الحد الاول والحد الاخير وعدد الحدود فيكفى أن تضم الحد الاول الى الاخير وتضرب النتيجة فى نصف عدد الحدود

ولنفرض متوالية ÷ ٣ . ٥ . ٧ . ٩ . ١١ . ١٣ . ١٥ العددية

فاذا عكسنا وضعها صارت ÷ ١٥ . ١٣ . ١١ . ٩ . ٧ . ٥ . ٣

فاذا جمعنا الحدود المتقابلة من كلتا هاتين المتواليتين تحصلت هذه المجموعات الجزئية وهى

٣ + ١٥ و ٥ + ١٣ و ٧ + ١١ و ٩ + ٩ و ١١ + ٧ و ١٣ + ٥ و ١٥ + ٣

ثم نقول ان هذه المجموعات الجزئية كلها مساوية للمجموع الاول أى للعدد

الاول زائدا الحد الاخير حيث يرى فى المجموع الجزءى الثانى أن ٥ تساوى الحدّ الاول زائدا الاساس وأن ١٣ تساوى الحد الاخير ناقصا الاساس فيؤل حينئذ مجموع هذين العددين الى الحد الاول زائدا الاخير * ونظير ذلك يرى فى المجموع الجزءى الثالث حيث ان ٧ فيه تتركب من الحد الاول زائدا ضعف الاساس و ١١ تتركب من الحد الاخير ناقصا ضعف الاساس فيؤل أيضا مجموع العددين الى الحد الاول زائدا الاخير وهكذا وحينئذ فالمجموع الكلى لحدود هاتين المتواليتين أعنى ضعف مجموع حدود احداهما يساوى مجموع الحد الاول والاخير مكررا عدة مرات بقدر ما فى المتوالية من الحدود وينتج من ذلك القاعدة السابقة

مثلا * المطلوب استخراج مجموع حدود متوالية عددية حدها الاول ١ والاخير ٢٧ وعدد حدودها ١٤

فالمجموع المطلوب يتحصل بضرب ٢٧ + ١ اى ٢٨ فى ٧ فيكون الحاصل ١٩٦ وذلك أن حدود المتوالية هى الاعداد الفردية وهى

١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ و ١٣ و ١٥ و ١٧ و ١٩ و ٢١ و ٢٣ و ٢٥ و ٢٧ التى مجموعها يساوى ١٩٦

تنبيه * اذا علم الحد الاول والاساس وعدد الحدود أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا للحد الاول زائدا عليه أو ناقصا منه حاصل ضرب الاساس فى عدد الحدود ناقصا ١ كما تقدم فى قاعدة نمرة ٢٢٥ سهل استخراج الحد الاخير

مثلا * اذا أريد ايجاد مجموع حدود متوالية عددية تصاعدية حدها الاول ١ وأساسها ٢ وعدد حدودها ١٤ فلاحظ انه حيث كان الحد الرابع عشر يساوى ١ + ٢ × ١٣ (كما فى نمرة ٢٢٥) اى يساوى ٢٧ فالمجموع المطلوب هو (٢٧ + ١) × $\frac{١٤}{٢}$ او ٢٨ × ٧ اى ١٩٦

(بيان المتواليات الهندسية أى القسمية)

(٢٢٩) المتوالية الهندسية أو القسمية هى ما تركب من عدة حدود

اذا قسم كل منها على الحد الذى قبله لا يتغير خارج القسمة بل يكون واحدا فى الجميع وهذا الخارج يسمى أساس المتوالية

مثلا ٭ يتركب من اعداد ١ و ٣ و ٩ و ٢٧ و ٨١ متوالية هندسية أساسها ٣ وتوضع هكذا

∺ ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ وينطق بها هكذا

١ الى ٣ كنسبة ٣ الى ٩ كنسبة ٩ الى ٢٧ كنسبة ٢٧ الى ٨١

(٢٣٠) يؤخذ من تعريف المتوالية الهندسية أن الحد الثانى فيها يساوى الحد الاول مضروبا فى الاساس وأن الحد الثالث يساوى الحد الثانى مضروبا فى الاساس وهذا يؤل الى حاصل ضرب الحد الاول فى الاساس مأخوذا عاملا أعنى يؤل الى حاصل ضرب الحد الاول فى قوة الاساس الثانية وبالجملة فكل حد من اى منزلة كانت يساوى حاصل ضرب الحد الاول فى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الحدود المتقدمة على ذلك الحد

(٢٣١) مسئلة ٭ المطلوب ادخال عدة اواسط هندسية بين عددين مفروضين وذلك عبارة عن تعيين اساس المتوالية المطلوبة فيلاحظ لاجل ذلك أنه حيث كان عدد جميع حدود المتوالية مساويا لعدد الاواسط الهندسية زائدا ٢ فاكبر العددين المفروضين المأخوذ حدا اخيرا للمتوالية هو حاصل ضرب اصغرهما فى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١ (كما فى نمرة ٢٣٠) فاذا قسم اكبر العددين المفروضين على اصغرهما كان خارج القسمة مساويا للاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١

وعليه فيكفى فى تحصيل أساس المتوالية المطلوبة أن نحصل خارج قسمة اكبر العددين المفروضين على العدد الاصغر وتستخرج من هذا الخارج جذر الدرجة المرموز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١

مثلا ٭ المطلوب ادخال وسطين هندسيين بين ٢ و ٥٤ فتقسم ٥٤ على ٢ ثم نستخرج جذر مكعب الخارج وحيث ان النتيجة وهى ٣

تدل على أساس المتوالية فالمتوالية المذكورة هى ∺ ٢ : ٦ : ١٨ : ٥٤
فعلى ذلك يكون الوسطان الهندسيان المطلوبان هما ٦ و ١٨

(٢٣٢) ينتج من قاعدة نمرة ٢٣١ انه اذا أدخلنا بالتوالى عددا واحدا من الاواسط الهندسية بين الحد الاول والثانى وبين الثانى والثالث من المتوالية الهندسية وهكذا تركب من مجموع هذه الحدود متوالية هندسية أخرى

مثلا * لنفرض متوالية ∺ ١ : ٨١ : ٦٥٦١

فاذا أدخلنا بالتوالى ثلاثة اواسط هندسية بين ١ و ٨١ وبين ٨١ و ٦٥٦١ كانت المتوالية الجديدة هكذا

∺ ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١

(٢٣٣) مسئلة * المطلوب ادخال اواسط هندسية بين عددين بشرط أن لايستخرج الا جذر المربعات فقط

ولنفرض عددى ٢ و ٣٢ فنبحث اولا عن وسط متناسب هندسى بين هذين العددين فنجد الوسط المطلوب هو $\sqrt{٢ \times ٣٢}$ او $\sqrt{٦٤}$ اى ٨ ويتركب من ذلك المتوالية الاولى وهى

∺ ٢ : ٨ : ٣٢

ثم ندخل وسطا هندسيا بين ٢ و ٨ ووسطا آخر بين ٨ و ٣٢ فيتركب من ذلك المتوالية الثانية وهى

∺ ٢ : ٤ : ٨ : ١٦ : ٣٢

فاذا أدخلنا ايضا وسطا هندسيا بين حدين متواليين من هذه المتوالية الاخيرة تحصلت المتوالية الثالثة وهى

∺ ٢ : $\sqrt{٨}$: ٤ : $\sqrt{٣٢}$: ٨ : $\sqrt{١٢٨}$: ١٦ : $\sqrt{٥١٢}$: ٣٢ وهكذا

تنبيه * حيث ان اعداد حدود تلك المتواليات المتابعة هى ٣ و ٥ و ٩ أعنى $٢ + ١$ و $٢^{٢} + ١$ و $٢^{٣} + ١$ فاعداد هذه الحدود هى القوى المتتابعة لعدد ٢ زائدا ١

وبالجملة فيكفى فى البرهنة على هذه الخاصية أن تلاحظ انه اذا كان عدد

حدود المتوالية $٢^م + ١$ وأدخلنا بالتوالى وسطا بين الحد الاول

والثانى وبين الثانى والثالث وبين الحدين الاخيرين كان عدد جميع الاواسط

الداخلة مساويا بالعدد $٢^م + ١$ الذى هو عدد حدود المتوالية

المطلوبة ناقصا ١ بمعنى انه يرمز اليها بعدد $٢^م$ فاذن المتوالية الجديدة

المركبة بهذه الطريقة تكون مركبة من $٢^م + ١$ زائدا $٢^م$ وهو

عدد الحدود وهذا يؤل الى $٢ \times ٢^م + ١$ أوالى $٢^{م+١} + ١$

فالقاعدة حينئذ مطردة

ولما كانت المتوالية المرموز فيها بحرف م الى قوة من القوى مركبة

من $٢^م + ١$ وهو عدد الحدود كان عدد جميع الاواسط الداخلة بين

العددين المفروضين هو $٢^م + ١ - ٢$ أو $٢^م - ١$

فحينئذ اذا كان عدد الاواسط الهندسية المطلوب ادخالها بين عددين

هو قوة ٢ ناقصة ١ فايجاد هذه الاواسط يكون باستخراج الوسط

الهندسى بين كل عددين على التوالى

مثلا ه اذا كان المطلوب ادخال عدة أواسط هندسية مرموز اليها بعدد $٢^٢$

$- ١$ اى ٣ بين عددى ١ و ١٠ فاستخرج اولا الوسط الهندسى

الموجود بين ١ و ١٠ وهذا الوسط هو $\sqrt{١٠}$ اى ٣٫١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣

وهكذا من الاعداد الاعشارية فتتعين بذلك هذه المتوالية وهى

÷÷ ١ : ٣٫١٦٢٢٧٧٦٦٠١٦٨٣٧٩٣ وهكذا من الاعداد

الاعشارية : ١٠

فاذا أدخلنا بالتوالى وسطا هندسيا بين الحد الاول والثانى وبين الثانى

والثالث تحصلت هذه المتوالية وهى

∵∵ ١ : ١٫٧٧٨٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية : ٣٫١٦٢٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية : ٥٫٦٢٣٤١ وهكذا من الاعداد الاعشارية : ١٠

فالاوساط الهندسية المطلوبة حينئذ هى ١٫٧٧٨٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٣٫١٦٢٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٥٫٦٢٣٤١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(٢٣٤) يكفى فى تحصيل مجموع حدود المتوالية الهندسية التصاعدية المعلوم فيها الحد الاول والاخير والاساس أن تضرب الحد الاخير فى الاساس وتطرح الحد الاول من الحاصل وتقسم الباقى على الاساس ناقصا ١

ولنفرض متوالية ∵∵ ٢ : ٨ : ٣٢ : ١٢٨ : ٥١٢ : ٢٠٤٨ التى أساسها ٤ فاذا رمزنا بحرف س الى مجموع حدود هذه المتوالية صارت هكذا

س = ٢ + ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨

فاذا ضربنا المجموع وهو س وجميع اجزائه فى الاساس وهو ٤ تحصل

س×٤ = ٢×٤ + ٨×٤ + ٣٢×٤ + ١٢٨×٤ + ٥١٢×٤ + ٢٠٤٨×٤

وهذه المتساوية الاخيرة تؤل الى

٤×س = ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨ + ٢٠٤٨×٤

فاذا طرحنا حاصل ضرب ١ × س من حاصل ضرب ٤ × س كان الباقى وهو (٤ — ١) فى س مساويا ٢٠٤٨ × ٤ — ٢ وعليه فالمجموع المطلوب وهو س يساوى ٢٠٤٨ × ٤ — ٢ مقسوما على ٤ — ١ وبهذا يثبت المطلوب

واذا أجرينا العمل المتقدم وجدنا س = (٢٠٤٨×٤ — ٢)/(٤ — ١) = (٨١٩٢ — ٢)/٣ = ٨١٩٠/٣ = ٢٧٣٠ فان مجموع اعداد ٢ و ٨ و ٣٢ و ١٢٨ و ٥١٢ و ٢٠٤٨ هو فى الحقيقة ٢٧٣٠

تنبيه

تنبيه * اذا علم من المتوالية حدها الاول وأساسها وعدد حدودها أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا للحاصل ضرب الحد الاول فى قوة الاساس المرموز اليها بعدد الحدود ناقصا ١ بموجب قاعدة نمرة ٢٣٠ سهل استخراج هذا الحد الاخير (ولنمثل لذلك بأمثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الاول ٢ وأساسها ٤ ومجموع حدودها ٦

فنقول حيث ان الحد السادس يساوى ٢ × $٤^{٥}$ كما تقدم فى نمرة ٢٣٠ ؟ اى يساوى ٢٠٤٨ فالمجموع المطلوب يساوى $\frac{٢٠٤٨\times٤-٢}{٤-١}$ اى يساوى ٢٧٣٠

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية حدها الاول ١٠ وأساسها ١٠ ومجموع حدودها ٥

فنقول حيث ان الحد الاخير يساوى ١٠ × $١٠^{٤}$ اى ١٠٠٠٠٠ فالمجموع المطلوب يساوى $\frac{١٠٠٠٠٠\times١٠-١٠}{١٠-١}$ اى يساوى ١١١١١٠

فان حدود المتوالية المفروضة لما كانت ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ كان مجموعها ١١١١١٠

المثال الثالث أن نفرض أن لاعبا خسر فى اللعب تسع مرات متوالية وربح فى العاشرة وأن المبالغ التى عرضها لخطر اللعب على التوالى ٥ فرنك و ١٠ فرنك و ٢٠ فرنك وهكذا بالتضعيف فما مقدار المبلغ الكلى الذى عرضه لخطر اللعب وما مقدار الربح أو الخسارة التى خرج بها

فنقول ان المبالغ المتوالية هى حدود المتوالية الهندسية التى هى ÷÷ ٥ : ١٠ : ٢٠ وعدة تلك الحدود ١٠ فاذن يكون الحد العاشر هو ٥ × $٢^{٩}$ = ٢٥٦٠ كما تقدم فى نمرة ٢٣٠ ويكون مجموع

الحدود العشرة هو

فرنك فرنك

$\frac{٢٥٦٠ \times ٢ - ٥}{٢ - ١}$ = ٥١١٥ وهو المجموع الكلى المعرض لخطر اللعب

فرنك

وحيث ان اللاعب المذكور ربح فى المرة العاشرة مبلغ ٢٥٦٠ الذى

فرنك

وضعه فيها واخذ عليه نظيره فمجموع ما قبضه حينئذ ٥١٢٠ وحيث

فرنك فرنك

انه كان عرض لخطر اللعب ٥١١٥ فربحه الذى خرج به من اللعب ٥

(الباب الثامن)
(فى اللوغاريتم وفيه فصول)

(الفصل الاول)
(فى بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا بقيد طريقة مخصوصة)

(٢٣٥) متى قابلنا متواليتين غير محدودتين احداهما هندسية مبدوءة بالواحد والاخرى عددية مبدوءة بصفر فكل حد من المتوالية الثانية يسمى لوغاريتم الحد المقابل له من المتوالية الاولى ومجموع حدود المتواليتين تتركب منه اللوغاريتمات

ويؤخذ من هذا التعريف أن لوغاريتم الواحد يساوى دائما صفرا

(٢٣٦) وفى المتواليات التى بهذه المثابة يكون كل حد من المتوالية الهندسية مساويا للاساس مرفوعا الى قوة مرموز اليها بعدد الحدود التى قبل ذلك الحد (كما فى نمرة ٢٣٠) ويكون كل حد من المتوالية العددية مساويا للاساس مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد (كما فى نمرة ٢٢٥) وينتج من ذلك ثلاث صور

الاولى * الحدود المتتالية من المتوالية الهندسية عبارة عن القوى المتتالية لاساس هذه المتوالية * ومنزلة كل حد يرمز اليها باس الاساس فى هذا الحد زائدا ١

الثانية * الحدود المتتالية من المتوالية العددية عبارة عن الاضعاف المتتالية لاساس هذه المتوالية * ومنزلة كل حد يرمز اليها بمضروب الاساس من هذا الحد زائدا ١

الثالثة * اذا شغل حد من حدود المتوالية الهندسية منزلة حد من حدود المتوالية العددية ففى هذين الحدين تجد أس الاساس فى حد المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس الموجود فى الحد المقابل له من المتوالية العددية وبالعكس اى كلما كان أس الاساس فى حد من حدود المتوالية الهندسية مساويا لمضروب الاساس فى حد من حدود المتوالية العددية علم

أن هذين الحدين يشغلان منزلة واحدة فى المتواليتين وهذا ناتج عن الصورة الاولى والثانية بدون واسطة

(٢٣٧) اذا ضرب حد فى اخر من المتوالية الهندسية واضيف الحدان المقابلان لهما من المتوالية العددية الى بعضهما كان الحاصل والمجموع حدين من حدود هاتين المتواليتين و يكونان ايضا حدين متقابلين فى المتواليتين المذكورتين فاذا اعتبرنا مثلا الحد الخامس والسابع علمنا بموجب صور نمرة ٢٣٦ ان الحد الخامس فى المتوالية الهندسية هو قوة الاساس الرابعة وان الحد السابع هو قوة الاساس السادسة فاذن يكون حاصل ضرب هذين الحدين قوة للاساس يرمز اليها بعدد ٤ + ٦ (كما فى نمرة ٢٤) وبعدد ١٠ فيكون هذا الحاصل حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية الهندسية وعلمنا ايضا ان الحد الخامس فى المتوالية العددية يساوى الاساس ٤ مرات وأن الحد السابع يساوى الاساس ٦ مرات فاذن يكون مجموع هذين الحدين مساويا للاساس مكررا عدة مرات يرمز اليها بعدد ٤ + ٦ اى بعدد ١٠ فيكون هذا المجموع حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية العددية فاذن يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى المتواليتين و بهذا يثبت المطلوب

(٢٣٨) حيث ان البراهين يمكن تطبيقها على عدد الحدود المضروبة والمضافة فى كل من المتواليتين ايا ما كان وايا ما كانت منزلتها ينتج من ذلك انه اذا ضربت عدة حدود فى بعضها من المتوالية الهندسية واضيفت الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية الى بعضها يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى المتواليتين

ومقتضى هذه الخاصية انه يكفى فى ايجاد حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية أن نجمع الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع مقابلا للحاصل المطلوب

ولنفرض متواليتين غير محدودتين كالتوالى

:: ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١ : الخ و

÷ ٠ . ٢ . ٤ . ٦ . ٨ . ١٠ . ١٢ . ١٤ . ١٦ . الخ

فيكفي في استخراج حاصل ضرب حدود ٣ و ٢٧ و ٨١ من المتوالية الهندسية أن تجمع حدود ٢ و ٦ و ٨ المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع وهو ١٦ حدا من حدود هذه المتوالية ويكون الحد المقابل له وهو ٦٥٦١ من المتوالية الهندسية هو حاصل الضرب المطلوب

(٢٣٩) حيث ان حدود المتوالية العددية هي لوغارتمات للحدود المقابلة لها من المتوالية الهندسية فلوغارتم حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية يساوي مجموع لوغارتمات تلك الحدود

وعليه فعدد ١٦ في المثال المتقدم الذي هو لوغارتم عدد ٦٥٦١ الناتج من ضرب حدود المتوالية الهندسية وهي ٣ و ٢٧ و ٨١ يساوي مجموع اعداد ٢ و ٦ و ٨ التي هي لوغارتمات تلك الحدود

(٢٤٠) هذه الخاصية التي بها يصير ضرب عدة اعداد جمعا مختصرا لا يظهر تطبيقها الا على ما كان من الاعداد جزأ من المتوالية الهندسية * ونحن نبين انه يمكن توسيعها عن ذلك وتطبيقها على جميع الاعداد المنحصرة بين حدود المتوالية الهندسية الاصلية فنفرض لاجل تحقيق ذلك أن المتواليتين المفروضتين تصاعديتان وانه يمكن بسطهما الى غير نهاية فاذا أدخلنا بالتوالي وسطا هندسيا بين الحد الاول والثاني من المتوالية الهندسية وبين الثاني والثالث وهكذا وأدخلنا أيضا وسطا عدديا بين الحدود المتتالية من المتوالية العددية توصلنا بذلك الى متواليتين أخريين (كما في نمرتي ٢٢٧ و ٢٣٢) محتويتين على حدود كثيرة فاذا أجرينا العملية على هاتين المتواليتين كما أجريناها على السابقتين واستمرينا على هذا النسق تحصل بالتعاقب متواليات أخرى تجري عليها أيضا الخاصية المذكورة * وباقي الطرح بين كل

حدين متتاليين منها أصغر بالتدريج على وجه بحيث يمكن بسط العمليات كل البسط حتى يتوصل الى متواليتين يكون فيهما باقى الطرح بين كل حدين متتاليين أياما كانا أصغر من كل كمية مفروضة ويعلم حينئذ أن جميع الاعداد التى تكون أكبر من الواحد تؤول الى جزء من متوالية هندسية تصاعدية مبدوأة بالواحد يقابلها متوالية أخرى عددية تصاعدية مبدوأة بصفر وعليه فجميع الاعداد التى تكون أكبر من الواحد يكون لها لوغارتمات

(٢٤١) ولا مانع حينئذ أن نؤسس القواعد الآتية للاعداد التى تكون أكبر من الواحد فنقول

القاعدة الاولى * لوغارتم حاصل ضرب عدة عوامل فى بعضها يساوى مجموع لوغارتمات هذه العوامل

مثلا * حيث ان عدد ٢١ هو حاصل ضرب ٣ فى ٧ فلوغا ٢١ = لوغا ٣ + لوغا ٧

الثانية * لوغارتم خارج قسمة يساوى لوغارتم المقسوم ناقصا لوغارتم المقسوم عليه وذلك لان المقسوم لما كان مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة ينتج من القاعدة الاولى أن لوغارتم المقسوم يساوى مجموع لوغارتمى المقسوم عليه وخارج القسمة وعليه فيكون لوغا $\frac{٢١}{٧}$ = لوغا ٢١ — لوغا ٧ = لوغا ٣

الثالثة * لوغارتم قوة عدد يساوى حاصل ضرب لوغارتم هذا العدد فى درجة القوة وهذا ناتج من القاعدة الاولى بفرض أن جميع عوامل الحاصل متساوية لان قوة العدد تدل على حاصل عدة عوامل مساوية لهذا العدد بقدر ما فى درجة القوة من الآحاد (كما فى نمرة ٢٣)

مثلا لوغا ٤^٣ = (لوغا ٤) × ٣ لان لوغا ٤^٣ = لوغا (٤×٤×٤) = لوغا ٤ + لوغا ٤ + لوغا ٤ = ٣ × لوغا ٤ = ٣ لوغا ٤

الرابعة * لوغارتم جذر درجة من أى عدد كان تحصل بقسمة لوغارتم هذا العدد على درجة الجذر المطلوب استخراجه وهذا ناتج من القاعدة الثالثة

ويمكن

ويمكن أيضا استنتاجه من القاعدة الاولى

مثلا * حيث ان جذر مكعب ٦٤ هو الكمية التى اذا أخذت عاملا وتكررت ٣ مرات تحصل عنها ٦٤ يكون

$٦٤ = \sqrt[٣]{٦٤} \times \sqrt[٣]{٦٤} \times \sqrt[٣]{٦٤}$ وينتج من هذا أن لوغا ٦٤ = لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ + لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ + لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ٣ لوغا $\sqrt[٣]{٦٤}$ وحيث ان لوغارتم ٦٤ يساوى ٣ مرات لوغارتم $\sqrt[٣]{٦٤}$ ينتج من ذلك أن لوغا

$\sqrt[٣]{٦٤}$ = لوغا $\frac{٦٤}{٣}$

وبمثل ذلك يكون لوغا $\sqrt[٧]{١٠^{٢}}$ = $\frac{١}{٧}$ لوغا $١٠^{٢}$ وحيث ان لوغا $١٠^{٢}$ = ٢ لوغا ١٠ فاذن يكون لوغا $\sqrt[٧]{١٠^{٢}}$ = $\frac{٢}{٧}$ لوغا ١٠

تنبيهان * الاول ينتج من القاعدة الثانية أن لوغارتم الكسر الاعتيادى يساوى لوغارتم بسطه ناقصا لوغارتم مقامه وذلك لان الكسر يعتبر كأنه دال على خارج قسمة بسطه على مقامه كما فى تنبيه نمرة ٧١ فعلى هذا يكون لوغا $\frac{٢١}{١٧}$ = لوغا ٢١ − لوغا ١٧

الثانى حيث ان الحد الرابع من المتناسبة يساوى حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول كما فى نمرة ٢٠١ ينتج من القاعدتين الاولى والثانية أن لوغارتم الحد الرابع من المتناسبة يساوى مجموع لوغارتمى الوسطين ناقصا لوغارتم الحد الاول

(الفصل الثانى)

(فى بيان اللوغارتمات على الطريقة التى يكون أساسها ١٠)

(٢٤٢) لم نعتبر فى اللوغارتم الا الطريقة التى جرت بها العادة فى العمليات العددية وهى ناتجة من متواليتين غير محدودتين وهما

∺ ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠٠ : الخ

÷ ٠ . ١ . ٢ . ٣ . ٤ . ٥ . ٦ الخ

بأن ندخل بالتوالى أواسط هندسية وعددية بين حدود هاتين المتواليتين

(كماف نمرة ٢٤٠)
والعـدد الذى لوغارتمه واحد فى أى طريقة من طرق اللوغارتمة يسمى أساس هذه الطريقة وعليه فعدد ١٠ هو أساس الطريقة التى نحن بصددها وفى هذه الطريقة تدخل الامور الآتية

أولا • حيث ان لوغارتمات اعداد

١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ

هى ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ

ففى صورة ما اذا كان هناك عدد واقع بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠ وبين ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا يكون لوغارتم هـذا العدد بحسب ذلك فيقع بين صفر و ١ وبين ١ و ٢ وبين ٢ و ٣ وهكذا فعلى ذلك اذا حولنا اللوغارتمات الى كسور اعشارية فالجزء الصحيح من لوغارتم العدد الصحيح أو الاعشارى الاكبر من الواحد يحتوى على عدة آحاد ناقصة ١ بقـدر عدد الارقام التى توجـد فى الجزء الصحيح من العدد المبحوث عن لوغارتمه وهذا الجزء الصحيح من اللوغارتم يسمى بالعدد التبيينى

ثانيا • اذا علمت لوغارتم العدد وأردت استخراج لوغارتم حاصـل ضرب هذا العدد فى الواحـد الذى يليه من الجهة اليمنى عدة أصفار أو لوغارتم خارج قسمة العدد المذكور على الواحد المتبوع بتلك الاصفار يكفى فى ذلك أن تزيد أو تنقص اللوغارتم المفروض عـدة آحاد بقـدر ما يوجد من الاصـفار وهـذا ناتج عن القاعدتين الاولى والثانية من نمرة ٢٤١ وعن القاعدة الاولى من نمرة ٢٤٢ فعلى هذا يكون

لوغا (٤٧ × ١٠٠٠) = لوغا ٤٧ + لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٤٧ + ٣

ولوغا ($\frac{٢٣٤٧}{١٠٠٠}$) = لوغا ٢٣٤٧ ـ لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٢٣٤٧ ـ ٣

ثالثا • اذا زدت او نقصت لوغارتم العـدد عـدة آحاد فالنتيجـة هى لوغارتم حاصـل ضرب هذا العدد فى قوة عدد ١٠ أو لوغارتم خارج قسمـته على تلك القوة المساوية لعدد الآحاد التى زدتها أو نقصتها وهذا ناتج عن الامر الثانى

وعليه فيكون

لوغا ٤٧ + ٣ = لوغا (٤٧ × ١٠^٣) ولوغا ٢٣٤٧ − ٣ = لوغا ($\frac{٢٣٤٧}{١٠^٣}$)

(٢٤٣) طريقة اللوغارتمات المعينة بالمتواليتين الاصليتين وهما

∺ ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : ١٠٠٠٠٠ : الخ

÷ ٠ . ١ . ٢ . ٣ . ٤ . ٥ . الخ

لا يمكن أن يتوصل بها الى لوغارتمات الاعداد التى تكون أكبر من الواحد واما اللوغارتمات الاعداد التى تكون أصغر من الواحد فلا بد فى تحصيلها من أن تكون هذه الاعداد جزأ من المتوالية الهندسية وحيث كان فى هذه المتوالية كل حد مقسوم على الاساس وهو ١٠ ينتج الحد الذى قبله فلا مانع من تقديم حدود $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ الخ على حد ١ بحيث تصير المتوالية الهندسية المبسوطة الى غير نهاية فى كلتا جهتى حد ١ هكذا

∺ $\frac{١}{١٠٠٠٠}$: $\frac{١}{١٠٠٠}$: $\frac{١}{١٠٠}$: $\frac{١}{١٠}$: ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : الخ

ولاجل ايجاد لوغارتمات اعداد $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ الخ يلزم أن نصطلح على رموز بواسطتها نركب الحدود التى تتقدم على الصفر فى المتوالية العددية الجديدة وحيث كان فى المتوالية العددية كل حد ناقص الاساس وهو ١ ينتج الحد الذى قبله فالحد الذى يتقدم على حد صفر يتحصل حينئذ بطرح الواحد من صفر ولما كان هذا الطرح المرموز اليه بهذا الرمز وهو ٠ − ١ متعذرا اصطلحوا على أن يرمز اليه هكذا − ١ بحيث يكون هذا الرمز دالا على عملية طرح باقية وبمثل هذه الطريقة يتحصل الحد المتقدم على − ١ بطرح الواحد من − ١ أو بطرح ٢ أحادا من صفر ويرمز الى الطرح المذكور بهذا الرمز وهو ٠ − ٢ واذا أردت الاختصار فارمز اليه هكذا − ٢ وبنظير ذلك يكون الحد المتقدم على ٠ − ٢ هو ٠ − ٣ أو − ٣ وهكذا وبهذه الطريقة تتحصل هذه المتوالية العددية غير المحدودة من الجهتين وهى

÷ ... − ٥ . − ٤ . − ٣ . − ٢ . − ١ . ٠ . ١ . ٢ . ٣ . ٤ . ٥ الخ

وتجد فيها احد صفر يقابل حد ١ من المتوالية الهندسية * وفي طريقة اللوغارتمات المعينة بمجموع هاتين المتواليتين الجديدتين ترى أن اعداد

$\frac{١}{١٠٠٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠}$ و ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ

تكون لوغارتماتها

— ٤ و — ٣ و — ٢ و — ١ و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ

ومتى كان العدد مسبوقا بعلامة + سمي موجبا أو بعلامة — سمي سالبا فان لم يسبق بعلامة منهما اعتبر مسبوقا بعلامة + فيكون موجبا

(٢٤٤) اذا أريد تحصيل لوغارتمات الاعداد التي تكون أصغر من الواحد بموجب طريقة نمرة ٢٤٠ لزم ادخال أواسط هندسية بين حدود ١ و $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ الخ من المتوالية الهندسية وادخال أواسط عددية بين الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية وهي ٠ و — ١ و — ٢ و — ٣ الخ وحيث كان البحث عن الاواسط الهندسية لا صعوبة فيه وكان تعيين الاواسط العددية والعمليات اللوغارتمية يستدعي معرفة اجراء العمليات على الاعداد السالبة لزم أن نبين كيفية اجراء عمليات الحساب الاربعة الاصلية على الاعداد المسبوقة بعلامة + وعلامة —

(٢٤٥) قد عرفنا أن الاعداد السالبة يتوصل اليها بطرح عدد من صفر غير أن القاعدة أن المطروح اذا كان أكبر من المطروح منه لم يتأت الطرح الا في بعض الاجزاء وما بقي من عمليات الطرح يرمز اليه بوضع علامة — قبل الباقي الذي يوجد بين العددين المفروضين فاذا أريد مثلا طرح ٩ من ٥ آلت هذه العملية الى أن نطرح من ٥ جزءى ٩ وهما ٥ و ٤ فيؤول ذلك الى طرح ٥ من ٥ ثم الى طرح ٤ من الباقي وهو صفر وحيث كان هذا الطرح الاخير متعذرا يرمز اليه بوضع علامة — قبل عدد ٤ بحيث تؤول هذه العملية المرموز اليها برمز ٥ — ٩ الى — ٤ ولاجل ذلك يقال ان الباقي هو — ٤

وبالجملة فمتى كان المطروح أكبر من المطروح منه لزم طرح العدد الاصغر من الاكبر ووضع علامة — قبل الباقى

ولا ينبغى التساهل فى معرفة أن العدد السالب يدل على عملية طرح باقية

(الفصل الثالث)

(فى بيان عمليات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة بالاعداد الموجبة والسالبة)

(٢٤٦) اذا أريد جمع اعداد موجبة أو سالبة لزم أن نعمم فى معنى الجمع الذى استعملناه فيه الى هنا لان علامتى + و — الموضوعتين قبل الاعداد يدلان فى الحقيقة على جموع وطروح جزئية فنلاحظ الآن أن جمع عدة اعداد موجبة وسالبة وهو عبارة عن جمع الغرض منه ايجاد عدد واحد موجب أو سالب يدل على نتيجة الجموع والطروح الجزئية المرموز اليها بعلامتى + و — المتقدمتين على الاعداد الجارى فيها العمل وهذه النتيجة هى عين مجموع الاعداد المفروضة

ويؤخذ من هذا التعريف الجديد الذى لاحظناه هنا فى معنى الجمع صور ثلاث

الاولى * اذا أريد تحصيل مجموع عدة أعداد سالبة فاجمع تلك الاعداد بقطع النظر عن علامة — ثم ضع قبل المجموع علامة —

مثلا * حيث ان عددى — ٣ و — ٥ يدلاعلى انه يلزم طرح ٣ آحاد و ٥ آحاد وهو يؤول الى طرح ٣ + ٥ أى ٨ آحاد فمجموع هذين العددين السالبين يدل على طرح كلى وهو طرح ٨ آحاد ويرمز حينئذ الى هذا المجموع بهذا الرمز وهو — ٨

الثانية * اذا أريد تحصيل مجموع عددين مسبوقين بعلامتين متغايرتين نأخذ باقى طرح هذين العددين بقطع النظر عن علامتى + و — ثم ضع قبل الباقى علامة أكبر العددين

فاذا أردت مثلا جمع + ٧ و — ٤ فمعناه انك تجمع ٧ وتطرح ٤ وهو يؤول الى جمع عدد ٣ الذى هو باقى طرح عددى ٧ و ٤ بحيث يكون مجموع عددى + ٧ و — ٤ هو + ٣

واذا أردت أيضا جمع عددى + ٤ و — ٧ فاجمع ٤ آحاد
واطرح ٧ آحاد وهذا يؤل الى طرح عدد ٣ الذى هو باقى طرح
عددى ٤ و ٧ فاذن يكون مجموع عددى + ٤ و — ٧ هو — ٣

الثالثة * اذا أريد تحصيل مجموع عدة اعداد موجبة وسالبة نأخذ مجموع
الاعداد المسبوقة بعلامة + على حدتها ومجموع الاعداد المسبوقة
بعلامة — على حدتها ثم اطرح أصغر المجموعين من الآخر فيكون الباقى
المسبوق بعلامة الاعداد التى مجموعها أكبر من مجموع الاعداد الاخرى هو
المجموع المطلوب

وذلك انه اذا فرض جمع اعداد + ٨ و — ٣ و + ٧ و — ٢ فمعناه
انه يلزم جمع ٨ وطرح ٣ وجمع ٧ وطرح ٢ وحيث ان كيفية
اجراء عملية الطروح والمجموع الجزئية لا تتغير فهذه العمليات المتوالية تؤل
الى جمع ٨ + ٧ أى ١٥ آحادا والى طرح ٣ + ٢ أى ٥ آحاد
وها تان العمليتان الاخيرتان تؤلان الى جمع عدد ١٠ الذى هو باقى طرح
عددى ١٥ و ٥ بمعنى انه يوضع قبل الباقى المذكور علامة + الموضوعة
قبل الاعداد التى مجموعها أكبر من مجموع الاعداد الاخرى فاذن يكون مجموع
الاعداد المفروضة هو + ١٠

ويكفى فى تحصيل هذا المجموع ان تحصل عدد ١٥ الذى هو مجموع
عددى ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة + ثم عدد ٥ الذى هو مجموع
عددى ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة — ثم تطرح ٥ من ١٥ وتضع
قبل الباقى وهو ١٠ علامة + الموضوعة قبل العددين اللذين مجموعهما
هو الاكبر

وأيضا جمع اعداد — ٨ و + ٣ و — ٧ و + ٢ يؤل الى طرح ٨ + ٧
أى ١٥ آحادا والى جمع ٣ + ٢ أى ٥ آحاد وهذا يؤل الى طرح عدد ١٠
الذى هو باقى طرح عددى ١٥ و ٥ بمعنى انه يوضع قبل هذا الباقى
علامة — الموضوعة قبل عددى ٨ و ٧ اللذين مجموعهما هو الاكبر

فمجموع الاعداد المفروضة حينئذ هو — ١٠
ويكفى فى تحصيل هذا المجموع أن تحصل عدد ١٥ الذى هو مجموع عددى ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة — ثم عدد ٥ الذى هو مجموع عددى ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة + ثم تطرح ٥ من ١٥ وتضع قبل الباقى وهو ١٠ علامة — الموضوعة قبل العددين اللذين مجموعهما هو الاكبر

(٢٤٧) اذا كان هناك صيغة مركبة من جملة اعداد مرتبطة ببعضها بواسطة علامتى + و — وأجريت العمليات المبينة بهاتين العلامتين بأن انتقلت على التوالى من حد الى تاليه فانك تصل بذلك دائما الى نتيجة موجبة أو سالبة أو صفر وهذه النتيجة تسمى بالصيغة المحولة الى الصورة الموجزة
ومن المعلوم انه يمكن تغيير وضع العمليات بدون أن تفسد النتيجة وانه على ذلك يمكن تطبيق القاعدة المقررة فى نمرة ٢٤٦ على جمع عدة اعداد موجبة وسالبة
ولنفرض مثلا صيغة ٨ — ٣ + ٧ — ٢ فاذا أردت أن تجرى العمل على الوجه المقرر فاطرح أولا ٣ من ٨ وأضف عدد ٧ الى الباقى وهو ٥ فيحصل ١٢ ثم اطرح ٢ من ١٢ فيكون الباقى وهو ١٠ هو الصيغة الموجزة لعدد ٨ — ٣ + ٧ — ٢ وقد توصلوا الى هذه النتيجة بجمع اعداد + ٨ و — ٣ و + ٧ و — ٢ كما فى الصورة الثالثة من نمرة ٢٤٦

(تنبيه) * لما كانت النتائج واحدة سواء توصل اليها بتحويل الصيغة المركبة من أعداد منفصلة عن بعضها بعلامتى + و — الى الصورة الموجزة أو بالبحث عن مجموع هذه الاعداد المختصة بالعلامات الموضوعة قبلها نتج من ذلك انه يكفى فى الاقتصار على بيان جمع عدة أعداد موجبة وسالبة أن توضع هذه الاعداد عقب بعضها بعلاماتها المختصة بها

(٢٤٨) متى علم مجموع عددين وعلم أحدهما فالطرح حينئذ عبارة

عن معرفة العدد الآخر وهو الباقى كما فى نمرة ١١ ويؤخذ من هذا التعريف
أنه يكفى فى تحصيل باقى الطرح أن تضع عقب المطروح منه المطروح مسبوقا
بعلامة غير علامته الاصلية فتكون النتيجة المحولة الى الصيغة الموجزة هى الباقى
المطلوب كما فى نمرة ٢٤٧

وذلك انه اذا فرضنا طرح — ٥ من — ٧ فبموجب التعريف
المذكور يلزم ايجاد صيغة اذا أضيف فيها المجموع الى — ٥ آل أمره
الى — ٧ ومن المعلوم انه يتوصل الى ذلك بوضع + ٥ عقب — ٧
لان — ٧ + ٥ مضافا الى — ٥ يعطى المجموع وهو — ٧
حيث ان + ٥ يمحو — ٥ فاذن يكون — ٧ + ٥
هو الباقى المطلوب

ويمكن التحقق من ذلك بملاحظة انه حيث كان — ٧ يساوى — ٧
+ ٥ — ٥ ينتج من هذا انه يكفى فى طرح — ٥ من — ٧
أن نطرح — ٥ من — ٧ + ٥ — ٥ وهو يفيد — ٧ + ٥
وهذا الباقى يؤل الى — ٢ كما فى نمرة ٢٤٧

(٢٤٩) الضرب عبارة عن تحصيل عدد يسمى حاصلا مؤلفا من عدد آخر
يسمى مضروبا كتأليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الآحاد كما فى نمرة ٨٢
وحيث ان علامة الحاصل لا تتوقف الا على علامات العوامل دون مقاديرها
العددية يكفى تعيين علامة الحاصل فى صورة ما اذا كان المضروب فيه عددا
صحيحا وينتج من ذلك صورتان

الاولى * اذا كانت علامة المضروب فيه + فعلامة الحاصل هى عين
علامة المضروب لان المضروب فيه لما كان مؤلفا من جمع عدة آحاد لزم
أن يكون حاصل الضرب مؤلفا من عدة أعداد مساوية للمضروب وقد سبق
فى نمرة ٢٤٦ أن مجموع الاعداد المتحدة العلامة لابد أن يكون مسبوقا بعلامة
تلك الاعداد

فيقال مثلا حاصل ضرب + ٣ فى + ٢ هو + ٦ لانه

حيث كان المضروب فيه وهو + ٢ يدل على جمع ٢ آحاد الحاصل ضرب + ٣ فى + ٢ يحصل بتأليف مجموع عددين مساويين لعدد + ٣ ويفيد + ٣ + ٣ اى + ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب ـ ٣ فى + ٢ هو ـ ٦ لانه يلزم لتحصيله تاليف مجموع عددين مساويين لعدد ـ ٣ وهو يفيد ـ ٣ ـ ٣ أى ـ ٦ كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٤٦

الثانية * اذا كانت علامة المضروب فيه ـ فعلامة الحاصل تخالف علامة المضروب لانه حيث كان المضروب فيه المفروض سالبا مجاموًا فامن طرح عدة آحاد فالحاصل يتألف بطرح المضروب عدة مرات وهذا يؤل كما فى نمرة ٢٤٨ الى استخراج مجموع عدة أعداد مساوية للمضروب ومسبوقة بعلامة مخالفة لعلامة المضروب فاذن يكون هذا المجموع الدال على الحاصل المطلوب مسبوقا بعلامة مخالفة لعلامة المضروب

فيقال مثلا حاصل ضرب + ٣ فى ـ ٢ هو ـ ٦ لانه حيث كان المضروب فيه وهو ـ ٢ يدل على طرح ٢ آحاد الحاصل ضرب + ٣ فى ـ ٢ يحصل بطرح المضروب وهو + ٣ مرتين الا انه يكفى فى طرح + ٣ وضع ـ ٣ فاذن يكون الحاصل المطلوب هو مجموع عددين مساويين لعدد ـ ٣ اعنى ـ ٣ ـ ٣ اى ـ ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب ـ ٣ فى ـ ٢ هو + ٦ لانه حيث كان المضروب فيه يدل على طرح ٢ آحاد الحاصل ضرب ـ ٣ فى ـ ٢ يحصل بطرح المضروب وهو ـ ٣ مرتين وهو يفيد + ٣ + ٣ اى + ٦

ويعرف بما تقدم أن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته + وأن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلامتين مختلفتين تكون علامته ـ

(تنبيه) * لاصعوبة فى أن يستنتج من هذه القاعدة الاخيرة انه فى صورة ما اذا كانت عوامل الحاصل سالبة تكون علامة هذا الحاصل + او ـ

على حسب ما اذا كان عدد العوامل زوجاً أو فرداً وعليه فحاصل ضرب هذه العوامل الاربعة وهى — ٢ و — ٣ و — ٤ و — ٥ هو + ١٢٠ وحاصل ضرب هذه العوامل الثلاثة وهى — ٢ و — ٣ و — ٤ هو — ٢٤

(٢٥٠) متى علم حاصل العددين المسمى مقسوما وعلم أحد هذين العددين المسمى مقسوما عليه فالقسمة حينئذ عبارة عن معرفة العدد الآخر المسمى خارج القسمة كما فى نمرة ٢٥ ويؤخذ من هذا التعريف ومن قاعدة العلامات فى الضرب أن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته + وان خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة مختلفة تكون علامته —

فعلى هذا يكون $\frac{+٦}{+٢} = +٣$ و $\frac{-٦}{-٢} = +٣$ و $\frac{+٦}{-٢} = -٣$ و $\frac{-٦}{+٢} = -٣$ فان كل قسمة من تلك القسم تجد فيها المقسوم ناتجاً عن ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة

(الفصل الرابع)

(فى بيان اللوغارتمات السالبة)

(٢٥١) يسهل علينا الآن أن نبين انه متى أجريت عملية الجمع والطرح بموجب قواعد نمرتى ٢٤٦ و ٢٤٨ لخواص نمرة ٢٤١ تجرى فى اللوغارتمات الموجبة والسالبة المعينة بهاتين المتواليتين غير المحدودتين وهما

$$\because \frac{١}{١٠٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠٠} : \frac{١}{١٠٠} : \frac{١}{١٠} : ١ : ١٠ : ١٠٠ : ١٠٠٠ : ١٠٠٠٠ : \text{الخ}$$

$$\div -٠٥ - ٠٣ - ٠٢ - ٠٠١ + ٠١ + ٠٢ + ٠٣ + ٤ \; \text{الخ}$$

وبيان ذلك انه اذا ضربنا عدة حدود فى بعضها من المتوالية الهندسية وجمعنا الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية كان الحاصل والمجموع حدين متقابلين فى هاتين المتواليتين وحيث ان اعداد ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ هى القوى المتتالية لعدد ١٠ فلا مانع من وضع المتواليتين على هذا المنوال

$$\because\because\ \frac{1}{10^{5}} . \frac{1}{10^{4}} . \frac{1}{10^{3}} . \frac{1}{10^{2}} . \frac{1}{10} : 1 : 10 : 10^{2} : 10^{3} : 10^{4} : 10^{5}$$ الخ

$$\div -5 . -4 . -3 . -2 . -1 . 0 . +1 . +2 . +3 . +4 . +5$$ الخ

فعلى هذا اذا اعتبرنا مطلق حدين من المتوالية الهندسية كحدى $\frac{1}{10^{5}}$ و 10^{3} مثلا كان حاصل ضربهما هو $\frac{1\times10^{3}}{10^{5}}$ (كما فى نمرة ٨١) أو $\frac{1\times10^{3}}{10^{3}\times10^{2}}$ كما فى نمرة ٢٤) او $\frac{1}{10^{2}}$ (كما فى نمرة ٧٣)

وحيث ان الحدين المقابلين لهما من المتوالية العددية هما -5 و $+3$ فمجموعهما يساوى $-5+3$ أى -2 كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٤٦ فيظهر أن حاصل الضرب وهو $\frac{1}{10^{2}}$ والمجموع وهو -2 حدان متقابلان فى المتواليتين

ويمكن أن يستنتج مما تقدم بواسطة براهين كبراهين نمرة ٢٤١ ان خواص نمرة ٢٤١ تصلح للمتواليتين السابقتين ولنمثل لذلك فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج حاصل ضرب 10^{5} فى $\frac{1}{10^{2}}$

فاجمع عددى $+5$ و -2 اللذين هما لوغاريتما العاملين وحيث ان المجموع هو $+3$ كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٤٦ فعدد 10^{3} المقابل له هو الحاصل المطلوب

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج خارج قسمة 10^{3} على $\frac{1}{10^{2}}$

فخذ عددى $+3$ و -2 اللذين هما لوغاريتما هذين العددين ثم أطرح -2 من $+3$ فيكون الباقى $+5$ كما فى نمرة ٢٤٨ فيكون عدد 10^{5} المقابل له لوغاريتم $+5$ هو خارج القسمة المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج القوة الثانية لعدد $\frac{١}{١٠^{٣}}$

فاضرب عدد ــ ٣ الذى هو لوغارتم $\frac{١}{١٠^{٣}}$ فى ٢ فيكون الحاصل

وهو ــ ٦ كما فى نمرة ٢٤٩ هو لوغارتم العدد المطلوب ويكون عدد

$\frac{١}{١٠^{٦}}$ المقابل لهذا اللوغارتم الاخير هو القوة الثانية لعدد $\frac{١}{١٠^{٣}}$

(٢٥٢) يكفى فى بيان كون خواص نمرة ٢٤١ تصلح للاعداد التى ليست جزأ من هاتين المتواليتين وهما

$$\div\!\div\ \frac{١}{١٠^{٤}} : \frac{١}{١٠^{٣}} : \frac{١}{١٠^{٢}} : \frac{١}{١٠} : ١ : ١٠ : ١٠^{٢} : ١٠^{٣} : ١٠^{٤} :$$ الخ

$$\div\ -٤ \cdot -٣ \cdot -٢ \cdot -١ \cdot ٠ \cdot +١ \cdot +٢ \cdot +٣ \cdot +٤$$ الخ

أن تلاحظ (كما فى نمرة ٢٤٠) أن الغرض من ادخال الاواسط التناسبية على التوالى بين حدود هاتين المتواليتين هو أن ما يوجد فى المتواليتين الاخيرتين الناتجتين عن ذلك من الاعداد التى تكون أكبر أو اصغر من الآحاد تكون جزأ من المتوالية الهندسية الاخيرة وفى طريقة اللوغارتم المعينة بهاتين المتواليتين تجد للاعداد التى تكون أكبر من الآحاد لوغارتمات موجبة تكبر بقدر كبر تلك الاعداد بخلاف الاعداد الموجبة التى تكون أصغر من الآحاد فان لها لوغارتمات سالبة تكبر بقدر صغر تلك الاعداد

(تنبيه)* ليس للاعداد السالبة لوغارتمات لانه حيث كانت جميع حدود المتوالية الهندسية الاصلية موجبة فادخال الاواسط الهندسية بين تلك الحدود لا ينتج عنه الا اعداد موجبة

(٢٥٣) يكفى فى استخراج لوغارتمات الاعداد التى تكون أكبر أو اصغر من الآحاد وتعيينها بمقدار تقريبى مفروض أن تدخل بالتوالى أواسط تناسبية بين حدود المتواليتين الاصليتين حتى تصل الى متواليتين يكون فيهما التفاضل المتقرر بين كل حدين متتاليين من المتوالية العددية أصغر من المقدار التقريبى المفروض لانه ان لم يوجد العدد المبحوث عن لوغاريتمه فى المتوالية الهندسية

فهو

فهو واقع بين حدين متتاليين منها ولوغاريتمه واقع بين الحدين المقابلين لهما من المتوالية العددية وحيث ان التفاضل بين هذين الحدين الاخيرين أصغر من المقدار التقريبي المفروض فكل منهما يدل على اللوغاريتم المطلوب

(تنبيه)* يكفي في الاقتصار على استخراج لوغاريتم أي عدد صحيح مفروض ومعرفته بدون واسطة أن تبحث بالتوالي عن الوسط الهندسي بين كل حدين من متوالية هندسية جديدة محتويين على العدد المبحوث عن لوغاريتمه وتبحث أيضا عن الوسط العددي بين كل حدين مقابلين لهما من متوالية عددية جديدة فكل وسط عددي يكون لوغاريتم الوسط الهندسي المقابل له .

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغاريتم عدد ٣ بحيث يحتوي تقريبا على جزء من الف من الواحد فابحث أولا عن الوسط الهندسي بين حدي ١ و ١٠ من المتوالية الهندسية المحتويين على عدد ٣ فتجد √١٠ او ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون الوسط العددي وهو ٠٫٥٠ بين حدي ٠ و ١ من المتوالية العددية المقابلين للعددين السابقين هو لوغاريتم ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية وحيث ان عدد ٣ واقع بين ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية فلوغاريتمه يكون واقعا بين عددي ٠ و ٠٫٥٠ اللذين هما لوغاريتما عددي ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية ثم ابحث عن عدد ١٫٧٧٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي هو الوسط الهندسي بين ١ و ٣٫١٦٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعن عدد ٠٫٢٥ الذي هو الوسط العددي المقابل له بين ٠ و ٠٫٥٠ فهذا الوسط الاخير هو لوغاريتم ١٫٧٧٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية واذا استمريت على هذا العمل رأيت بواسطة ابقاء ثلاثة أرقام اعشارية أن الاواسط الهندسية هي

٣٫١٦٢ و ١٫٧٧٨ و ٢٫٣٧١ و ٢٫٧٣٨ و ٢٫٩٤٢ و ٣٫٠٥٠ و ٢٫٩٩٦ و ٣٫٠٢٣ و ٣٫٠٠٩ و ٣٫٠٠٢ و ٢٫٩٩٩ .

وأن الاواسط العددية المقابلة لها هي .

٠٫٥٠٠ و ٠٫٢٥٠ و ٠٫٣٧٥ و ٠٫٤٣٧ و ٠٫٤٦٨ و ٠٫٤٨٤
و ٠٫٤٧٦ و ٠٫٤٨٠ و ٠٫٤٧٨ و ٠٫٤٧٧ و ٢٫٤٧٧
وحيث ان عدد ٣ واقع بين حدى ٣٫٠٠٢ و ٢٫٩٩٩ من المتوالية الهندسية فلوغاريتمه يكون واقعا بين الحدين المقابلين لهما من المتوالية العددية وهما ٢٫٤٧٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٠٫٤٧٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فمقدار لوغاريتم ٣ التقريبي من جزء من ألف من الواحد هو ٠٫٤٧٧

(٢٥٤) يكفى فى ايجاد لوغاريتمات الاعداد التى تكون أكبر أو أصغر من الواحد أن تستخرج لوغاريتمات الاعداد الاولية بالطريقة السابقة فى نمرة ٢٥٣ بأن لا تدخل الاواسط الهندسية والعددية الا بين حدود ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ من المتواليتين الاصليتين فمتى حصلت بهذه الطريقة المقادير التقريبية حسب الامكان للوغاريتمات الاعداد الاولية التى هى ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ الخ نتج عن ذلك لوغاريتمات الاعداد الاخرى بواسطة جموع وطروح وجيزة جدا وذلك لانه بتحليل العدد الصحيح الى عوامل أولية كما فى نمرة ٦٥ يكون لوغاريتم هذا العدد مساويا لمجموع لوغاريتمات عوامله كما فى القاعدة الاولى من نمرة ٢٤١ وبطرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط كما فى التنبيه الاول من نمرة ٢٤١ يحصل لوغاريتم الكسر سواء كان أكبر من الآحاد أو أصغر منها

(الفصل الخامس)

(فى بيان كيفية وضع جدول اللوغاريتمات واستعماله)

(٢٥٥) جداول اللوغاريتمات عندهم كثيرة وكل جدول منها يذكرون قبله تنبيهات تتعلق ببيان وضعه الخاص به نحن ثم رأينا أن نقتصر هنا على بيان وضع جدول اللوغاريتمات الآتى فى آخر كتابنا هذا وبيان استعمالاته فنقول ان هذا الجدول يحتوى على غاريتمات الاعداد الصحيحة التى أولها ١

وآخرها ١٠٠٠٠ وهي لوغارتمات لها من الارقام خمسة اعشارية

وهذه الاعداد الصحيحة مرسومة في الاعمدة المعنون عنها بحرف ع (الموضوع فوقها وهو رمز للاعداد الصحيحة المذكورة) واجزاء لوغارتماتها الاعشارية مرسومة على يسارها في الاعمدة المعنون عنها بكلمة لوغا (الموضوعة فوقها وهي مختصرة من لوغاريتم) ولم توضع الاعداد التبيينية في تلك الجداول نظرا الى انه لاصعوبة في أن يقوم مقامها استحضار أن العدد التبييني للوغاريتم العدد الصحيح يحتوي على عدة آحاد ناقصة واحدا بقدر مافي هذا العدد من الارقام كما تقدم في الامر الاول من نمرة ٢٤٢

ولاجل أن يكون مايحصل من الخطأ في هذه الصورة أقل صورة ما اذا لم يبق من الارقام الا خمسة اعشارية يسيرا جدا استخرجوا بطريقة نمرة ٢٥٣ الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات ثم حذفوا الرقم الاعشاري الاخير بموجب قاعدة نمرة ١٠٥ فصارت بذلك مقادير اللوغارتمات تقريبية من نصف مائة الف من الواحد * مثلا * لما كانت لوغارتمات اعداد ٣ و ٤ و ٥٣ هي ٤٧٧١٢١ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ٦٠٢٠٥٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١٧٢٤٢٧٥ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كانت لوغارتمات هذه الاعداد في الجدول هي

٤٧٧١٢ر٠ و ٦٠٢٠٦ر٠ و ٧٢٤٢٨ر١

ولاجل تحصيل الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات تجري العمل بموجب قاعدة نمرة ٢٥٣ وتستمر على ذلك حتى يصير التفاضل بين كل حدين متتاليين من المتوالية العددية اصغر من ٠٠٠٠٠١ر٠

ولا يوجد في المتواليات الهندسية المتتالية عدد من الاعداد الصحيحة الواقعة بين ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان الاواسط الهندسية الداخلة بين الحدود كلها صماء غير أنه اذا وقع عدد من الاعداد الصحيحة بين حدين متتاليين من المتوالية الهندسية الاخيرة دل كل من الحدين

المقابلين لهما من المتوالية العددية على أن مقدار لوغاريتم هذا العدد الصحيح تقريبي من ٠,٠٠٠٠١ لان التفاضل بين هذين العددين أقل من ٠,٠٠٠٠١

والتفاضل بين لوغاريتمي كل عددين صحيحين متتالين واقعين بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ مرسوم في العمود الموضوع في الجهة اليسرى من عمود اللوغاريتمات محاذيا للمسافة التي بين اللوغاريتمين وهو معنون عنه بحرف ف (الموضوع فوقه) وأول رقم على يمين هذا التفاضل يدل على جزء من مائة الف من الواحد

وبهذه الكيفية ترى أن التفاضل بين لوغاريتمات عددي ٣٢٨٤ و ٣٢٨٥ هو ١٤ من مائة ألف من الواحد اى ٠,٠٠٠١٤

واما التفاضلات التي بين لوغاريتمات الاعداد الصحيحة التي تكون اصغر من ١٠٠٠ فلا وجود لها في الجدول لعدم الحاجة الى استعمالها كما سيأتي

(٢٥٦) يكفي في الاستمداد لاجراء العمليات بواسطة جدول اللوغاريتمات معرفة حل هاتين المسئلتين

المسئلة الاولى * أن يكون المطلوب ايجاد لوغاريتم عدد مفروض (وفيها عدة صور)

الصورة الاولى * أن يكون العدد المفروض صحيحا واصغر من ١٠٠٠٠ ففي هذه الصورة يكون الجزء الاعشاري للوغاريتم موجودا في الجدول ويكون العدد التمييزي مشتملا على عدة آحاد ناقصة واحدا بقدر ما في العدد المفروض من الارقام كما في الامر الثاني من نمرة ٢٤٢

فمن ذلك ترى ان لوغا ٨٧٨٥ = ٣,٩٤٣٧٤ ولوغا ٢١٥٩ = ٣,٣٣٤٢٥ ولوغا ٩ = ٠,٩٥٤٢٤

(الصورة الثانية) * أن يكون العدد المفروض صحيحا واكبر من ١٠٠٠٠ فالعدد التمييزي للوغاريتم هذا العدد المفروض هو في هذه الصورة معلوم

من

من قبـل كما في الامر الاول من نمرة ٢٤٢ فيقتصر حينئذ على البحث عن الجزء الاعشاري من هذا اللوغاريتم وحيث ان الامر الثاني من نمرة ٢٤٢ ينتج أن الجزء الاعشاري من لوغاريتم أي عدد كان لا يتغير بقسمة هذا العدد على قوة ١٠ فلا مانع من ترجيع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشاري من لوغاريتم أى عدد وقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بأن توضع الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول الموجودة على يمين العدد المبحوث عن لوغاريتمه (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨ فنقول ان عدد هذا اللوغاريتم التمييزي ٤ وجزءه الاعشارى هو عين جزء لوغاريتم ٢١٥٩٫٨ لان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا (٢١٥٩٫٨ × ١٠) = لوغا ٢١٥٩٫٨ + لوغا ١٠ = لوغا ٢١٥٩٫٨ + ١

فيكتفى حينئذ بالبحث من الجزء الاعشارى من لوغا ٢١٥٩٫٨

وحيث ان لوغار ٢١٥٩ هو ٣٫٣٣٤٢٥ فلابد من تعيين ما يجب اضافته الى هذا اللوغاريتم الاخير ليتحصل لوغاريتم ٢١٥٩٫٨

وينبغي التنبيه قبل اجراء هذا العمل على انه يلزم ان يفرض أن التفاضلات التى بين الاعداد والتفاضلات التى بين لوغاريتمات هذه الاعداد بينهما تناسب وما ينشأ عن هذا الفرض من الخطأ يكون صغيرا بقدر كبر الاعداد المذكورة فلذا أرجعنا المسئلة الى ايجاد لوغاريتم اى عدد يقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ وبذلك يتحصل دائما مقدار اللوغاريتم المطلوب من المناسبة فيكون تقريبا جزأ من مائة الف من الواحد فاذن يلزم عند استخراج الحد الرابع من المناسبة اهمال الاجزاء التى يكون أقل من أجزاء من مائة ألف من الواحد

فعلى هذا يقال حيث ان التفاضل بين لوغاريتمات عددى ٢١٥٩ و ٢١٦٠ هو ٢٠ من مائة الف اى ٠٫٠٠٠٢٠ فاذا أضيف واحد من الآحاد الى عدد ٢١٥٩ لزم أن يضاف ٠٫٠٠٠٢٠ الى عدد

فما مقدار ما يضاف ٢١٥٩ الذى هو لوغاريتم عدد ٣٫٣٣٤٢٥
من الاعداد الى عدد ٣٫٣٣٤٢٥ الذى هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩
فى صورة ما اذا أضيف ٠٫٨ الى عدد ٢١٥٩ فنقول اذا رمز الى
المجهول بحرف س تركب هذه المتناسبة (المعنون عنها بالمتناسبة الاولى) وهى
١ : ٠٫٠٠٠٢٠ :: ٠٫٨ : س وينتج من هذا أن
س = ٠٫٠٠٠١٦
واذا أضيف ٠٫٠٠٠١٦ الى ٣٫٣٣٤٢٥ كان المجموع وهو ٣٫٣٣٤٤١ هو
لوغاريتم ٢١٥٩٫٨ وحيث ان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا ٢١٥٩٫٨
+ ١ فلوغاريتم ٢١٥٩٨ هى ٤٫٣٣٤٤١
(تنبيه) يعرف بالمتناسبة الاولى كيفية تحصيل ما يلزم اضافته الى لوغاريتم
الجزء الصحيح من العدد المفروض بأن يضرب الجزء الاعشارى من هذا العدد
المفروض فى التفاضل المبين فى الجدول بين لوغاريتمى العددين الصحيحين
المتتاليين المحتويين على العدد المفروض
المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨٠٠٠ فيكون
٢١٥٩٨٠٠٠ = ٢١٥٩٨ × ١٠٠٠ فاذن يكون لوغا
٢١٥٩٨٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + لوغا ١٠٠٠ = لوغا
٢١٥٩٨ + ٣ = ٧٫٣٣٤٤١
وبالجملة فيكفى فى استخراج لوغاريتم العدد الصحيح المنتهى باصفار أن تستخرج
لوغاريتم هذا العدد بقطع النظر عن تلك الاصفار المنتهى بها ذلك العدد ثم تزيد
على العدد المبينى لهذا اللوغاريتم الاخير عدة آحاد بقدر عدد الاصفار كما فى
الامر الثانى من نمرة ٢٤٢
الصورة الثالثة أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم كسر من الكسور
فتطرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط فيكون الباقى هو اللوغاريتم المطلوب
كما فى نمرة ٢٤١
وعليه فاللوغاريتم يكون موجبا وسالبا على حسب كبر الكسر او صغره

عن

عن الواحد (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول ٭ ان يكون المطلوب تعيين لوغاريتم $\frac{٣٤٧٨}{٩}$ فابحث عن لوغاريتى ٣٤٧٨ و ٩ فتجدهما ٣٫٥٤١٣٣ و ٠٫٩٥٤٢٤ ثم اطرح اللوغاريتم الثانى من الاول فيكون الباقى وهو ٢٫٥٨٧٠٩ هو اللوغاريتم المطلوب

المثال الثانى ٭ أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم $\frac{٩}{٣٤٧٨}$ فيكون لوغا $\frac{٩}{٣٤٧٨}$ = لوغا ٩ — لوغا ٣٤٧٨ = ٠٫٩٥٤٢٤ — ٣٫٥٤١٣٣ = — ٢٫٥٨٧٠٩

(تنبيه) ٭ قد استبان أن طريقة العمل فى استخراج لوغاريتم الكسر الذى يكون اصغر من الواحد تؤول الى طرح لوغاريتم البسط من لوغاريتم المقام ووضع علامة — قبل الباقى

الصورة الرابعة ٭ أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم عدد اعشارى وحيث كان العدد الاعشارى يساوى الكسر الاعتيادى الذى بسطه العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد الذى يليه من الجهة اليمنى اصفار بقدر الارقام التى على يمين الشرطة كما فى نمرة (٩٣) فلوغاريتم العدد الاعشارى يستخرج بالبحث أولا عن لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض وبان يطرح من هذا اللوغاريتم آحاد بقدر ما فى العدد المفروض من الارقام الاعشارية لان لوغاريتم الواحد المتبوع بعدة اصفار عبارة عن عدد مركب من عدة آحاد بقدر عدد تلك الاصفار كما فى الامر الاول من نمرة ٢٤٢ (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول ٭ أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٫٥٩٨ فيكون لوغا ٢١٫٥٩٨ = لوغا $\frac{٢١٥٩٨}{١٠٠٠}$ = لوغا ٢١٥٩٨ — لوغا ١٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ — ٣

فاذن يكفى البحث عن لوغاريتم ٢١٥٩٨ ثم طرح ثلاثة آحاد منها وحيث ان

لوغا ٢١٥٩٨ = ٤ر٣٣٤٤١ (كما في المثال الاول من الصورة الثانية)
فاذن لوغا ٢١ر٥٩٨ = ١ر٣٣٤٤١
(تنبيه)* العدد التبيينى للوغاريتم العدد الاعشارى الذى يكون اكبر من الواحد يحتوى على آحاد ناقصة واحدا بقدر ما فى الجزء الصحيح من هذا العدد من الارقام والجزء الاعشارى من لوغاريتم أى عدد لا يتغير بتقديم الشرطة عن موضعها الى عدة خانات فى الجهة اليمنى او اليسرى من هذا العدد كما فى الامر الثانى من نمرة ٢٤٢
وعليه ففى صورة ما اذا كان المطلوب البحث عن لوغاريتم عدد اعشارى اكبر من الواحد يمكن دائما ترجيع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الاعشارى الواقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بتأخير الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول من الجهة اليسرى من العدد الاعشارى المبحوث عن لوغاريتمه
وحينئذ فلاجل ايجاد لوغاريتم ٢١ر٥٩٨ يلاحظ ان العدد التبيينى لهذا اللوغاريتم هو ١ وان الجزء الاعشارى منه هو عين الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩ر٨ ويبحث حينئذ عن الجزء الاعشارى من لوغا ٢١٥٩ر٨ فيرى بموجب ما سبق فى المثال الاول من الصورة الثانية أن هذا الجزء الاعشارى هو ٣٣٤٤١ وحيث تبين أن العدد التبيينى للوغا ٢١ر٥٩٨ هو ١ فلوغا ٢١ر٥٩٨ = ١ر٣٣٤٤١
وبهذه الطريقة تجد لوغاريتمات اعداد ٢ر١٥٩٨ و ٢١٥ر٩٨ و ٨٧٨ر٥ و ٨ر٧٨٥ هى ٠ر٣٣٤٤١ و ٢ر٣٣٤٤١ و ٢ر٩٤٣٧٤ و ٠ر٩٤٣٧٤
المثال الثانى * أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٠ر٠٠٢١٥٩٨
فيكون لوغا ٠ر٠٠٢١٥٩٨ = لوغا $\frac{٢١٥٩٨}{١٠٠٠٠٠٠٠}$ = لوغا ٢١٥٩٨ — لوغا ١٠٠٠٠٠٠٠ = لوغا ٢١٥٩٨ — ٧ وحيث ان لوغا ٢١٥٩٨ = ٤ر٣٣٤٤١ فلوغا ٠ر٠٠٢١٥٩٨ =

٤٫٣٣٤٤١ — ٧ = — ٢٫٦٦٥٥٩ كما في نمرة ٢٤٥

(تنبيه) * لك أن تضع لوغاريتم ٠٫٠٠٢١٥٩٨ على وجه آخر بان تلاحظ ان ٤٫٣٣٤٤١ — ٧ = ٤ — ٧ + ٠٫٣٣٤٤١ = — ٣ + ٠٫٣٣٤٤١ = ٣٫٣٣٤٤١ واذا وضعت علامة — فوق عدد ٣ التبييني دلت على ان هذا العدد دون غيره سالب بحيث يلزم ان الجزء الاعشاري وهو ٠٫٣٣٤٤١ يضاف الى — ٣

فبموجب هذا التنبيه يكون لوغا ٠٫٠٠٢١٥٩٨ = —٢٫٦٦٥٥٩ = ٣٫٣٣٤٤١ ويظهر ان لوغاريتم العدد الاعشاري الذي هو اصغر من الواحد يوضع على وجهين مختلفين

الاول اذا أريد ان اللوغاريتم يكون كله سالبا فطريقة العمل تؤول الى البحث عن الجزء الاعشاري من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض وطرح هذا الجزء الاعشاري من ١٠٠٠٠٠ (وهو يؤول الى ان يطرح من ١٠ اول رقم من هذا الجزء الاعشاري من الجهة اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) فيكون الباقي هو الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المطلوب ويكون العدد التبييني لهذه اللوغاريتم محتويا على عدة احاد بقدر ما يوجد من الاصفار بين الشرطة وأول رقم اعشاري معنوي من العدد المفروض

مثلا * اذا كان المطلوب تعيين لوغاريتمات اعداد ٠٫٢١٥٩٨ و ٠٫٠٢١٥٩٨ و ٠٫٠٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١ الذي هو الجزء الاعشاري من لوغاريتم ٢١٥٩٨ واطرح ٣٣٤٤١ من ١٠٠٠٠٠ فيكون الباقي وهو ٦٦٥٥٩ هو الجزء الاعشاري من اللوغاريتمات المطلوبة وحيث ان ٠ و ١ و ٣ هي اعدادها التبيينية فاللوغاريتمات هي — ٠٫٦٦٥٥٩ و — ١٫٦٦٥٥٩ و — ٣٫٦٦٥٥٩

الوجه الثانى اذا أريد ان العدد التبيني وحده هو الذى يكون سالبا فطريقة العمل تؤول الى البحث عن الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد الاعشارى المفروض ويجعل لهذا الجزء الاعشارى عدد تبيني سالب يحتوى على عدة آحاد زائدة واحدا بقدر ما يوجد من الاصفار بين الشرطة واول رقم اعشارى معنوى من العدد المفروض

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغاريتمات اعداد ٢١٥٩٨ر٠ و ٠٢١٥٩٨ر٠ و ٠٠٠٠٢١٥٩٨ر٠ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١ الذى هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩٨ فتجد اللوغاريتمات المطلوبة هى

١٣٣٤٤١ر‾١ و ١٣٣٤٤١ر‾٢ و ١٣٣٤٤١ر‾٤

(تنبيه) * اللوغاريتمات التى اعدادها التبيينية دون غيرها سالبة فى استعمالها خاصية هى انه مهما كانت قوى عدد ١٠ التى يضرب فيها عدد أو يقسم عليها فالاعداد التى تكون أكبر او اصغر من الواحد الناتجة من ذلك يكون لها لوغاريتمات جزؤها الاعشارى لا يتغير دائما ولا يأتى ذلك فى الاعداد التى تكون اصغر من الواحد فى صورة ما اذا كانت اللوغاريتمات المستعملة كلها سالبة

ويقتضى هذا التنبيه انه اذا لم تختلف الاعداد الصحيحة الا فى الاصفار الموضوعة على يمينها ولم تختلف الاعداد الاعشارية الا فى وضع الشرطة تكون لوغاريتمات هذه الاعداد متحدة الجزء الاعشارى

وعليه فيقال حيث ان لوغاريتم ٢١٥٩ هى ٣٣٤٢٥ر٣ فلوغاريتمات اعداد ٢١٥٩٠٠٠٠ و ٢١ر٥٩ و ٠٢١٥٩ر٠ و ٠٠٠٠٠٢١٥٩ر٠ هى ٣٣٤٢٥ر٧ و ٣٣٤٢٥ر‾١ و ٣٣٤٢٥ر‾٢ و ٣٣٤٢٥ر‾٦

(٢٥٧) المسئلة الثانية أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه

لوغاريتم مفروض (وفيها عدة صور)

(الصورة الاولى) اذا كان اللوغاريتم المفروض موجبا فانه ينسب الى عدد اكبر من الواحد وبموجب ما سبق فى الصورة الاولى من نمرة ٢٤٢ ترى أن العدد التبيينى اذا أضيف اليه واحد يدل على عدد الارقام الموجودة فى الجزء الصحيح من العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض (وفى ذلك صورتان)

(احداهما) أن يكون العدد التبيينى للوغاريتم المفروض ٣ فيكون العدد الذى ينتسب اليه اللوغاريتم المفروض واقعا بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ فلاجل ايجاد هذا العدد يبحث عن الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض فى الاعمدة المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارثمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة

فمتى وجدت فى الجدول الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض رأيت العدد المطلوب موضوعا على يمين هذا الجزء الاعشارى فى العمود المعنون بحرف ع

فبهذه الطريقة تجد هذه اللوغارثمات وهى ٣٫٠٠٠٤٣ و ٣٫٩٤٣٧٤ و ٣٫٣٣٤٢٥ و ٣٫٩٩٩٣٩ مثلا تنسب الى اعداد ١٠٠١ و ٨٧٨٥ و ٢١٥٩ و ٩٩٨٦

واذا لم تجد فى الجدول الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض فهو بالضرورة واقع بين الجزئين الاعشاريين من لوغاريتمى عددين صحيحين متواليين من الاعداد ذوات الارقام الاربعة لان هذين الجزئين الاعشاريين يتزايدان من صفر الى ٩٩٩٩٩ وأصغر هذين العددين الصحيحين المتواليين يدل على الجزء الصحيح من العدد الاعشارى الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض

فاذا أردت تحصيل الجزء الاعشارى من العدد المطلوب فأجر العملية على الوجه السابق فى النمرة المتقدمة بان تفرض دائما أن تفاضلات الاعداد بينها

وبين تفاضلات لوغارغاتها تناسب (بمعنى أن النسبة بين تفاضلات الاعداد كالنسبة بين تفاضلات اللوغارغات) والخطا الناشئ عن هذا الفرض انما هو لزوم الاقتصار عند استخراج الحد الرابع من التناسب على البحث عن رقم الاعشار وربما كان هذا الرقم غير صحيح

(مثلا) اذا كان المطلوب معرفة العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ فالجزء الاعشارى وهو ٣٣٤٤١ لا وجود له فى الاعمدة المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارغات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة وانما وجد بين جزئى ٣٣٤٢٥ و ٣٣٤٤٥ الاعشاريين من لوغاريتمى عددى ٢١٥٩ و ٢١٦٠ فاذن يكون لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ منسوبا الى عدد ٢١٥٩ مضافا اليه كمية مجهولة اصغر من الواحد يرمز اليها بحرف س

ولاجل معرفة س يؤخذ من العمود المعنون بحرف ف تفاضل ٢٠ من مائة الف اى ٠٠٠٢٠ر٠ الذى هو التفاضل بين لوغا ٢١٥٩ ولوغا ٢١٦٠ ويبحث عن تفاضل ٠٠٠١٦ر٠ الواقع بين اللوغاريتم المفروض واللوغاريتم الجدولى الذى هو اصغرهما ثم يقال اذا كان فى صورة ما اذا أضيف ٠٠٠٢٠ر٠ الى لوغاريتم ٢١٥٩ يلزم اضافة ١ الى ٢١٥٩ فما مقدار ما يلزم اضافته الى ٢١٥٩ فى صورة ما اذا اضيف ٠٠٠١٦ر٠ الى اللوغاريتم العدد المذكور اعنى ٢١٥٩ فتؤل حينئذ المناسبة المعنون عنها بالمناسبة الثانية وهى ٠٠٠٢٠ر٠ : ١ :: ٠٠٠١٦ر٠ : س الى هذه المناسبة وهى

٢٠ : ١ :: ١٦ : س كما فى نمرة ٢٠٤

وينتج من هذا أن س = ٨ر٠

فاذن يكون لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ منسوبا الى عدد ٢١٥٩ر٨

(تنبيه) المناسبة الثانية تدل على أن الجزء الاعشارى من العدد المطلوب يحصل بأخذ التفاضل بين اللوغاريتم المفروض واصغر اللوغارغات الجدولية

المحتوية عليه وبقسمة هذا التفاضل على التفاضل الجدولى الواقع بين اللوغاريتمين المحتوين على اللوغاريتم المفروض

(ثانيهما) أن لا يكون العدد التبيينى للوغاريتم المفروض ٣ وهذه الصورة ترجع الى المتقدمة بأن تزيد على العدد التبيينى ما يحتاج اليه من الآحاد او تنقص منه ذلك حتى يساوى ٣ لكى يوجد بواسطة الجدول ما يمكن وجوده من ارقام العدد المطلوب ثم تبحث عن العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم الجديد وحيث ان هذا العدد يساوى العدد المفروض مضروبا او مقسوما على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد التى زدتها على العدد التبيينى او نقصتها منه كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ يسهل حينئذ استخراج العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض بان تقسم العدد المتحصل على قوة ١٠ او تضربه فيها وذلك بنقل الشرطة عدة خانات الى الجهة اليسرى او اليمنى بقدر الآحاد التى زدتها على العدد التبيينى او نقصتها منه (ولنمثل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ١ر٣٣٤٢٥ فزد اثنين من الآحاد على العدد التبيينى وهو ١ فتجد لوغاريتم ٣ر٣٣٤٢٥ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩ ثم اقسم هذا العدد الاخير على $١٠^٢$ اى على ١٠٠ بسبب الاثنين اللذين زدتهما على العدد التبيينى وهو ١ للوغاريتم المفروض فخارج القسمة وهو ٢١ر٥٩ هو العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ١ر٣٣٤٢٥ لانك اذا رمزت الى العدد المطلوب بحرف س وجدت

٣ر٣٣٤٢٥ = لوغا س + ٢ = لوغا س + لوغا ١٠٠ = لوغا (س × ١٠٠)

(تنبيه) اذا فرضنا أن العدد التبيينى ٣ فالجزء الاعشارى وهو ٣٣٤٢٥ من اللوغاريتم المفروض يوجد فى الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة واما اذا أبقينا العدد التبيينى على اصله وهو ١ فان هذا الجزء الاعشارى لا يوجد فى الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات

الاعداد الصحيحة ذات الرقين

* المثال الثانى * ان يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٧٫٣٣٤٤١ فانقص ٤ آحاد من العدد التبيينى وهو ٧ فتجد لوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩٫٨ كما فى الصورة الاولى السابقة (وهى صورة ما اذا كان العدد التبيينى ٣) ثم اضرب هذا العدد الاخير فى ١٠^٤ اى فى ١٠٠٠٠ بسبب الآحاد الاربعة التى نقصتها من العدد التبيينى وهو ٧ فحاصل الضرب وهو ٢١٥٩٨٠٠٠ هو العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض وهو ٧٫٣٣٤٤١ لانك اذا رمزت الى العدد المطلوب بحرف س وجدت

لوغا (س / ١٠^٤) = لوغا س — لوغا ١٠^٤ = لوغا س — ٤ = ٣٫٣٣٤٤١

* المثال الثالث * ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التى تنسب اليها لوغارثمات ٠٫٣٣٤٢٥ و ٢٫٣٣٤٢٥ و ٤٫٣٣٤٢٥ و ٥٫٣٣٤٢٥ فابحث عن عدد ٢١٥٩ المقابل للوغاريتم ٣٫٣٣٤٢٥ فينتج عن ذلك أن الاعداد المطلوبة هى

٢٫١٥٩ و ٢١٥٫٩ و ٢١٥٩٠ و ٢١٥٩٠٠

* المثال الرابع * أن يكون المطلوب ايجاد الاعداد التى تنسب اليها لوغارثمات ٠٫٣٣٤٤١ و ١٫٣٣٤٤١ و ٢٫٣٣٤٤١ و ٤٫٣٣٤٤١ و ٧٫٣٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٫٨ المقابل للوغاريتم ٣٫٣٣٤٤١ فينتج عن ذلك أن الاعداد المطلوبة هى

٢٫١٥٩٨ و ٢١٫٥٩٨ و ٢١٥٫٩٨ و ٢١٥٩٨ و ٢١٥٩٨٠٠٠

* (تنبيه) * العمليات المتقدمة تؤل الى فرض أن العدد التبيينى للوغاريتم المفروض ٣ والى البحث عن العدد الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد ثم تفصل بالشرطة مبتدئا من جهة هذا العدد اليسرى عدة ارقام زائدة واحدا بقدر الآحاد الموجودة فى العدد التبيينى للوغاريتم المفروض فاذا لم يكن فى عدد الارقام اللازمة لوضع الشرطة كفاية عوضت ذلك بوضع

الاصفار

الاصفار وتقطع النظر عن الشرطة فى صورة ما اذا لم تكن متبوعة بأرقام اعشارية

(الصورة الثانية) اذا كان اللوغاريتم المفروض كله سالبا فزد عليه من الآحاد ما تحتاج اليه حتى يكون الناتج كله موجبا ويكون عدده التبيينى ٣ (بمعنى انك تزيد على ما فى العدد التبيينى اربعة آحاد) ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد واقسمه على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على اللوغاريتم المفروض (بمعنى انك تنقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الآحاد على اللوغاريتم المفروض) فتكون النتيجة دالة على العدد الذى ينسب اليها اللوغاريتم المفروض لانه بمقتضى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ اذا زيدت آحاد على العدد التبيينى للوغاريتم المفروض تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التبيينى

مثلا * اذا كان المطلوب تعيين العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ـ ٢٫٦٦٥٥٩ الذى هو سالب هو سالبة كله فزد ٢+٤ اى ٦ آحاد على ـ ٢٫٦٦٥٥٩ فتجد اللوغاريتم الناتج وهو ٣٫٣٣٤٤١ ينسب الى العدد ٢١٥٩٫٨ وهذا العدد الاخير يساوى حاصل ضرب العدد المطلوب فى 10^6 كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ فاذن يتحصل العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض بقسمة ٢١٥٩٫٨ على 10^6 بمعنى انك تنقل الشرطة ست خانات الى جهة ٢١٥٩٫٨ اليسرى بحيث يكون لوغاريتم ـ ٢٫٦٦٥٥٩ منسوبا الى عدد ٠٫٠٠٢١٥٩٨

(تنبيه) طريقة العمل السابقة منحصرة فى طرح الجزء الاعشارى للوغاريتم المفروض من ١٠٠٠٠٠ (بأن نطرح من ١٠ اول رقم من جهة هذا الجزء الاعشارى اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) وفى كون الباقى يعتبر جزءا اعشاريا من لوغاريتم عدده التبيينى ٣

وفى البحث عن العدد الاعشارى الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد
وفى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد الاعشارى اليسرى ليكون
الناتج مشتملا على عدة اصفار بين الشرطة واول رقم اعشارى معنوى بقدر
ما فى العدد التمييزى للوغاريتم المفروض من الآحاد

وعليه فلاجل ايجاد الاعداد التى تنسب اليها لوغارتمات ــ ٦٦٥٥٩ر٠
و ــ ٦٦٥٥٩ر١ و ــ ٦٦٥٥٩٢ر٣ تطرح ٦٦٥٥٩ من ١٠٠٠٠٠
فيكون ٣٣٤٤١ هو الباقى وحيث ان ٣٣٤٤١ر٣ هو لوغاريتم
٢١٥٩ر٨ فالاعداد المطلوبة هى ٢١٥٩٨ر٠ و ٠٢١٥٩٨ر٠
و ٠٠٠٠٢١٥٩٨ر٠

(الصورة الثالثة) اذا كان العدد التمييزى هو السالب فقط فزد عليه عدة
آحاد حتى يصير موجبا ومساويا ٣ (يعنى انك تفرض ان الجزء الاعشارى
من اللوغاريتم المفروض مسبوق بعدد تمييزى موجب يساوى ٣)
ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم الجديد واقسم هذا العدد
على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التمييزى (يعنى انك
تنقل الشرطة الاعشارية الى الجهة اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الآحاد
على العدد التمييزى) فتدل النتيجة على العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم
المفروض لانك اذا زدت عدة آحاد على العدد التمييزى من اللوغاريتم المفروض
تحصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠
المرموز اليها بعدد الآحاد المزيدة على العدد التمييزى السالب من اللوغاريتم
المفروض كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢

مثلا * المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٣٣٤٤١ر$\overline{٣}$
وبمقتضى ما تقرر فى التنبيه التالى للمثال الثانى فى الصورة الرابعة من نمرة ٢٥٦
يكون ٣٣٤٤١ر$\overline{٣}$ = ــ ٣ + ٣٣٤٤١ر٠
فاذا زيد حينئذ ٦ على ٣٣٤٤١ر$\overline{٣}$ صارت النتيجة
٦ ــ ٣ + ٣٣٤٤١ر٠ او ٣ + ٣٣٤٤١ر٠ اى ٣٣٤٤١ر٣

والوغاريتم

واللوغاريتم الجديد وهو ٣٣٤٤١ر٣ ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى 10^6 فيبحث حينئذ عن عدد ٢١٥٩٨ر٢ الذى يقابله لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ ثم يقسم ٢١٥٩٨ر٢ على 10^6 فتكون النتيجة وهى ٠٠٠٠٢١٥٩٨ر٠ هى العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض وهو ٣٣٤٤١ر$\overline{٣}$

(تنبيه) طريقة العمل السابقة تؤول الى فرض أن الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المفروض مسبوق بعدد تبيينى مقداره ٣ والى البحث عن العدد الذى ينتسب اليه اللوغاريتم الجديد والى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد اليسرى حتى تحتوى النتيجة فيما بين الشرطة وأول رقم اعشارى معنوى على عدة اصفار تنقص واحدا عن عدد الآحاد الموجودة فى العدد التبيينى السالب من اللوغاريتم المفروض

فعلى هذا اذا أردت ايجاد الاعداد التى تنسب اليها لوغاريتمات ٣٣٤٤١ر$\overline{١}$ و ٣٣٤٤١ر$\overline{٢}$ و ٣٣٤٤١ر$\overline{٣}$ و ٣٣٤٤١ر$\overline{٤}$ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨ر٢ الذى يقابله لوغاريتم ٣٣٤٤١ر٣ فينتج من ذلك أن الاعداد المذكورة هى ٢١٥٩٨ر٠ و ٠٢١٥٩٨ر٠ و ٠٠٢١٥٩٨ر٠ و ٠٠٠٢١٥٩٨ر٠

(٢٥٨) ما ذكرناه من الامثلة يكفى فى كون الطالب بصيرا فيه اهلية وصلاحية لاستخراج لوغاريتم اى عدد مفروض ولايجاد العدد الذى ينسب اليه اى لوغاريتم مفروض وانما أرجعنا المسئلة فيما سبق الى اجراء العملية على لوغاريتمات الاعداد المنحصرة بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان هذه الطريقة لها خاصية بيان ما عليه جدول اللوغاريتمات الذى وضعناه فى آخر الكتاب من درجة الصحة وكمال الضبط والدقة وحيث جرينا فى العمل على هذه الطريقة فنقول

(اولا) * اذا أردت ايجاد لوغاريتم عدد مفروض فالتناسب المنوه عنه بالمناسبة الاولى كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٥٦ لا ينتج الاجزاء من مائة

الف من احاد اللوغاريتم المفروض يعنى ان اللوغاريتم المطلوب يتحصل بحيث يبلغ تقريبا جزأ من مائة ألف من الواحد

(ثانيا) حيث ان اللوغارتمات الجدولية ليس لها من الارقام الاعشارية سوى خمسة فمقاديرها لا تعرف الا بمقدار تقريبى من نصف جزء من مائة ألف من الواحد كما فى نمرة ٢٥٥ والخطأ الناتج من الارقام الاعشارية المتروكة هو عبارة عن أنه فى صورة ما اذا أريد ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم مفروض عدده التمييزى ٣ فلا ينتج من الجدول الأربعة ارقام اعشارية على عين العدد المطلوب بمعنى انه فى بعض الاحيان لا تدل المناسبة المعنون عنها بالمناسبة الثانية كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٥٧ على رقم اعشارى من ارقام العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم المفروض

وذلك لانه حيث كان التفاضل الاصغر بين كل لوغاريتمين جدوليين متتاليين يساوى ٠٠٠٠٤ر٠ فمقدار ٠٠٠٠٤ر٠ المذكور الذى هو خطأ لوغاريتم من اللوغارتمات يحدث فى العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطأ يكون جزء من مائة الف من الواحد

فاذن عدد ٠٠٠٠١ر٠ الذى هو خطأ اى لوغاريتم كان يمكن أن يحدث فى العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطأ قدره تقريبا $\frac{1}{4}$ اى ٠٢٥ر٠ وعليه فخطأ اللوغاريتم اذا كان نصف جزء من مائة الف من الواحد يمكن ان يحدث فى العدد المقابل لهذا اللوغاريتم خطأ يساوى نصف ٠٢٥ر٠ اى يساوى ٠١٢٥ر٠

فاذن الخطأ الحادث فى العدد الذى ينسب اليه المقدار التقريبى للوغاريتم المفروض يمكن أن يبلغ ٠١٢٥ر٠ تقريبا وحينئذ فقد يعرض الخطأ لاعشار آحاد العدد المطلوب

فاذا أردت ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ليس عدده التمييزى ٣ فزد او انقص من هذا اللوغاريتم عدة آحاد بحيث يكون اللوغاريتم الجديد موجبا ويكون عدد التمييزى ٣ ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه

هذا اللوغاريتم الجديد (وقد سبق انه لا يمكن التعويل الا على صحة الارقام الاربعة الاول من يسار العدد المتحصل) واقسم هذا العدد الاخير أو اضربه في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الآحاد التي زدتها أو نقصتها من اللوغاريتم المفروض والنتيجة هي المقدار التقريبي للعدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض والمقدار التقريبي هو ما لا يلزم فيه التعويل في سائر الاحوال الا على صحة الارقام الاربعة الاول المبدوءة باول رقم معنوى من جهة النتيجة اليسرى وان شذت قلت وهو الاليق بكمال الضبط انه عبارة عن كون الخطا دائما أقل من واحد من آحاد المنزلة المرموز اليها بالرقم الاخير من هذه الارقام الاربعة

فاذا لم تكف هذه الدرجة للمقدار التقريبي وجب العدول عن استعمال جداولنا اللوغارتمية

(٢٥٩) اذا أردت تحصيل لوغاريتم كسر من الكسور وأخذت التفاضل بين لوغارتمي البسط والمقام الجدولين فالخطا الحاصل في لوغاريتم الكسر لا يمكن أن يزيد على جزء من مائة ألف من الواحد وهذه الخاصية ناتجة عن كون جداولنا ذات الارقام الخمسة الاعشارية يرى فيها أن اعظم خطا يمكن حدوثه في كل لوغاريتم جدولي يساوى نصف واحد من آحاد المنزلة الخامسة الاعشارية أي يساوى ٠٫٠٠٠٠٠٥ (كما في نمرة ٢٥٥) وها نحن ندقق النظر على التوالي في الصورتين اللتين يكون فيهما الخطا الكلي كبيرا جدا فنقول متى كان لوغاريتم البسط كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم المقام صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ وينتج من قاعدة نمرة ١٤ أن التفاضل بين اللوغارتمين يكون كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ مرتين أي بقدر جزء من مائة ألف ولا يمكن أن يكون الخطأ الكلي الذي يحصل في لوغاريتم الكسر أكبر من ذلك أصلا

ومتى كان لوغاريتم البسط صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم المقام كبيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٠٥ فيكون التفاضل بين هذين اللوغارتمين

صغيرا بقدر ٠٫٠٠٠٠٥ مرتين أي بقدر جزء من مائة ألف وحيث ان خطأ لوغاريتم الكسر في الصورتين المذكورتين كبير جدا فاللوغاريتم المتحصل للكسر لا يمكن أن يكون أكبر أو أصغر من جزء من مائة ألف

وبالجملة فتى قابلت بين لوغارتمين جدوليين على طريقة الجمع والطرح فان الخطأ الكلي لا يزيد على حاصل ضرب جزء من مائة ألف من الواحد في عدد ما استعملته من اللوغارتمات

ومتى وجدت في الجداول المستعملة لوغارتمات محتوية على عدة أرقام اعشارية فان الخطأ لا يمكن أن يكون أكبر من حاصل ضرب واحد اعشاري من آحاد المنزلة الاخيرة الباقية في العدد الكلي للوغارتمات المستعملة في المجموع والمطروح

(٢٦٠) ولنذكر هنا عدة أمثلة مع الاهتمام فيها بتحصيل الرقم الخامس المعنوي من العدد المطلوب بواسطة التناسب الثاني المتقدم في الصورة الاولى من نمرة ٢٥٧ لنبين أن هذا الرقم غالبا غير صحيح ولاجل الاختصار نرمز بحرف س الى العدد المطلوب تحصيل مقداره التقريبي فنقول

(المثال الاول) المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٣٫٤٥٦٧٨٩٢ في ١٫٢٣٤٥٦٧٨٩

فنقول ان لوغارتمي العاملين هما ٠٫٥٣٨٦٧ و ٠٫٠٩١٥٢ ومجموعهما ٠٫٦٣٠١٩ وعدد ٤٫٢٦٧٧ الذي ينتسب اليه لوغارتم ٠٫٦٣٠١٩ هو المقدار التقريبي لعدد س

وحيث ان ٤٫٢٦٧٧١٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ هو المقدار الحقيقي لعدد س فاستعمال اللوغارتمات لا يعطي الا الارقام الاربعة الاولى التي على يسار الحاصل المطلوب

وصورة العمل توضع هكذا

لوغا	٣٫٤٥٦٧٨٩٢	=	٠٫٥٣٨٦٧
لوغا	١٫٢٣٤٥٦٧٨٩	=	٠٫٠٩١٥٢
مجموع			٠٫٦٣٠١٩ = لوغا ٤٫٢٦٧٧

وهكذا

وهكذا من الاعداد الاعشارية

(المثال الثاني) المطلوب تعيين خارج قسمة ٤ر٢٣٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ على ٣ر٢٤٥٦٧٨٩٢ فنقول اما لوغارتم المقسوم فهو ٠ر٦٣٠١٨ واما لوغارتم المقسوم عليه فهو ٠ر٥٣٨٦٧ فاذا طرحنا اللوغارتم الثاني من الاول كان الباقي وهو ٠ر٠٩١٥١ دالاعلى لوغارتم عدد س وعدد ١ر٢٣٤٥ الذي يتسب اليه لوغارتم ٠ر٠٩١٥١ يعطي المقدار التقريبي لعدد س وخارج القسمة الحقيقي هو ١ر٢٣٤٥٦٧٨٩

(المثال الثالث) المطلوب ايجاد خارج قسمة ٠ر١٣٢٦٧٨ على ٠ر٠٠٥٦٧ فنقول اما لوغارتم المقسوم فهو ـــ ٠ر٨٧٧٢١ واما لوغارتم المقسوم عليه فهو ـــ ٢و٢٤٦٤٢ فنطرح اللوغارتم الثاني من اللوغارتم الاول فيكون الباقي هو ـــ ٠ر٨٧٧٢١ + ٢و٢٤٦٤٢ كما في نمرة ٢٤٨ او ١ر٣٦٩٢١ وعدد ٢٣ر٤٠ الذي يتسب اليه هذا اللوغارتم الاخير هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب وهو عدد س

(تنبيه) لامانع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان خارج القسمة المطلوب هو خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ على ٥٦٧٠ فيكفي أن نطرح لوغارتم ٥٦٧٠ من لوغارتم ١٣٢٦٧٨ فيكون الباقي وهو ١ر٣٦٩٢٢ هو لوغارتم خارج القسمة المطلوب و ينتج من ذلك أن هذا الخارج يكون ٢٣و٤٠

(المثال الرابع) المطلوب تحصيل خارج قسمة

$$\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦} \text{ على } \frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$$

فنبحث عن لوغارتمي كسري $\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦}$ و $\frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$ وحيث ان هذين اللوغارتمين هما ٠ر٢٣٣٨٠ و ـــ ٠ر٥٨٦٢٢ فاطرح اللوغارتم الثاني من الاول فيكون الباقي

٠ر٢٣٣٨٠ + ٠ر٥٨٦٢٢ او ٠ر٨٢٠٠٢ وعدد ٦ر٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم ٠ر٨٢٠٠٢

هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب

(تنبيه) لا مانع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان خارج القسمة المطلوب وهو س = $\frac{٣٨٤٩ \times ٩٧٢٤}{٩٩٨ \times ٥٦٧٦}$ فيكفي تعيين خارج قسمة ٩٧٢٤ × ٣٨٤٩ على ٥٦٧٦ × ٩٩٨ ولهذا تؤخذ لوغارتمات اعداد ٩٧٢٤ و ٣٨٤٩ و ٥٦٧٦ و ٩٩٨ ثم يطرح من مجموع اللوغارتمين الاولين مجموع اللوغارتمين الاخيرين فيكون الباقي وهو ٠٫٨٢٠٠٢ دالا على لوغا س وعدد ٦٫٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم ٠٫٨٢٠٠٢ هو المقدار التقريبي لعدد س

وحيث ان المقدار الحقيقي لعدد س هو ٦٫٦٠٧٢٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاستعمال اللوغارتمات يعطي الارقام الاربعة الاعشارية الاولى من خارج القسمة

(المثال الخامس) المطلوب تحصيل القوة الرابعة عشرة لكسر $\frac{٢١}{٢٠}$ فتبحث عن لوغارتم $\frac{٢١}{٢٠}$ وهو ٠٫٠٢١١٩ ثم تضربها في ١٤ فيكون حاصل الضرب وهو ٠٫٢٩٦٦٦ دالا على لوغارتم عدد س المطلوب وعدد ١٫٩٨٠ الذي ينسب اليه لوغارتم ٠٫٢٩٦٦٦ هو المقدار التقريبي لعدد س ومتى استخرجت من أول وهلة مقدار عدد س الحقيقي وجدته ١٫٩٧٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث لا تعطي اللوغارتمات الا الرقمين الاولين من يسار العدد المطلوب فيكون العدد المتحصل وهو ١٫٩٨٠ كبيرا جدا الا أن الخطا يكون أصغر من واحد من آحاد المنزلة المرموز اليها بالرقم الرابع من عدد ١٫٩٨٠ أي من ٠٫٠٠١ لان مقدار ما يلزم زيادته على ١٫٩٧٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية لاجل ايجاد ١٫٩٨٠ أصغر من ٠٫٠٠١

(المثال السادس) المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٢٥}$ فخذ لوغارتم ـ ١٫٠٠٩٦٩١ للكسر المذكور وضعفها أربع مرات

فتجد الحاصل بعد التضعيف وهو ــ ٣٨٧٦٤ر٤ دالا على لوغا عدد س وعدد ٠٠٠٠٤٠٩٦ر٠ الذي ينسب اليه لوغارتم ــ ٣٨٧٦٤ر٤ هو مقدار عدد س الحقيقي

(المثال السابع) المطلوب تحصيل مكعب ٦٩٤ر٠

فنقول ان لوغارتم ٦٤٩ر٠ هو ــ ١٨٧٧٧٦ر٠ فاذا ضربنا هذا اللوغارتم فى ٣ دلت النتيجة وهى ــ ٥٦٣٢٨ر٠ على لوغا س وينتج من ذلك أن س = ٢٧٣٣٥ر٠ ويكون ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ر٠ هو مقدار عدد س الحقيقي

(المثال الثامن) المطلوب تحصيل جذر مكعب $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ فاطرح لوغا ٢ من لوغا ٧٨٩٩ فالباقى وهو ٣٫٥٩٦٥٤ المسبوق بعلامة ــ هو لوغارتم $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ ثم اقسم ــ ٣٫٥٩٦٥٤ على ٣ فخارج القسمة وهو ــ ١٩٨٨٤ر١ يدل على لوغارتم عدد س وعدد ٠٦٣٢٦ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ــ ١٩٨٨٤ر١ هو مقدار عدد س التقريبي

(المثال التاسع) المطلوب تحصيل الجذر التربيعي لمكعب ١٢

فاضرب لوغارتم ١٢ فى ٣ فتكون النتيجة وهى ٣٫٢٣٧٥٤ هى لوغارتم $١٢^{٣}$ ونصف ٣٫٢٣٧٥٤ وهو ١٫٦١٨٧٧ يدل على لوغارتم جذر مربع $١٢^{٣}$ وعدد ٤١٫٥٦٩ الذى ينسب اليه لوغارتم ١٫٦١٨٧٧ هو المقدار التقريبي للجذر المطلوب

(المثال العاشر) المطلوب تحصيل جذر مكعب القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٢٥}$

فنقول حيث ان لوغارتم $\left(\frac{٢}{٢٥}\right)^{٤}$ يساوى ــ ٣٨٧٦٤ر٤ كما فى المثال السادس فثلث هذا اللوغارتم وهو ــ ٤٦٢٥٤ر١ يدل على لوغا س وعدد ٠٣٤٤٧ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ــ ١٫٤٦٢٥٤ هو مقدار س التقريبي

من جزء من مائة ألف من الواحد

(المثال الحادى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ١٠ فنقول حيث ان لوغارتم ١٠ يساوى ١ فلوغارتم الجذر المطلوب هو $\frac{١}{٨}$ اى ١٢٥ر٠ وعدد ٣٣٣٥ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ١٢٥ر٠ هو المقدار التقريبى للجذر المطلوب لان $\sqrt[٨]{١٠}$ = ٣٣٣٥٢١٤٣ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية كما فى المثال الرابع من نمرة ١٨٦

(المثال الثانى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن عشر لعدد ٣٤ فاقسم لوغارتم ٣٤ على ١٨ فيكون خارج القسمة وهو ٠٨٥٠٨ر٠ هو لوغارتم الجذر المطلوب وعدد ٢١٦٤ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ٠٨٥٠٨ر٠ هو المقدار التقريبى للجذر المطلوب

(الفصل السادس)

(فى المتممات الحسابية)

---

(٢٦١) المتمم الحسابى للوغارتم هو الباقى بعد طرح هذا اللوغارتم من عدد ١٠ وعليه فيقال حيث ان لوغارتم ٢ هو ٣٠١٠٣ر٠ فتممه الحسابى هو ١٠ — ٣٠١٠٣ر٠ اى ٦٩٨٩٧ر٩

وقد استبان انه يكفى فى تحصيل المتمم الحسابى لاى لوغارتم كان أن تطرح من ١٠ أول رقم معنوى موضوع على يمين اللوغارتم المفروض وتطرح من ٩ مابقى من الارقام

ويكفى فى الدلالة على المتمم الحسابى لاى لوغارتم كان أن تضع قبل هذا اللوغارتم هذا الرمز وهو تم وعليه فاذا رمزت برمز تم لوغا ٢ دل ذلك على المتمم الحسابى للوغارتم ٢ وحيث ان لوغا ٢ = ٣٠١٠٣ر٠ فاذن تم لوغا ٢ = ١٠ — ٣٠١٠٣ر٠ = ٦٩٨٩٧ر٩

(٢٦٢) اذا أردت أن تطرح لوغارتما من عدد مفروض واستبدلت عملية

هذا

هذا الطرح بزيادة المتمم الحسابى للوغارتم المفروض على العدد المذكور وجدت المجموع مساويا للباقى المطلوب زائدا ١٠ آحاد لان هذا المجموع كبير جدا وليس كبره بقدر مجرد اللوغارتم اللازم طرحه بل بقدر المتمم الحسابى المزيد أيضا * ومقتضى تعريف المتمم الحسابى أن مجموع هذين العددين الاخيرين يساوى ١٠

فاذا أردت أن تطرح مثلا ٠٫٩٥٤٢٤ من ٣٫٥٤١٣٣ فعوضا عن اجراء عملية هذا الطرح تزيد على ٣٫٥٤١٣٣ متمم ٠٫٩٥٤٢٤ وهو ٩٫٠٤٥٧٦ فتكون النتيجة وهى ١٢٫٥٨٧٠٩ كبيرة جدا بقدر ١٠ آحاد ويكفى حينئذ فى تحصيل الباقى المطلوب أن تنقص ١٠ آحاد من ١٢٫٥٨٧٠٩ وذلك لان ٣٫٥٤١٣٣ — ٠٫٩٥٤٢٤ = ٣٫٥٤١٣٣ + ١٠ — ٠٫٩٥٤٢٤ — ١٠

وحيث ان ١٠ — ٠٫٩٥٤٢٤ هو المتمم الحسابى وهو ٩٫٠٤٥٧٦ للوغارتم ٠٫٩٥٤٢٤ فاذن يكون ٣٫٥٤١٣٣ — ٠٫٩٥٤٢٤ = ٣٫٥٤١٣٣ + تم ٠٫٩٥٤٢٤ — ١٠

(٢٦٣) يتوصل بالقاعدة السابقة فى نمرة ٢٦٢ الى الخواص الآتية وهى أولا اذا زدت على لوغارتم بسط الكسر المتمم الحسابى للوغارتم المقام وجدت المجموع دالا على لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ آحاد (ولنمثل لذلك فنقول)

(المثال الاول) أن نفرض كسر $\frac{٣٤٧٨}{٩}$

فاذا زدت على لوغا ٣٤٧٨ المتمم الحسابى للوغا ٩ وجدت المجموع وهو ١٢٫٥٨٧٠٩ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ وذلك لانه يكون لوغا $\frac{٣٤٧٨}{٩}$ = لوغا ٣٤٧٨ — لوغا ٩ = لوغا ٣٤٧٨ + ١٠ — لوغا ٩ — ١٠ = لوغا ٣٤٧٨ + تم لوغا ٩ — ١٠

(المثال الثانى) أن نفرض كسر $\frac{٩}{٣٤٧٨}$

فاذا زدت على لوغا ٩ متم لوغا ٣٤٧٨ كان المجموع وهو ٧ر٤١٢٩١ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠

ثانيا لوغارتم الحد الرابع من أى متناسبة كانت يحصل بزيادة المتمم الحسابى للوغارتم الحد الاول على مجموع لوغارتمى الوسطين وبنقص ١٠ آحاد من النتيجة لان الحد الرابع من أى متناسبة كانت يساوى حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول كما فى نمرة ٢٠١

فاذا أردت أن تستخرج مثلا الحد الرابع من متناسبة ٩٥٠٠٠٠٠ : ٣٢٣ :: ٣٠٤ : س فرد على مجموع لوغارتمى الوسطين وهو ٤ر٩٩٢٠٧ المتمم الحسابى للوغا ٩٥٠٠٠٠٠ وهو ٣ر٠٢٢٢٨ فتجد النتيجة وهى ٨ر٠١٤٣٥ دالة على لوغارتم س زائدا ١٠ أى على لوغا (س × ١٠^١٠) فاذا قسمت على ١٠^١٠ العدد الذى ينسب اليه لوغارتم ٨ر٠١٤٣٥ كان خارج القسمة وهو ٠ر٠١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو مقدار س التقريبى

(تنبيه)* يمكن اختصار هذا العمل لانه حيث كان ٨ر٠١٤٣٥ مساويا للوغا س زائدا ١٠ فبنقص ٥ من العدد التبيينى تكون النتيجة وهى ٣ر٠١٤٣٥ هى لوغارتم س زائدا ٥ وحيث كان لوغارتم ٣ر٠١٤٣٥ منسوبا الى ١٠٣٣ر٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فمقدار س التقريبى يحصل بنقل الشرطة خمس خانات الى الجهة اليسرى من ١٠٣٣ر٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فيكون هكذا ٠ر٠١٠٣٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثالثا اذا وصل بك العمل الى المقابلة بين عدة لوغارتمات موجبة بطريقة الجمع والطرح فاختصر العمل بأن تزيد على اللوغارتمات التى يلزم جمعها المتممات الحسابية للوغارتمات التى يلزم طرحها وحيث كان المجموع المتحصل يزيد عن أصله من العشرات بقدر ما أخذ من المتممات كما فى نمرة ٢٦٢ فيكفى فى تحصيل النتيجة أن تنقص من هذا المجموع عدة عشرات تساوى عدد المتممات المزيدة

(ولنمثل لذلك فنقول)

(المثال الاول) أن يكون المطلوب استخراج عدد س الذى هو خارج قسمة $\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦}$ على $\frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$ بواسطة اللوغارتمات

فلك أن تستخرج لوغارتم س بطرح لوغارتم كسر المقسوم عليه من لوغارتم كسر المقسوم وحيث ان لوغارتم كسر المقسوم عليه سالبة فيؤل الامر الى طرح عدد سالب لكن يجتنب استعمال اللوغارتمات السالبة بملاحظة أن خارج القسمة وهو س لما كان معبرا عنه بكسر $\frac{٣٨٤٩ \times ٩٧٢٤}{٩٩٨ \times ٥٦٧٦}$ كان لوغارتمه مساويا لمجموع لوغارتمى عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ ناقصا مجموع لوغارتمى عدد ٥٦٧٦ وعدد ٩٩٨ وعليه فيكفى فى تحصيل لوغارتم س أن تزيد على لوغارتم عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ المتممات الحسابية للوغارتمى عدد ٥٦٧٦ وعدد ٩٩٨ وتطرح ١٠+١٠ اى ٢٠ من المجموع وهو ٢٠،٨٢٠٠٢ فيصير هكذا ٠،٨٢٠٠٢ وعدد ٦،٦٠٧٢ الذى ينسب اليه لوغارتم ٠،٨٢٠٠٢ هو المقدار التقريبى لخارج القسمة المطلوب وهذا مطابق للنتيجة المتحصلة فى المثال الرابع من نمرة ٢٦٠

(المثال الثانى) أن يكون المطلوب تحصيل س الذى هو خارج قسمة ٩٧٢٤ × ٣٨٤٩ على ٥٦٧٦٠٠ × ٩٩٨٠٠٠٠

نزد على مجموع لوغارتمى عدد ٩٧٢٤ وعدد ٣٨٤٩ المتممات الحسابية للوغارتمى عدد ٥٦٧٦٠٠ وعدد ٩٩٨٠٠٠٠ فنجد المجموع وهو ١٤،٨٢٠٠٢ دالاعلى لوغارتم س زائدا ٢٠ فيتحصل اذن لوغارتم س بطرح ٢٠ من ١٤،٨٢٠٠٢ وحيث ان الباقى بعد الطرح يتوصل به الى لوغارتم سالب فالاولى تحويل العدد التبيينى وهو ١٤ الى ٣ بان تطرح ١١ آحادمن لوغارتم ١٤،٨٢٠٠٢ فيكون الباقى وهو ٣،٨٢٠٠٢ هو لوغارتم خارج القسمة وهو س زائدا ٩ آحاد لانك قد نقصت ١١ آحاد

من لوغارتم كان كبيرا بقدر ٢٠ آحادا وعدد ٦٦٠٧ر٢ وهكذا
من الاعداد الاعشارية الذى ينسب اليه لوغارتم ٣ر٨٢٠٠٢ يدل حينئذ
على حاصل ضرب س فى $\frac{9}{10}$ بحيث اذا قسم ٦٦٠٧ر٢ وهكذا
من الاعداد الاعشارية على $\frac{9}{10}$ كانت النتيجة وهى ٠ر٠٠٠٠٠٦٦٠٧٢
وهكذا من الاعداد الاعشارية هى خارج القسمة المطلوب

(المثال الثالث) أن يكون المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٢٥}$
فلاجل تحصيل عدد س المطلوب تزيد على لوغا ٢ متمم لوغا ٢٥
فتجد المجموع وهو ٨ر٩٠٣٠٩ هو لوغارتم $\frac{٢}{٢٥}$ زائدا ١٠ فاذن يكون
أربعة أضعاف ٨ر٩٠٣٠٩ أعنى ٣٥ر٦١٢٣٦ هو لوغارتم $س^{٤٠}$
زائدا ٤٠ فاذا قسمت العدد المقابل للوغارتم ٣٥ر٦١٢٣٦ على ١٠
وجدت خارج القسمة دالا على س ولكن الاخصر أن تنقص ٣٢ آحادا
من العدد التبيينى وهو ٣٥ فيتحول الى ٣ ويدل الباقى وهو ٣ر٦١٢٣٦
على لوغا س زائدا ٨ أى على لوغارتم س × $\frac{٨}{١٠}$ وحيث ان
لوغارتم ٣ر٦١٢٣٦ يقابل عدد ٤٠٩٦ فاقسم ٤٠٩٦ على $١٠^{٨}$
فيكون خارج القسمة وهو ٠ر٠٠٠٠٤٠٩٦ هو مقدار س الحقيقى

(المثال الرابع) أن يكون المطلوب تعيين مقدار س الذى هو مقدار
مكعب ٠ر٦٤٩

$$\text{فيكون } س^{٣} = ٠ر٦٤٩^{٣} = \left(\frac{٦٤٩}{١٠٠٠}\right)^{٣}$$

ولاجل اجتناب اللوغارتمات السالبة تزيد على لوغا ٦٤٩ متمم لوغا ١٠٠٠
وهو ٧ فيكون المجموع وهو ٩ر٨١٢٢٤ هو لوغارتم $\frac{٦٤٩}{١٠٠٠}$ زائدا ١٠
فاذن يكون عدد ٢٩ر٤٣٦٧٢ الذى هو ثلاثة أضعاف ٩ر٨١٢٢٤
هو لوغارتم س زائدا ٣٠ وتنقص لوغارتم ٢٩ر٤٣٦٧٢ بقدر
٢٦ آحادا ليتحول العدد التبيينى الى ٣ ويكون الباقى وهو
٣ر٤٣٦٧٢ هو لوغارتم س زائدا ٣٠ — ٢٦ أى أربعة

بحيث

بحيث اذا قسم عدد ٢٧٣٣٥ر٥ المقابل للوغارتم ٣ر٤٣٦٧٢ على $١٠^{٤}$ كان خارج القسمة وهو ٢٧٣٣٥ر٠ هو مقدار س التقريبي

وعدد ٠ر٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مقدار س الحقيقي

•(المثال الخامس)• أن يكون المطلوب تحصيل س الذى هو جذر مكعب كسر $\frac{٢}{٧٨٩٩}$

فزد على لوغا ٢ متمم لوغا ٧٨٩٩ فيكون المجموع وهو ٦ر٤٠٣٤٦ هو لوغارتم $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ زائدا ١٠ فاذا قسمت ٦ر٤٠٣٤٦ على ٣ كان خارج القسمة وهو ٢ر١٣٤٤٨ مساويا لاوغا س زائدا $\frac{١٠}{٣}$

أى مساويا للوغارتم $س \times \sqrt[٣]{١٠}$ وذلك لانه ينتج من خواص نمرة ٢٤١ أن لوغا $(س \times \sqrt[٣]{١٠}) = $ لوغا س + لوغا $\sqrt[٣]{١٠}$

$= $ لوغا س + $\frac{١}{٣}$ لوغا ١٠ = لوغا س + $\frac{١}{٣}$ لوغا ١٠ = لوغا س + $\frac{١٠}{٣}$

ويمكن تحصيل لوغا س بطرح خارج القسمة وهو ٢ر١٣٤٤٨ من كسر $\frac{١٠}{٣}$ المحوّل الى كسر اعشارى الا أن هذا العمل يطول و يؤدّى الى نتيجة سالبة وهو خطأ عظيم لان الغرض من المتممات الحسابية انما هو اجتناب مثل ذلك

ويحصل أيضا مقدار س بقسمة العدد الذى ينسب اليه لوغارتم ٢ر١٣٤٤٨ على $\sqrt[٣]{١٠}$ غير أن هذه العملية غامضة صعبة فيجب اجتنابها بملاحظة انه اذا كان اللوغارتم الذى يلزم قسمته على ٣ بدلا عن كونه كبيرا بقدر ١٠ أكبر من مكرر عدد ٣ الذى هو علامة الجذر المطلوب بقدر ٦ مثلا يكون ثلث هذا اللوغارتم الذى يكبر بقدر ٢ منسوبا الى س × ١٠٠ كما فى الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ بحيث اذا قسم العدد المقابل لهذا اللوغارتم الجديد على ١٠٠ دل خارج القسمة على س

ولاجل اجراء العملية على هذا المنوال تلاحظ أنه حيث كان لوغارتم ٦ر٤٠٣٤٦

كبيرا بقدر ١٠ آحاد فاذا صغرته بقدر ٤ آحاد كان الباقي وهو ٦٢٠٤٠٣٤٦ر٢ مساويا للوغا $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ زائدا ٦ آحاد وعدد ٨٠١١٥ر٠ الذي هو ثلث ٢٤٠٣٤٦ر٢ يساوي لوغا س زائدا ٢ وحيث ان لوغارتم ٨٠١١٥ر٠ ينسب الى عدد ٦٣٢٦٢ر٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية فمقدار س التقريبي يتحصل بقسمة ٦٣٢٦٢ر٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية على ١٠٠ فيكون س = ٠٦٣٢٦٢ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(المثال السادس) أن يكون المطلوب تحصيل جذر مكعب $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ فلاجل تعيين العدد المجهول وهو س تزيد على لوغا ٢ متمم لوغا ٣٥ وحيث كان المجموع هو لوغارتم $\frac{٢}{٣٥}$ زائدا ١٠ فعدد ٣٥ر٦١٢٣٦ الذي هو اربعة أضعاف ذلك المجموع يدل على لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ زائدا ٤٠ ثم تنقص ٣٤ آحادا من ٣٥ر٦١٢٣٦

وحيث ان الباقي وهو ١ر٦١٢٣٦ هو لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})^{٤}$ زائدا ٦ فعدد ٥٣٧٤٥ر٠ الذي هو ثلث هذا الباقي هو لوغارتم س زائدا ٢ ولما كان لوغارتم ٥٣٧٤٥ر٠ ينسب الى عدد ٣ر٤٤٧٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية تبين أن س = ٠٣٤٤٧٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(٢٦٤) وبالجملة فني استعملت المتممات الحسابية في استخراج جذر درجة قوة أي كسر كان فاللوغارتم الذي يلزم قسمته على علامة الجذر يكون كبيرا بقدر ١٠ عدة مرات وقبل أن تقسم هذا اللوغارتم على علامة الجذر المطلوب استخراجه زد على عدده التمييزي أو انقص منه عدة آحاد حتى يصير العدد التمييزي الجديد كبيرا بقدر مكرر تلك العلامة واذا قسمت بهذه الطريقة اللوغارتم الجديد على العلامة المذكورة تحصل لوغارتم يكون عدده التمييزي كبيرا بقدر عدد حقيقي من الآحاد مساو لخارج قسمة مكرر هذه

العلامة

العلامة عليها ثم ابحث عن العدد المقابل لهذا اللوغارتم الجديد وانقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما يزيد من الآحاد فى العدد التبيينى للوغاتم الاخير فتكون النتيجة هى المقدار التقريبى للجذر المطلوب

(الفصل السابع)

(فى استعمال اللوغارتمات لاجل اختصار العمليات المتعلقة بالارباح المركبة)

(٢٦٥) لنفرض فى المسائل الآتية أن سعر المال فى السنة ٥ فى المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة فسنة كما سبقت الاشارة الى ذلك فى نمرة ١٤٠

(المسئلة الاولى) المطلوب ايجاد ما تعادله ٤٨٠٠٠ فرنك نقدا فى آخر ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين من نمرة ١٤٠) فاذا رمزنا بحرف س الى عدد فرنكات المبلغ المطلوب ولاحظنا أن الفرنك الواحد الحال يعادل فى آخر كل سنة $\frac{٢١}{٢٠}$ فرنك (كما فى نمرة ١٤٠) أى يعادل ١٫٠٥ كان س = ٤٨٠٠٠ × $(١٫٠٥)^{٣}$ كما فى نمرة ١٤١ وينتج من ذلك أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠ + ٣ لوغا ١٫٠٥ = ٤٫٧٤٤٨١

وأن س = ٥٥٥٦٢

وحيث ان مقدار س الحقيقى هو ٥٥٥٦٠ (كما فى نمرة ١٤٠) فالخطا الناشئ عن استعمال اللوغارتمات هو فرنكان

(المسئلة الثانية) المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠ فرنك المؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر (راجع المسئلة السادسة والعشرين فى نمرة ١٤٢)

فيقال قد تقدم فى نمرة ١٤٢ أن ٤٨٠٠٠ فرنك تعادل فى آخر ثلاث سنوات وأربعة اشهر ٤٨٠٠٠ × $١٫٠٥^{٣}$ × $\frac{٦١}{٦٠}$ فرنك فاذن يكون س =

٤٨٠٠٠ × $١٫٠٥^{٣}$ × $\frac{٦١}{٦٠}$

وينتج من هذا أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠ + ٣ لوغا ١٫٠٥

+ لوغا $(\frac{٦١}{٦٠})$ = ٥٫٧٥١٩٩ وأن س = ٥٦٤٩٢٥

وحيث ان مقدار س الحقيقي هو ٥٦٤٩٢١ كما في نمرة ١٤٢ فالخطا الناشئ عن استعمال اللوغارتمات هو ٤ فرنكات

(المسئلة الثالثة) المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٥٥٦٦٠

فاذا رمزنا بحرف س الى عدد السنين المطلوب فمبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك فرنك

يعادل بعد مضي س من السنين ٤٨٠٠٠٠ × $١٫٠٥^{س}$ كما في نمرة ١٤١

وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يعادل ٥٥٥٦٦٠ فرنك فاذن يكون

٤٨٠٠٠٠ × $١٫٠٥^{س}$ = ٥٥٥٦٦٠ وينتج من ذلك أن

$١٫٠٥^{س}$ = : $\frac{٥٥٥٦٦}{٤٨٠٠٠}$ وأن س لوغا ١٫٠٥ = لوغا ٥٥٥٦٦ ـ لوغا ٤٨٠٠٠ = ٠٫٠٦٣٥٧

وحيث ان لوغا ١٫٠٥ = ٠٫٠٢١١٩ فاذا قسمنا ٠٫٠٦٣٥٧ على ٠٫٠٢١١٩ دل خارج القسمة وهو ٣ على س

(المسئلة الرابعة) المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا

فاذا رمزنا بحرف س الى عدد السنين المطلوب يكون ٤٨٠٠٠٠

× $١٫٠٥^{س}$ = ٥٦٤٩٢١ وينتج من هذا أن $١٫٠٥^{س}$ = $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$

وان س لوغا ١٫٠٥ = لوغا ٥٦٤٩٢١ ـ لوغا ٤٨٠٠٠٠

= ٠٫٠٧٠٧٥ وان س = $\frac{٠٫٠٧٠٧٥}{\text{لوغا } ١٫٠٥}$ = $\frac{٠٫٠٧٠٧٥}{٠٫٠٢١١٩}$ = ٣٫٣ فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية فعلى ذلك يلزم ان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ يوضع للاسترباح مدة ٣ سنوات بحيث يكون ربحه مركبا ثم يوضع أيضا للاسترباح مدة بعض أشهر بحيث يكون ربحه بسيطا ويرمز لعدد الاشهر

بحرف

بحرف ز

فرنك

وحيث ان ٤٨٠٠٠٠ اذا وضعت لان تربح ربحا مركبا تعادل فى آخر ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا كما فى المسئلة الاولى من هذا الفصل فيلزم حينئذ البحث عن عدد الاشهر التى يلزم أن يوضع فيها رأس مال ٥٥٥٦٦٠ فرنك لتربح ربحا بسيطا حتى يصير ٥٦٤٩٢١ فرنكا أعنى ليكون ربحه البسيط ٥٦٤٩٢١ — ٥٥٥٦٦٠ أى ٩٢٦١ فرنكا

ولكن حيث ان الربح البسيط للفرنك الواحد فى الشهر الواحد هو $\frac{1}{240}$ كما سبق فى المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة فالربح البسيط للفرنك الواحد فى مدة ز من الاشهر هو $\frac{1}{240} \times$ ز وربح ٥٥٥٦٦٠ فرنك البسيط فى ز من الاشهر هو $\frac{1}{240} \times$ ز $\times$ ٥٥٥٦٦٠ فرنك فاذن يكون ز $\times \frac{555660}{240}$ $= 9261$

وينتج من ذلك أن ز $= \frac{9261 \times 240}{555660} = \frac{9261 \times 24}{55566}$ ولوغا ز $=$ لوغا ٩٢٦١ + لوغا ٢٤ — لوغا ٥٥٥٦٦ $=$ ٠٫٦٠٢٠٦ و ز $=$ ٤

فاذن يكون الزمن المطلوب ٣ سنوات و ٤ أشهر

(المسئلة الخامسة) المطلوب تعيين الزمن الذى يلزم أن يوضع فيه للاسترباح رأس مال يؤخذ منه فى السنة خمسة فرنكات على كل مائة ليربح ضعف مقداره الحال

وهذا يؤل الى البحث عن معرفة مقدار الزمن الذى يعادل فيه الفرنك الواحد ٢ فاذا رمزنا بحرف س الى عدد السنين المطلوب يكون $(1{,}05)^{س} = 2$ كما فى نمرة ١٤١ وينتج من هذا أن س $\times$ لوغا $(1{,}05) =$ لوغا ٢ وأن س $= \frac{\text{لوغا } 2}{\text{لوغا } 1{,}05} = \frac{0{,}30103}{0{,}02119} = 14{,}2$

وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذن يكون الزمن المطلوب مركبا من ١٤ سنة وبعض أشهر (أقل من ١٢) يرمز اليها بحرف ز

وحيث ان الفرنك الحال يعادل فى ظرف ١٤ سنة ١ × $1{,}05^{14}$ فرنك

فيلزم حينئذ البحث عن عدد الاشهر التى يوضع فيها هذا المبلغ الاخير ليربح ربحا بسيطا حتى يصير فرنكين

وحيث ان ربح الفرنك الواحد فى مدة ز من الاشهر هو $\frac{ز}{٢٤٠}$ من الفرنكات كما فى المسئلة الرابعة من هذا الفصل فالفرنك الواحد يعادل فى آخر ز من الاشهر $\left(1 + \frac{ز}{٢٤٠}\right)$ من الفرنكات فاذن $1{,}05^{14}$ فرنك تعادل بعد مضى ز من الاشهر $\left(1 + \frac{ز}{٢٤٠}\right) \times 1{,}05^{14}$ فرنك

وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يساوى ٢ من الفرنكات لزم أن $\left(1 + \frac{ز}{٢٤٠}\right) \times 1{,}05^{14} = 2$ وينتج من هذا ان لوغا $\left(1 + \frac{ز}{٢٤٠}\right)$ + لوغا $(1{,}05)^{14}$ = لوغا ٢ وان لوغا $\left(1 + \frac{ز}{٢٤٠}\right)$ = لوغا ٢ ـ لوغا $(1{,}05)^{14}$ من الفرنكات = لوغا ٢ ـ ١٤ لوغا $(1{,}05) = 0{,}00437$

وحيث ان لوغارتم ٠٫٠٠٤٣٧ ينسب الى عدد ١٫٠١٠ فيكون $1 + \frac{ز}{٢٤٠} = 1{,}010$ وينتج من ذلك أن $\frac{ز}{٢٤٠} = 1{,}010$
وان ز = $0{,}010 \times 240 = 2{,}4$

فاذن يربح رأس المال ضعف مقداره فى نهاية ١٤ سنة و ٢٫٤ شهر وهكذا من الاعداد الاعشارية أعنى بعد مضى ١٤ سنة وشهرين و ١٢ يوما تقريبا

(المسئلة السادسة) اذا كان راس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار

شهر
ما ربحه بعد مضى ١٤ سنة و ٢ر٤
فيقال ان رأس المال المذكور وهو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ١٤
فرنك ١٤
سنة ١٠٠ × ١٫٠٥ كما فى نمرة ١٤١
فرنك
وحيث ان ربح الفرنك الواحد فى الشهر الواحد هو $\frac{١}{٢٤٠}$ كما سبق فى المسائل
شهر فرنك
المتعلقة بالفوائد البسيطة فربح الفرنك الواحد فى مدة ٢ر٤ هو $\frac{١}{٢٤٠}$
فرنك
× ٢ر٤ اى $\frac{١}{١٠٠}$
شهر فرنك فرنك فرنك
وعليه فالفرنك الحال يعادل بعد مضى ٢ر٤ ١ + $\frac{١}{١٠٠}$ اى ١
× $\frac{١٠١}{١٠٠}$
فرنك ١٤
فاذن رأس المال وهو ١٠٠ فرنك الذى كان يعادل ١٠٠ × ١٫٠٥
شهر فرنك
بعد مضى ١٤ سنة يعادل بعد مضى ١٤ سنة و ٢ر٤ ١٠٠
فرنك ١٤ ١٤
× ١٫٠٥ × $\frac{١٠١}{١٠٠}$ اى ١٫٠٥ × ١٠١ فاذن يكون س =
١٤
١٫٠٥ × ١٠١
وينتج من هذا أن لوغا س = ١٤ لوغا ١٫٠٥ + لوغا ١٠١
= ٢ر٣٠٠٩٨ وأن س = ١٩٩ر٩٧ وهكذا من الاعداد
فرنك
الاعشارية فاذن يكون المبلغ المطلوب هو ١٩٩ر٩٧ وهكذا من الاعداد
الاعشارية اى ٢٠٠ فرنك تنقص ٣ سنتيمات

فاذن رأس المال يتضاعف تقريبا بعد مضى ١٤ سنة و ٢ر٤ شهر

(المسئلة السابعة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله بعد انقضاء قرن تام

فاذا رمزنا بحرف س الى فرنكات المبلغ المطلوب كان س = ١٠٠ × ١٠٠ ١ر٠٥ ولوغا س = لوغا ١٠٠ + ١٠٠ لوغا ١ر٠٥ = ١١٩ر٤ و س = ١٣١٥٢ فرنك

فاذن رأس المال الذى هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى قرن بتمامه ١٣١٥٢

(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله بعد مضى ٥٠ سنة

فاذا رمزنا الى فرنكات المبلغ المطلوب بحرف س كان س = ١٠٠ × ٥٠ ١ر٠٥ وينتج من هذا أن لوغا س = لوغا ١٠٠ + ٥٠ لوغا ١ر٠٥ = ٣ر٠٥٩٥ وأن س = ١١٤٦ر٨

فاذن رأس المال الذى هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٥٠ سنة ١١٤٦ر٨ فرنك

(المسئلة التاسعة) اذا كان رأس المال الذى هو ٤٨٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فما مقدار سعر المال

فاذا رمزنا بحرف س الدال على عدد الفرنكات الى قيمة الفرنك الواحد فى آخر السنة الاولى كان مبلغ ٤٨٠٠٠ فرنك يعادل فى آخر السنة الثالثة ٤٨٠٠٠ × س ٣ من الفرنكات فاذن يتحصل ٤٨٠٠٠ × س ٣ = ٥٥٥٦٦٠ وينتج من هذا أن لوغا س = ٠ر٠٢١١٩ وأن س = ١ر٠٥

فرنك

وبناء على ذلك يقال حيث ان الفرنك الواحد يعادل بعد مضى سنة ١٫٠٥

فرنك

فمبلغ ١٠٠ فرنك يعادل فى آخر السنة الاولى ١٠٥ فيكون ربح المائة فرنك فى السنة الواحدة ٥ فرنكات فاذن يكون سعر المال ٥ على المائة فى كل سنة

(تنبيه) اذا علم رأس المال وعلمت قيمته بعد مضى عدد معلوم من السنين والاشهر باخذ الارباح كما سبق فى نمرة ١٤٠ فالعمليات الحسابية لا تكفى فى معرفة سعر المال وانما المرجع فى ذلك الى علم الجبر اذ به تحل المعادلة ذات المجهول الواحد المنسوب الى الدرجة المرموز اليها بعدد السنين زائدا واحدا

(الباب التاسع)

(فى ذكر مسائل يتمرن بها الطالب)

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(المسئلة الاولى) اذا كان معناقطعة من الجوخ العال قدرها ثلاثون مترا وعرضها $\frac{٩}{١٢}$ وثمنها ٧٢٠ فرنكا فما ثمن خمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$

فاذا فرضنا أن العرض واحد كان ثمن المتر من الجوخ الوسط هو $\frac{١٥}{١٦}$ من ثمن المتر من الجوخ العال

وحيث ان ثمن الثلاثين مترا من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{٩}{١٢}$ هو ٧٢٠ فرنكا فثمن المتر الواحد من الجوخ المذكور الذى عرضه $\frac{٩}{١٢}$ هو جزء

فرنك

من ٣٠ من ٧٢٠ اى ٢٤

فرنك

وثمن المتر من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{١}{١٢}$ هو الجزء التاسع من ٢٤

فرنك فرنك

او $\frac{٢٤}{٩}$ اى $\frac{٨}{٣}$ وثمن المتر من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ هو ٨

فرنك فرنك

فى $\frac{٨}{٣}$ اى $\frac{٦٤}{٣}$

فرنك

وثمن المتر من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ هو $\frac{١٥}{١٦}$ من $\frac{٦٤}{٣}$ اى

٢٠ فرنكا فاذن ثمن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ هو

فرنك

٥٠ فى ٢٠ اى ١٠٠٠ فرنك

(المسئلة الثانية) اذا كان هناك عملان متفاوتان فى الصعوبة

فرنك

بان كانت النسبة بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فى نظير عمل ١٢ مترا من أحدهما فما مقدار ما يلزم دفعه من الفرنكات

فى اجرة عمل ١٠ أمتار من العمل الثانى

فيقال حيث ان أجرة الاثنى عشر مترا من العمل الاول هى ٧٢٣٦ فرنك فاجرة

عمل المتر الواحد هى $\frac{٧٢٣٦}{١٢}$ فرنك ولكن اذا لم نرمز الى صعوبة هذا العمل بعدد ٣

بأن رمزنا اليها بالواحد بمعنى اننا صغرناها عن أصلها ثلاث مرات فان أجرة المتر

الواحد من ذلك العمل لا تزيد على $\frac{٧٢٣٦}{١٢ \times ٣}$ فرنك وحيث ان صعوبة العمل الثانى

يرمز اليها بعدد ٤ فاجرة المتر الواحد منه هى $\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{١٢ \times ٣}$ فرنك وأجرة عشرة

الامتار هى $\frac{١٠ \times ٤ \times ٧٢٣٦}{١٢ \times ٣}$ فرنك فاذا لوحظ أن عدد ٤ عامل لعدد ١٢

وأن ٧٢٣٦ يقبل القسمة على ٩ كما فى نمرة ٤٣ آلت هذه الكمية

الى ٨٠٤ فرنك × ١٠ = ٨٠٤٠ فرنك

(المسئلة الثالثة) اذا كان العملان متفاوتين فى الصعوبة بان كانت النسبة

بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فرنك فى نظير عمل ١٢ مترا

من أحدهما ومبلغ ٨٠٤٠ فرنك فى نظير عمل عدة أمتار من العمل الثانى

فما يكون عدد هذه الامتار

فيقال قد سبق فى المسئلة التى قبلها أن اجرة المتر الواحد من العمل الثانى هى

$\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{١٢ \times ٣}$ فرنك = ٨٠٤ فرنك فاذا قسمنا حينئذ الاجرة بتمامها وهى ٨٠٤٠ فرنك

على عدد ٨٠٤ فرنك الذى هو أجرة المتر الواحد تحصل عدد الامتار وهو ١٠ متر

(حصص تناسبية)

(المسئلة الرابعة) اذا اشترك ثلاثة تجار ومكثوا فى الشركة ٣ سنوات وكان أحدهم قد وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك وبعد مضى ١٥ شهرا وضع ٤٥٠٠ فرنك والثانى وضع أولا ١٨٠٠٠ فرنك وبعد مضى سبعة أشهر أخذ ٧٦٠٠ فرنك والثالث وضع ٩٦٥٠ فرنكا مكثت المدة المذكورة وهى ثلاث سنوات وبلغ الربح الكلى ٣٩٠٤٥ فرنكا فا حصة كل واحد منهم من هذا الربح

اما التاجر الاول فانه وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك مكثت فى الشركة مدة ٣ سنوات او ٣٦ شهرا ثم وضع ٤٥٠٠ فرنك لم تمكث فى الشركة الا مدة ٣٦ — ١٥ اى ٢١ شهرا وهذان المبلغان يربحان بقدر

فرنك فرنك فرنك

ما يربح ٣٦ فى ١٢٠٠٠ فرنك اى ٤٣٢٠٠٠ و ٢١ فى ٤٥٠٠ اى ٩٤٥٠٠ فى مدة شهر واحد بحيث تكون حصة التاجر الاول من الربح هى عين ما يربحه

فرنك فرنك فرنك

لو وضع ٤٣٢٠٠٠ + ٩٤٥٠٠ اى ٥٢٦٥٠٠ فى مدة شهر واحد

فرنك

واما التاجر الثانى فانه وضع ١٨٠٠٠ مكثت فى الشركة سبعة أشهر

فرنك فرنك فرنك فرنك

ثم أخذ منها ٧٦٠٠ فلم يمكث الباقى وهو ١٨٠٠٠ — ٧٦٠٠ أى ١٠٤٠٠ فى الشركة الا مدة ٣٦ — ٧ أى ٢٩ شهرا فيلزم أن يربح هذان المبلغان

فرنك فرنك فرنك

بقدر ما يربحه ١٨٠٠٠ × ٧ + ١٠٤٠٠ × ٢٩ اى ٤٢٧٦٠٠ فى مدة شهر واحد

فرنك

واما التاجر الثالث فانه وضع ٩٦٥٠ مكثت فى الشركة ٣٦ شهرا فيكون

فرنك فرنك

ربحها بقدر ما يربحه ٩٦٥٠ × ٣٦ اى ٣٤٧٤٠٠ فى مدة شهر واحد فحينئذ تكون الحصص المطلوبة من الربح هى عين خارج قسمة الربح الذى

هو ٣٩٠٤٥ فرنكا على ثلاثة شركاء رؤس أموالهم الموضوعة هى

فرنك فرنك فرنك
٥٢٦٥٠٠ و ٤٢٧٦٠٠ و ٣٤٧٤٠٠

فرنك
وحيث ان مجموع المبالغ الثلاثة هو ٣٠١٥٠٠ فربح هذا المجموع

فرنك
يبلغ ٣٩٠٤٥

فرنك فرنك
وعليه فربح الفرنك الواحد $\frac{٣٩٠٤٥}{٣٠١٥٠٠}$ اى ٣٠ر٠ فاذن تكون

فرنك فرنك
حصص الشركاء الثلاثة من الربح هى ٠٣ر٠ × ٥٢٦٥٠٠ و ٠٣ر٠

فرنك فرنك فرنك فرنك
× ٤٢٧٦٠٠ و ٠٣ر٠ × ٣٤٧٤٠٠ اعنى ١٥٧٩٥ و ١٢٨٢٨ و ١٠٤٢٢

فرنك
ولاشك أن مجموع هذه الحصص الثلاثة يساوى الربح وهو ٣٩٠٤٥ فرنكا

● (المسئلة الخامسة) ● اذا قوم وسق سفينة مثلا بمبلغ ٨٠٠٠٠٠
وضمن هذا الوسق من التلف بأن اشترط انه عند حصول التلف يدفع الضامن

فرنك
فى مقابلة كل فرنك من قيمة التالف ١٧ر٠ وعرض للسفينة فى سيرها
ما أتلف من وسقها ماقيمته ٧٠٠٠٠ فرنك فما مقدار ما يلزم الضامن دفعه

فرنك
لتاجر له فى هذا الوسق التالف بضاعة قيمتها ٦٠٠٠٠

فرنك فرنك
فيقال حيث ان البضائع التى قيمتها ٨٠٠٠٠٠ تلف منها ماقيمته ٧٠٠٠٠

فرنك فرنك
فالفرنك الواحد من هذه القيمة يخصه من التلف $\frac{٧٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠٠}$ اى $\frac{٧}{٨٠}$

فرنك فرنك فرنك
ومبلغ ٦٠٠٠٠ من القيمة المذكورة يخصه من التلف ٦٠٠٠٠ فى $\frac{٧}{٨٠}$ أى ٥٢٥٠

وحيث ان التاجر المذكور تلف من بضائعه ما قيمته ٥٢٥٠ فرنكا فيلزم
فرنك فرنك
الضامن أن يدفع له ٥٢٥٠ فى ١٧ر٠ اى ٨٩٢ر٥٠

(المسئلة السادسة) المطلوب تقسيم ٢٢٩٠ الى أربع حصص مستوفية للشروط الآتية وهى أن تكون

الحصة الاولى : الثانية :: ٣ : ٢
والاولى : الثالثة :: ٥ : ٧
والثانية : الرابعة :: ٨ : ٩

فينتج من المتناسبتين الاوليين انه اذا كانت الحصة الاولى ١ كانت الثانية $\frac{٢}{٣}$ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ واذا أردت معرفة الحصة الرابعة فركب هذه المتناسبة وهى ٨ : ٩ :: $\frac{٢}{٣}$: الحصة الرابعة فينتج من ذلك أن الحصة الرابعة $= \frac{١٨}{٢٤} = \frac{٣}{٤}$

فاذن يلزم أن الحصص المطلوبة تكون متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{٢}{٣}$ و $\frac{٧}{٥}$ و $\frac{٣}{٤}$ فاذا ضربت هذه الاعداد فى ٣ × ٥ × ٤ وذلك لا يغير مقدار نسبها وجدت الحصص المطلوبة متناسبة مع اعداد ٦٠ و ٤٠ و ٨٤ و ٤٥ وحيث ان مجموع هذه الاعداد الاربعة الاخيرة هو ٢٢٩ فالحصص المطلوبة تتحصل بواسطة هذه المتناسبات وهى

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٨٤ : الحصة الثالثة
و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

واذا قسمت حدى النسبة الاولى من كل متناسبة من هذه المتناسبات آلت تلك المتناسبات الى المتناسبات الآتية وهى

١ : ١٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى
و ١ : ١٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

و ١ : ١٠ :: ٤٨ : الحصة الثالثة

و ١ : ١٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

وينتج من هذه المتناسبات الاخيرة أن الحصص المطلوبة هى ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠

ومن المعلوم أن الاعداد المذكورة اعنى ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠ مستوفية لشروط المسئلة لان مجموعها يساوى عدد ٢٢٩٠ المطلوب تقسيمه الى الحصص المذكورة ويكون

٦٠٠ : ٤٠٠ :: ٣ : ٢ و ٦٠٠ : ٨٤٠ :: ٥ : ٧ و ٤٠٠ : ٤٥٠ :: ٨ : ٩

(المسئلة السابعة) هلك هالك عن زوجة حامل وترك من الاموال فرنك ٧٨٠٠ واوصى قبل وفاته انها اذا وضعت ذكرا أخذت ٣١٢٠ فرنكا واخذ الغلام الباقى وهو ٤٦٨٠ واذا وضعت أنثى أخذت ٣٢٥٠ فرنكا واخذت البنت الباقى وهو ٤٥٥٠ فوضعت ذكرا وانثى فما كيفية تقسيم المال على وفق غرض الموصى

فالجواب أن يقال ان هذه المسئلة تؤل الى تقسيم التركة وهى ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص تكون النسب بينها على وفق منطوق الوصية

فعلى هذا اذا اعتبرنا أن حصص الام والغلام والبنت كالحصة الاولى والثانية والثالثة تحصل معنا هاتان المتناسبتان وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٣١٢٠ : ٤٦٨٠

والحصة الاولى : الثالثة :: ٣٢٥٠ : ٤٥٥٠

فاذا قسمنا كلا من ٣١٢٠ و ٤٦٨٠ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ١٥٦٠ ثم قسمنا كلا من ٣٢٥٠ و ٤٥٥٠ على قاسمهما المشترك الاعظم وهو ٦٥٠ تحصل معنا متناسبتان مكافئتان للمتناسبتين السابقتين وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣

الحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧

والغرض حينئذ تقسيم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص تكون نسبة الاولى منها الى الثانية كنسبة ٢ الى ٣ ونسبة الاولى الى الثالثة كنسبة ٥ الى ٧

ولاجل ذلك نبحث عن الحصص فى صورة ما اذا كانت الاولى منها واحدا فنجد هاتين المتناسبتين وهما

٢ : ٣ :: ١ الى الحصة الثانية و ٥ : ٧ :: ١ : الحصة الثالثة

وحيث ان الحد الرابع من هاتين المتناسبتين هو $\frac{٣}{٢}$ و $\frac{٧}{٥}$ فى الصورة المذكورة اعنى صورة ما اذا كانت الحصة الاولى ١ تكون الثانية $\frac{٣}{٢}$ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ فيلزم حينئذ أن تكون الحصص المطلوبة متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{٣}{٢}$ و $\frac{٧}{٥}$ فاذا ضربنا هذه الاعداد الثلاثة فى ٢ × ٥ (وذلك لا يغير تناسباتها) كانت الحواصل المطلوبة هى ١٠ و ١٥ و ١٤

فآلت المسئلة حينئذ الى تقسيم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص متناسبة مع اعداد ١٠ و ١٥ و ١٤ فعلى هذا اذا كان العدد المفروض ١٠ + ١٥ + ١٤ اى ٣٩ تكون الحصص ١٠ و ١٥ و ١٤ وحيث ان العدد المطلوب قسمته كبر عدة مرات فالحصص يلزم أن تكبر ايضا بقدر كبر العدد المذكور حتى تبقى على نسبها وحينئذ فالحصص المجهولة هى الحدود الرابعة من هذه المتناسبات وهى

٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٠ : س و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٥ : س و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٤ : س

ولاجل اختصار العمل تقسم حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ٣٩ فتحصل هذه المتناسبات وهى

١ : ٢٠٠ :: ١٠ : س و ١ : ٢٠٠ :: ١٥ : س و ١ : ٢٠٠ :: ١٤ : س

وحيث ان الحدود الرابعة من هذه المتناسبات هى ٢٠٠٠ فرنك و ٣٠٠٠ فرنك و ٢٨٠٠ فرنك فالحصص المطلوبة هى ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠ و ٢٨٠٠ وهى انصباء الام (أعنى زوجة الميت) والغلام والبنت وهذا التقسيم مستوف لشروط المسئلة لان مجموع الحصص المذكورة هو ماتركه الاب المتوفى أعنى ٧٨٠٠ فرنك وهى متناسبة على هذا الوجه

٢٠٠٠ : ٣٠٠٠ :: ٢ : ٣ و ٢٠٠٠ : ٢٨٠٠ :: ٢٠ : ٢٨ :: ٥ : ٧

(الارباح البسيطة)

(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ٤٨٠٠٠٠ فرنك وعادل بعد مضى ٤٠ شهرا ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما مقدار مايعادله مبلغ ٨٦٤٨١ فرنكا وضع للاسترباح بسعر المبلغ الاول ومكث ٨٠ شهرا

فالجواب أن يقال قد سبق فى المسئلة الحادية والعشرين (فى المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة) أن سعر المال فى السنة الواحدة ٥ فى المائة ويؤخذ من ذلك ان ربح الفرنك فى مدة ٨٠ شهرا هو $\frac{1}{3}$ فرنك وعليه فربح ٨٦٤٨١ فرنك هو ٨٦٤٨١ فى $\frac{1}{3}$ اى ٢٨٨٢٧ فرنك فاذن يكون مبلغ ٨٦٤٨١ فرنك نقدا يعادل بعد مضى ٨٠ شهرا ٨٦٤٨١ فرنك + ٢٨٨٢٧ فرنك اى ١١٥٣٠٨ من الفرنكات

(المسئلة التاسعة) اذا أضيف الى رأس المال ارباحه حتى عادل بعد مضى خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا وعادل بعد مضى ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا فما مقدار رأس المال وسعر المال

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ١٢٣٥ و ١٣١٢ هو ٧٧ والتفاضل بين ٥ و ١٦ هو ١١ فحينئذ رأس المال المطلوب يزيد فى ١١ شهرا

فرنك فرنك
٧٧ فرنكا وفى الشهر الواحد $\frac{٧٧}{١١}$ اى ٧ وفى خمسة اشهر ٥ فى ٧
اى ٣٥ فرنكا
وحيث ان رأس المال الاصلى بعد مضى ٥ اشهر يعادل ١٢٣٥
فرنك فرنك
فرنكا فرأس المال المطلوب هو حينئذ ١٢٣٥ — ٣٥ اى ١٢٠٠ فرنك
فرنك
وحيث ان ربح ١٢٠٠ فى مدة خمسة أشهر هو ٣٥ فرنكا فربح
فرنك
١٢٠٠ فرنك فى الشهر الواحد هو $\frac{٣٥}{٥}$ اى ٧ فرنكات وربح ١٢٠٠
فرنك
فرنك فى ١٢ شهرا هو ٧ فى ١٢ وربح ١٠٠ فرنك فى ١٢ شهرا
فرنك
هو $\frac{١٢ \times ٧}{١٢}$ اى ٧ فرنكات وعليه فسعر المال فى السنة الواحدة
هو ٧ فى المائة فاذا كان المال الموضوع للاسترباح بهذا السعر وجدت
مبلغ ١٢٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضى خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا
وبعد مضى ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا

(الارباح المركبة)

(المسئلة العاشرة) اذا كان على شخص دين قدره ٤٨٠٠٠٠ فرنك
مؤجل بسنتين و ١١ شهرا فأراد قضاءه ببوليصة اى ورقة حوالة مؤجلة
بست سنوات وثلاثة اشهر فما قيمة هذه البوليصة

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ٦ سنوات وثلاثة اشهر وسنتين و ١١
شهرا هو ٣ سنوات واربعة اشهر فالمسئلة حينئذ تؤل الى تعيين ما يعادله
مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأجل معلوم بعد مضى ٣ سنوات
واربعة اشهر فنقول قد سبق فى المسئلة السادسة والعشرين (فى المسائل
المتعلقة بالارباح المركبة) ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى

ثلاث سنوات واربعة اشهر ٥٦٤٩٢١ فرنكا
وعليه فتكون قيمة البوليصة ٥٦٤٩٢١ فرنكا

(المسئلة الحادية عشرة) اذا كان هنالك مبلغ رأس مال قدره ٥٦٤٩٢١ فرنكا مؤجلا بثلاث سنوات واربعة اشهر فما مقدار ما يعادله نقدا من الفرنكات

فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة السادسة والعشرين (في المسائل المتعلقة بالارباح المركبة) أن الفرنك الحال يعادل بعد مضى ٣ سنوات واربعة اشهر $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك فاذا قسمنا حينئذ ٥٦٤٩٢١ فرنك على $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فرنك كان خارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما في نمرة ١٣٧

(المسئلة الثانية عشرة) ما مقدار الزمن الذى فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا بأخذ الارباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال اذا أضيف ربح كل سنة على التوالى الى رأس المال فان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضى سنة ٥٠٤٠٠٠ فرنك وبعد مضى سنتين ٥٢٩٢٠٠ فرنك وبعد ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا وبعد اربع سنوات ٥٨٣٤٤٣ فرنكا وحيث ان العدد المفروض وهو ٥٦٤٩٢١ محصور بين ٥٥٥٦٦٠ و ٥٨٣٤٤٣ فالزمن المطلوب هو بالضرورة محصور بين ٣ و ٤ من السنين

وحيث كان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضى ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فيكفى البحث عن عدد الاشهر التى اذا وضع فيها مبلغ ٥٥٥٦٦٠ فرنكا لربح ربحا بسيطا صار مقداره ٥٦٤٩٢١ فرنكا فيلزم أن يكون ربح ٥٥٥٦٦٠ فرنكا في مدة الاشهر المطلوبة هو

فرنك ٥٦٤٩٢١ — فرنك ٥٥٥٦٦٠ اى ٩٢٦١ فرنكا

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ فى مدة اثنى عشر شهرا هو جزء من عشرين من ٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فيقال حينئذ

حيث ان رأس المال هو ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فالربح الذى مقداره ٢٧٧٨٣ فرنكا يكون مقدار زمنه اثنى عشر شهرا والربح الذى مقداره

فرنك واحد يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣}$ والربح الذى مقداره ٩٢٦١

فرنكا يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣} \times ٩٢٦١$ اى اربعة اشهر

وحينئذ فمقدار الزمن المطلوب هو ثلاث سنوات واربعة اشهر

• (المسئلة الثالثة عشرة) • اذا كان على مدين مبلغ ١١٠٠٠ فرنك يدفع ربحها فى كل سنة ٢٢٠٠ فرنك فاراد أن يؤدى ماعليه من ربح ورأس مال فى ظرف سنتين بان يدفع ذلك على مرتين متساويتين فى نهاية كل سنة من السنتين فما مقدار المدفوع فى كل مرة مع مراعاة الارباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال حيث ان ربح ١١٠٠٠ فرنك فى كل سنة هو ٢٢٠٠ فرنك

فرنك فرنك

فربح الفرنك الواحد فى كل سنة هو $\frac{٢٢٠٠}{١١٠٠٠}$ اى $\frac{١}{٥}$ بحيث يكون الفرنك

فرنك فرنك فرنك

الواحد نقدا يعادل فى رأس كل سنة $١ + \frac{١}{٥}$ اى $\frac{٦}{٥}$ وعليه فمبلغ

فرنك

١١٠٠٠ فرنك نقدا يساوى فى آخر السنة الثانية $١١٠٠٠ \times (\frac{٦}{٥})^٢$ (كما فى نمرة ١٤١) اى يساوى ١٥٨٤٠ فرنكا فيعادل حينئذ مجموع الدفعتين المقومتين فى هذه المدة الاخيرة ١٥٨٤٠ فرنكا لكن الدفعة الاولى التى حصلت فى آخر السنة الاولى تعادل فى آخر الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها والدفعة الثانية تعادل فى آخر السنة الثانية $\frac{٥}{٥}$ قيمتها فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين

الدفعتين المقومتين فى آخر السنة الثانية $\frac{٦}{٥}$ زائدة $\frac{٥}{٥}$ اى $\frac{١١}{٥}$ من
الدفعة الاولى

فعلى هذا حيث ان $\frac{١١}{٥}$ من الدفعة الاولى تعادل ١٥٨٤٠ فرنكا
فرنك

فخمس الدفعة الاولى يعادل $\frac{١٥٨٤٠}{١١}$ اى ١٤٤٠ فرنكا فالدفعة
الاولى حينئذ تعادل ٥ فى ١٤٤٠ فرنكا اى ٧٢٠٠ فرنك
فاذن يدفع المدين فى آخر السنة الاولى ٧٢٠٠ فرنك ويبقى عليه ربح
١١٠٠٠ فرنك وهو ٢٢٠٠ فرنك وحينئذ لا يلزمه الا دفع ٥٠٠٠ فرنك
على رأس المال وهو ١١٠٠٠ فرنك الذى صار قدره ٦٠٠٠ فرنك
فلا يراعى حينئذ فى السنة الثانية الا مبلغ ١٢٠٠ فرنك الذى هو ربح
٦٠٠٠ فرنك الباقية على المدين واذا أضيف هذا الربح الى ٦٠٠٠ فرنك
كان المجموع ٧٢٠٠ فرنك وهذا القدر هو الباقى الذى يلزم دفعه فى آخر
السنة الثانية وبهذه الدفعة الثانية التى قدرها ٧٢٠٠ فرنك الحاصل
دفعها فى السنة المذكورة يتم قضاء ما بقى من الدين * والمسائل التى من هذا
القبيل تسمى مسائل دفع رأس المال مع الفائدة

(المسئلة الرابعة عشرة) عرض على احد التجار ٣٠ مترا من الجوخ
العال الذى عرضه $\frac{٩}{١٢}$ على أن الثمن ٧٢٠ فرنكا نقدا وعرض عليه
ايضا ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ على أن الثمن ١٢٠٠
فرنك مؤجلة بسنتين فلو فرضنا أن العرض فى الجنسين واحد لكان ثمن المتر
الواحد من الجوخ الوسط $\frac{١٥}{١٦}$ من ثمن المتر الواحد من الجوخ العال والموضوع
هنا أن سعر المال فى كل سنة ١٠ فى المائة وأن ارباح الارباح تعتبر سنة
فسنة والمطلوب أن التاجر يعرف اى الامرين أنفع له

فبموجب الشروط المذكورة فى الصورة الاولى وهى ثلاثون مترا من الجوخ
فرنك

العال الذى عرضه $\frac{٩}{٣٦}$ ثمنها ٧٢٠ نقدا يكون ثمن المتر الواحد من هذا

فرنك
الجوخ الذى عرضه $\frac{٩}{١٢}$ جزأ من ثلاثين من ٧٢٠ اى ٢٤ وثمن المتر
الواحد من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{١}{١٢}$ هو جزء من تسعة من
فرنك فرنك فرنك
٢٤ اى $\frac{٢٤}{٩}$ اى $\frac{٨}{٣}$ وثمن المتر الواحد من الجوخ العال الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$
فرنك فرنك
هو ٨ فى $\frac{٨}{٣}$ اى $\frac{٦٤}{٣}$

فرنك
وثمن المتر الواحد من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ هو $\frac{١٥}{١٦}$ من $\frac{٦٤}{٣}$
اى ٢٠ فرنك
وحينئذ فثمن ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ هو ٥٠
فرنك فرنك
فى ٢٠ اى ١٠٠٠ نقدا
فاذا أخذت أرباح الارباح على حساب ١٠ على ١٠٠ فى كل سنة
فرنك فرنك
ظهر أن ١٠٠٠ نقدا تعادل ١٢١٠ فى سنتين
ومن ذلك يعلم أن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذى عرضه $\frac{٨}{١٢}$ المؤجل
فرنك
ثمنها بسنتين يكون ثمنها على التاجر ١٢١٠ بموجب شروط الصورة الاولى
فرنك
و ١٢٠٠ بموجب شروط الثانية وحينئذ فالصورة الثانية هى الانفع للتاجر

(مزج الموائع)

(المسئلة الخامسة عشرة) مامقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثنى عشر ليترا من الشراب الذى ثمن الليتر منه ١٥ صولديا حتى يصير ثمن الليتر منه بعد المزج ٩ صولديات والفرض أن الماء لاقيمة له

(الحل الاول) حيث ان ثمن الليتر من المزج المطلوب وهو ٩ صولديات اذا ضرب فى عدد ليترات هذا المزج يلزم أن يساوى ثمن المزج بتمامه

وهو

صل
وهو ١٢ فى ١٥ اى ١٨٠ صولديا فعدد اللبترات يتحصل بقسمة
١٨٠ صولديا على ٩ صولديات فيكون الخارج ٢٠
وحينئذ فعدد لبترات الماء المطلوبة ٢٠ — ١٢ اى ٨

(الحل الثانى) أن يقال ان اللبتر الذى ثمنه ١٥ صولديا ويباع بتسعة
صل صل صل
صولديات يخسر ١٥ — ٩ اى ٦ واللبتر من الماء الذى يضاف الى
صل
الشراب ويباع بتسعة صولديات يربح ٩ فعلى هذا يجبر الربح الخسارة
صل
فى صورة ما اذا امتزجت تسعة لبترات من الشراب الذى ثمن اللبتر منه ١٥
بستة لبترات من الماء لانه اذا بيع اللبتر من المزج بتسعة صولديات كانت
صل صل صل صل صل
الخسارة ٩ فى ٦ اى ٥٤ وكان الربح ٦ فى ٩ اى ٥٤
وحيث ان ٦ هى $\frac{٦}{٩}$ او $\frac{٢}{٣}$ التسعة فقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثنى
صل
عشر لبترا من الشراب الذى ثمن اللبتر منه ١٥ لاجل تركيب المزج
المطلوب هو $\frac{٢}{٣}$ اثنى عشر لبترا اى ٨ لبترات

(المسئلة السادسة عشرة) اذا كان هنالك عدة انواع من الشراب ثمن اللبتر
صل صل صل صل
من احدها ٥ ومن الثانى ١٠ ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤
وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقادير تناسبية منها بحيث يصير ثمن اللبتر من
صل
المزج ١٢ فما تكون هذه المقادير

فالجواب أن يقال اذا صنعنا من هذه الانواع مزجين بان ركبنا أحدهما
صل
مما ثمن اللبتر منه دون ١٢ وركبنا الآخر مما ثمن اللبتر منه اكثر من

صل صل
١٢ وجدنا ثمن الليتر من المزج الاول اقل من ١٢ وثمن الليتر من المزج

صل
الثاني اكثر من ١٢ فتصير المسئلة حينئذ هكذا ما المقدار الذي
يلزم اخذه من كل من هذين المزجين لتركيب مزج ثالث يكون ثمن الليتر منه
صل
١٢

فالجواب أن يقال اذا كان المأخوذ مثلا من نوع الشراب الذي ثمن الليتر منه
صل صل
٥ اربعة ليترات وما ثمن الليتر منه ١٠ ستة ليترات كان ثمن الليتر من هذا
صل
المزج الاول ٨ كما في نمرة ١٤٣ ويكون محتويا على $\frac{٤}{١٠}$ من الليتر
صل صل
الذي ثمنه ٥ وعلى $\frac{٦}{١٠}$ من الليتر الذي ثمنه ١٠

صل
وكذلك اذا كان المأخوذ من نوع الشراب الذي ثمن الليتر منه ١٤ سبعة
صل
ليترات وما ثمن الليتر منه ٢٤ ثلاثة ليترات كان ثمن الليتر من هذا المزج الثاني
صل صل
١٧ ويكون محتويا على $\frac{٧}{١٠}$ من الليتر الذي ثمنه ١٤ وعلى $\frac{٣}{١٠}$
صل
من الليتر الذي ثمنه ٢٤

فحينئذ يكون المطلوب ايجاد المقادير التناسبية التي يلزم اخذها من نوع الشراب
صل صل
الذي ثمن الليتر منه ٨ ومن نوع الشراب الذي ثمن الليتر منه ١٧ ليتركب
صل
من مزجهما ببعضهما مزج ثالث يكون ثمن الليتر منه ١٢ وحيث ان كل ليتر

ثمنه

صل صل صل
ثمنه ٨ ويبع باثنى عشر صولديا بربح ٤ كما أن كل ليتر ثمنه ١٧
صل
ويبع باثنى عشر صولديا بخسر ٥ فبناء على ذلك اذا أردنا ان الربح يجبر
صل
الخسارة يكفى أن نأخذ ٥ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ٨
صل
و ٤ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٧ فيكون ثمن الليتر من
صل
هذا المزج ١٢

ولا صعوبة فى معرفة ما احتوى عليه هذا المزج الاخير من ليترات كل نوع من انواع الشراب المفروضة وذلك أن الليتر الواحد من المزج الاول الذى ثمن
صل صل
الليتر منه ٨ يحتوى على $\frac{٤}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{٦}{١٠}$ من
صل
الليتر الذى ثمنه ١٠ وحينئذ فالليترات الخمسة من المزج الاول تحتوى على
صل صل
$\frac{٢٠}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{٣٠}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٠
صل
والليتر الواحد من المزج الثانى الذى ثمن الليتر منه ١٧ يحتوى على $\frac{٧}{١٠}$
صل صل
من الليتر الذى ثمنه ١٤ وعلى $\frac{٣}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤ وحينئذ فالليترات الاربعة من المزج الثانى تحتوى على $\frac{٢٨}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه
صل صل
١٤ وعلى $\frac{١٢}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤
صل
وحيث ان الليترات التسعة من المزج الثالث الذى ثمن الليتر منه ١٢

صل
مركبة من ٥ ليترات من النوع الذى ثمن الليتر منه ٨ ومن ٤ ليترات
صل
من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٧ فهى حينئذ تحتوى على $\frac{٢٠}{١٠}$ من الليتر
صل صل
الذى ثمنه ٥ وعلى $\frac{٣٠}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٠ وعلى $\frac{٢٨}{١٠}$ من الليتر
صل صل
الذى ثمنه ١٤ وعلى $\frac{١٢}{١٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤
فاذا ضربت ذلك فى ١٠ وجدت التسعين ليترا من المزج المطلوب
صل
تحتوى على ٢٠ ليترا من النوع الذى ثمن الليتر منه ٥ وعلى ٣٠ ليترا
صل
من النوع الذى ثمن الليتر منه ١٠ وعلى ٢٨ ليترا من النوع الذى
صل صل
ثمن الليتر منه ١٤ وعلى ١٢ ليترا من النوع الذى ثمن الليتر منه ٢٤
صل
فحينئذ كل ليتر من هذا المزج يحتوى على $\frac{٢٠}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥
صل صل
وعلى $\frac{٣٠}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٠ وعلى $\frac{٢٨}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٤
صل
وعلى $\frac{١٢}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤
صل
وبهذه الطريقة يمكن تركيب عدد معلوم من الليترات التى ثمن كل ليتر منها ١٢
بان ناخذ من أنواع الشراب بمقادير تناسبية حسبما ذكرناه عدة ليترات منها
صل صل صل صل
ما ثمنه ٥ ومنها ما ثمنه ١٠ ومنها ما ثمنه ١٤ ومنها ما ثمنه ٢٤
وحل مثل هذه المسائل يكون بطرق مختلفة ولذا قيل انها مسائل مطلقة

(بمعنى

(بمعنى ان حلها غير مقيد بطريقة مخصوصة)

(المسئلة السابعة عشرة)* المطلوب تركيب مزج يبلغ مقداره ٣٦٠
ليترا من أربعة انواع من الشراب ثمن الليتر من احدها ٥ صل ومن الثانى ١٠ صل
ومن الثالث ١٤ صل ومن الرابع ٢٤ صل بحيث يصير ثمن الليتر منه بعد الخلط ١٢ صل
فيقال قد سبق فى المسئلة المتقدمة انه يمكن تركيب الليتر من المزج المطلوب
باخذ $\frac{٢٠}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٥ صل و $\frac{٣٠}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٠ صل
و $\frac{٢٨}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ١٤ صل و $\frac{١٢}{٩٠}$ من الليتر الذى ثمنه ٢٤ صل
فاذا ضربت ذلك فى ٣٦٠ رأيت انه يمكن تركيب ٣٦٠ ليترا من
المزج المطلوب باخذ ٨٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ٥ صل و ١٢٠ ليترا
مما ثمن الليتر منه ١٠ صل و ١١٢ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٤ صل و ٤٨
ليترا مما ثمن الليتر منه ٢٤ صل وبنظير البراهين المتقدمة تحصل النتائج
الآتية (فى المسائل التى سنذكرها)

(المسئلة الثامنة عشرة) اذا كان مع تاجر نوعان من الشراب ثمن الليتر
من احدهما ٩ ر ٠ فرنك ومن الثانى ٨ ر ٠ فرنك فما المقادير التى يلزمه اخذها
من كل نوع منهما لاجل الخلط حتى يصير مقدار المزج ١٠٠ ليتر ثمن كل ليتر
منها ٨٧ ر ٠ فرنك

فالجواب أن يقال المزج المطلوب يكون مركبا من ٧٠ ليترا مما ثمن الليتر منه

فرنك فرنك
٠ر٩ ومن ٣٠ ليترا مما ثمن اللتر منه ٠ر٨ .

(المسئلة التاسعة عشرة) اذا كان هناك نوعان من الشراب ثمن اللتر من

فرنك فرنك
احدهما ٠ر٩ ومن الثانى ٠ر٨ وأردنا أن نركب منهما مزجا بأخذ

فرنك
مقادير تناسبية منهما بحيث يصير ثمن اللتر من هذا المزج ٠ر٨٧ فما تكون هذه المقادير

فرنك
فالجواب أن يقال ان كمية الشراب الذى ثمن اللتر منه ٠ر٩ يلزم أن تكون $\frac{٧}{١٠}$ من المزج الكلى

(المسئلة العشرون) اذا كان مع أحد التجار ٧٠ ليترا من الشراب

فرنك
الذى ثمن اللتر منه ٠ر٩ فما مقدار ما يلزم اضافته من الشراب الذى ثمن

فرنك فرنك
اللتر منه ٠ر٨ حتى يصير ثمن اللتر من المزج ٠ر٨٧ .

فالجواب أن يقال ان عدد اللترات المطلوبة هو $\frac{٣}{٧}$ من ٧٠ اى ٣٠

(المسئلة الحادية والعشرون) ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى ١٠٨

فرنك فرنك
ليترات من الشراب الذى ثمن اللتر منه $\frac{١١}{١٢}$ حتى يصير ثمن اللتر من المزج $\frac{٩}{١٠}$

فالجواب أن يقال ان المزج يلزم أن يكون مركبا من ١١٠ ليترات بحيث يلزم أن يكون مقدار المضاف الى ١٠٨ ليترات من الشراب ليترين من الماء

(المسئلة الثانية والعشرون) اذا كان هناك أربعة انواع من الشراب

فرنك فرنك فرنك
ثمن اللتر من احدها ٠ر٥٠ ومن الثانى ٠ر١٠ ومن الثالث ٠ر١٤

فرنك
ومن الرابع ٠ر٢٤ واردنا ان نركب منها مزجا بأخذ مقادير تناسبية منها

بحيث

فرنك
بحيث يصير ثمن الليتر من المزج ١٢ر٠ فما تكون هذه المقادير
فالجواب أن يقال حيث ان اثمان كل ليتر من أنواع الشراب قبل التركيب وبعده هي ٥ و ١٠ و ١٤ و ٢٤ و ١٢ سنتيما فالمقادير التناسبية المطلوبة هي عين ما تقدم في المسئلة السابعة عشرة فحينئذ كل ليتر من
فرنك
المزج المطلوب يخصه $\frac{٣٠}{٩٠}$ مما ثمن الليتر منه ٠٥ر٠ و $\frac{٢٠}{٩٠}$ مما ثمن
فرنك فرنك
الليتر منه ١٠ر٠ و $\frac{٢٨}{٩٠}$ مما ثمن الليتر منه ١٤ر٠ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما ثمن
فرنك
الليتر منه ٢٤ر٠

(المسئلة الثالثة والعشرون) المطلوب تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليترا بأخذ مقادير تناسبية من اربعة أنواع من الشراب ثمن الليتر من احدها
فرنك فرنك فرنك
٠٥ ر ٠ ومن الثاني ١٠ ر٠ ومن الثالث ١٤ ر٠ ومن الرابع
فرنك فرنك
٢٤ ر ٠ بحيث يكون ثمن الليتر من المزج ١٢ ر ٠
فالجواب أن يقال حيث ان المقادير التناسبية هنا هي عين ما تقدم في المسئلة السابقة فاذا ضربنا في ٣٦٠ كميات الشراب التي يتركب منها كل ليتر من المزج المطلوب ظهر أنه يمكن تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليترا من ٨٠ ليترا
فرنك فرنك
مما ثمن الليتر منه ٠٥ر٠ ومن ١٢٠ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٠ر٠ ومن
فرنك فرنك
١١٢ ليترا مما ثمن الليتر منه ١٤ر٠ ومن ٤٨ ليترا مما ثمن الليتر منه ٢٤ر٠

(خلط المعادن)

(المسئلة الرابعة والعشرون) اذا كان مع صائغ سبيكتان من الذهب عيار

احداهما ٩٠ر٠ والثانية ٨٠ر٠ فما مقدار ما يلزم أخذه من الغرامات من كل سبيكة لاجل تركيب مخلوط منهما قدره ١٠٠ غرام وعياره ٨٧ر٠

(الحل الاول) حيث ان المائة غرام التي هي قدر المخلوط المطلوب يلزم أن تحتوى من الذهب على ٨٧ غراما فان أخذت هذه المائة من السبيكة الاولى كانت محتوية من الذهب على ٩٠ غراما عوضا عن ٨٧ غراما بمعنى أن عيارها يزيد عن العيار الاول ٣ غرامات فيستعوض حينئذ عدد من غرامات الذهب الذى عياره ٩٠ ر ٠ من الخالص بمثله من غرامات الذهب الذى عياره ٨٠ ر ٠ بحيث لا تحتوى المائة غرام التي هي المخلوط الا على ٨٧ غراما من الذهب الخالص

ولكن اذا استعوضنا الواحد الذى عياره ٩ر٠ من الخالص بمثله من الذهب الذى عياره ٨ر٠ وجدنا كمية الذهب الموجودة فى المائة غرام التي هي المخلوط تنقص فى كل غرام بقدر ١ر٠ غرام وعليه فيلزم أن نأخذ من الذهب الذى عياره ٨ر٠ من الخالص عدة غرامات بقدر مرات دخول ١ ر ٠ غرام فى ٣ غرام فاذا قسمنا ٣ غرامات على ١ ر ٠ دل خارج القسمة وهو ٣٠ على انه يلزم أن نستعوض ثلاثين غراما من المائة غرام التي عيارها ٩ر٠ من الخالص بثلاثين غراما من الذى عياره ٨ر٠

فاذن المائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تكون مركبة من ١٠٠ — ٣٠ اى ٧٠ غراما من السبيكة الاولى التي عيارها ٩ ر ٠ من الخالص ومن ٣٠ غراما من السبيكة الثانية التي عيارها ٨ ر ٠ من الخالص

(الحل الثاني) أن تجرى العملية كما لو كانت كمية المخلوط مجهولة ثم تبحث عن المقادير التناسبية التي بحسبها يكون خلط نوعى الذهب فتجد كل غرام من هذا المخلوط يحتوى على ٧ر٠ غرام من السبيكة الاولى وعلى ٣ر٠ غرام من

السبيكة

السبيكة الثانية كما فى المسئلة الرابعة والثلاثين من نمرة ١٤٤

وعليه فالمائة غرام التى هى المخلوط المطلوب تتركب بسبك ١٠٠ غرام

فى ٠ر٧ غرام أى ٧٠ غراما من السبيكة الاولى مع ١٠٠ فى ٠ر٣

أى ٣٠ غراما من السبيكة الثانية

(المسئلة الخامسة والعشرون) اذا كان مع صائغ سبيكتان احداهما

مركبة من ٢٧٠ غراما من الذهب و ٣٠ غراما من النحاس

والثانية مركبة من ٤٠ غراما من الذهب و ١٠ من النحاس

فما مقدار ما يلزم أخذه من كل سبيكة لاجل تركيب سبيكة ثالثة زنتها ٦٠

غراما وتحتوى من الذهب على ٥٢ر٢ غرام ومن النحاس ٧ر٨ غرام

فالجواب ان يقال يؤخذ من القاعدة التى أسلفناها فى مبحث خلط المعادن

(نمرة ١٤٤) أن عيارات السبائك الثلاثة بالنظر للذهب هى ٠ر٩٠

و ٠ر٨٠ و ٠ر٨٧ فتصير المسئلة حينئذ هكذا ما المقادير التناسبية

التى بحسبها يخلط نوع الذهب الذى عياره ٠ر٩٠ ونوع الذهب الذى

عياره ٠ر٨٠ من الخالص لاجل تركيب ٦٠ غراما من نوع الذهب

الذى عياره ٠ر٨٧

فالجواب أن يقال انه تقدم فى المسئلة الرابعة والعشرين السابقة أن كل غرام

من المخلوط المطلوب يكون مركبا من ٠ر٧ غرام من السبيكة الاولى

ومن ٠ر٣ غرام من السبيكة الثانية فاذن تكون الستون غراما التى هى المخلوط

المطلوب مركبة من ٦٠ غرام فى ٠ر٧ أى ٤٢ غرام من السبيكة الاولى

ومن ٦٠ غرام فى ٠ر٣ غرام أى ١٨ غرام من السبيكة الثانية

(المسئلة السادسة والعشرون) اذا كان مع صائغ ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٠٩٠ر٠ من الخالص فما المقدار الذى يلزم اضافته اليه من الذهب الذى عياره ٠٨٠ر٠ من الخالص حتى ينقص عيار المخلوط المركب منهما بحيث يصير ٨٧ر٠

فالجواب أن يقال انه يبحث أولا عن المقادير التناسبية التى بحسبها يدخل هذان النوعان فى المخلوط الذى عياره ٨٧ر٠ من الخالص وقد سبق فى المسئلة

غرام

الرابعة والعشرين أن الغرام من المخلوط المطلوب يحتوى على ٧ر٠ من

غرام

الذهب الذى عياره ٠٩٠ر٠ وعلى ٣ر٠ من الذهب الذى عياره ٠٨٠ر٠

غرام غرام

ولكن حيث ان ٣ر٠ هى $\frac{3}{7}$ من ٧ر٠ فكمية الذهب الذى عياره ٠٨٠ر٠ من الخالص يلزم أن تكون $\frac{3}{7}$ من كمية الذهب الذى عياره ٠٩٠ر٠ فاذن يتركب المخلوط المطلوب بخلط ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره ٠٩٠ر٠ من الخالص مع $\frac{3}{7}$ من ٧٠ غراما أى ٣٠ غراما من الذهب الذى عياره ٠٨٠ر٠ من الخالص

(المسئلة السابعة والعشرون) ما المقدار الذى يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما من الذهب الذى عياره $\frac{5}{11}$ من الخالص حتى يزيد عياره عن ذلك ويصير $\frac{4}{7}$

فالجواب أن يقال حيث ان $\frac{5}{11}$ من المخلوط المفروض ذهب خالص فالباقى من هذا المخلوط وهو $\frac{6}{11}$ يكون مركبا من مادة أخرى كالنحاس فتكون الثلاثة والثلاثون غراما من المخلوط المذكور محتوية من النحاس على $\frac{6}{11}$ من ٣٣ غراما أى ١٨ غراما

ومتى أضفت من الذهب كمية مناسبة وجدت المخلوط الجديد الناتج عن هذه الاضافة يحتوى من الذهب الخالص على أربعة اسباع زنته ومن

النحاس

النحاس على ثلاثة اسباعها فتجد حينئذ الثمانية عشر غراما من النحاس الموجودة فى المخلوط المطلوب هى ثلاثة اسباع زنة هذا المخلوط بتمامه
غرام
فاذن تحصل زنته بقسمة ١٨ على $\frac{٣}{٧}$ فيكون الخارج ٤٢ غراما وحينئذ يكون المقدار الذى يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما هو ٤٢ — ٣٣ أى ٩ غرامات

وذلك انه حيث كانت ٣٣ غراما من المخلوط المفروض محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ١٥ غراما من الذهب الخالص فبسبكها مع ٩ غرامات من الذهب الخالص يتحصل ٤٢ غراما من المخلوط محتوية على ١٨ غراما من النحاس وعلى ٢٤ من الذهب فاذن كل غرام
غرام غرام
من هذا المخلوط يحتوى على $\frac{٢٤}{٤٢}$ أى $\frac{٤}{٧}$ من الذهب الخالص
فاذن يكون عيار المخلوط بالنظر للذهب $\frac{٤}{٧}$

(المسئلة الثامنة والعشرون) ما المقدار الذى يلزم اضافته من النحاس الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$ حتى ينقص عيارها عن ذلك ويصير $\frac{٩}{١٠}$

فالجواب أن يقال ان المائة والثمانية غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$
غرام
من الخالص تحتوى على ١٠٨ × $\frac{١١}{١٢}$ اى ٩٩ غراما من الذهب الخالص فاذا أضفنا اليها كمية النحاس اللازمة وجدنا فى المخلوط الناتج عن الاضافة ٩٩ غراما من الذهب الخالص وحيث كان المطلوب أن عيار هذا المخلوط يكون $\frac{٩}{١٠}$ فبضرب زنته بتمامه بعد الخلط فى $\frac{٩}{١٠}$ يتحصل ٩٩ غراما من الذهب المشتمل عليه ذلك المخلوط فاذا قسمنا حينئذ ٩٩ غراما على $\frac{٩}{١٠}$ نخارج القسمة وهو ١١٠ غرامات هو زنة المخلوط المطلوب بتمامه فيلزم حينئذ أن نضيف الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره

$\frac{١١}{١٢}$ مقدارا من النحاس يبلغ ١١٠ — ١٠٨ أى غرامين
غرام

وذلك انه حيث كانت ١١٠ من المخلوط المركب بهذه الكيفية هى
غرام

دائما محتوية على ٩٩ من الذهب فكل غرام من هذا المخلوط يحتوى
غرام غرام

على $\frac{٩٩}{١١٠}$ أى $\frac{٩}{١٠}$ من الذهب الخالص فيكون حينئذ عيار هذا المخلوط بالنظر الى الذهب $\frac{٩}{١٠}$

(تنبيه) لما كانت كمية النحاس التى يلزم اضافتها الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$ حتى ينقص ذلك العيار ويصير $\frac{٩}{١٠}$ مساوية
غرام

لغرامين أى $\frac{٢}{١٠٨}$ من ١٠٨ أى $\frac{١}{٥٤}$ من ١٠٨ كانت كمية النحاس التى يلزم اضافتها الى سبيكة من الذهب الذى عياره $\frac{١١}{١٢}$ حتى ينقص ذلك العيار ويصير $\frac{٩}{١٠}$ تساوى $\frac{١}{٥٤}$ من زنة هذه السبيكة بتمامها

(المسئلة التاسعة والعشرون) اذا صنع سابك سبيكة زنتها ١٠٨ غرامات بسبك نقود قديمة بعضها ذهب وبعضها فضة فما المقدار الذى يلزم اضافته من النحاس الى هذه السبيكة لاجل تركيب مخلوط يناسب النقود الجديدة

فالجواب أن يقال حيث كان عيار النقود القديمة $\frac{١١}{١٢}$ وعيار الجديدة $\frac{٩}{١٠}$ فالمخلوط المطلوب يتركب حينئذ بسبك غرامين من النحاس مع ١٠٨ غرامات من السبيكة المفروضة كما فى المسئلة الثامنة والعشرين

(المسئلة الثلاثون) اذا كان مع صائغ أربع سبائك من الذهب عيار احداها ٠٥ر٠ والثانية ١٠ر٠ والثالثة ١٤ر٠ والرابعة ٢٤ر٠ فما المقدار الذى يلزم أخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط عياره ١٢ر٠

فالجواب أن يقال انه بنظير البراهين السابقة فى المسئلة السادسة عشرة يمكن تركيب غرام من الذهب عياره ١٢ر٠ من الخالص وذلك

غرام غرام
بأن يسبك الصائغ $\frac{٢٠}{٩٠}$ من الذهب الذى عياره ٠٠٥ر٠ من الخالص و $\frac{٣٠}{٩٠}$
غرام غرام
مما عياره ٠١٠ر٠ و $\frac{٢٨}{٩٠}$ مما عياره ٠١٤ر٠ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما عياره ٠٢٤ر٠

(المسئلة الحادية والثلاثون) اذا كان مع صائغ أربع سبائك من الذهب عيار احداها ٠٠٥ر٠ والثانية ٠١٠ر٠ والثالثة ٠١٤ر٠ والرابعة ٠٢٤ر٠ فما المقدار الذى يلزم أخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط من الذهب قدره ٣٦٠ غراما وعياره ٠١٢ر٠ فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة
غرام
المتقدمة انه يمكن تركيب الغرام الواحد من المخلوط المطلوب بأخذ $\frac{٢٠}{٩٠}$
غرام
مما عياره ٠٠٥ر٠ من الخالص و $\frac{٣٠}{٩٠}$ مما عياره ٠١٠ر٠
غرام غرام
و $\frac{٢٨}{٩٠}$ مما عياره ٠١٤ر٠ و $\frac{١٢}{٩٠}$ مما عياره ٠٢٤ر٠ فاذا ضربنا ذلك فى ٣٦٠ رأينا ان ٣٦٠ التى عيارها ٠١٢ر٠ يمكن تركيبها باخذ ٨٠ غراما من الذهب الذى عياره ٠٠٥ر٠ من الخالص و ١٢٠ غراما مما عياره ٠١٠ر٠ و ١١٢ غراما مما عياره ٠١٤ر٠ و ٤٨ غراما مما عياره ٠٢٤ر٠

(المسئلة الثانية والثلاثون) حيث عرفت بموجب ما تقدم فى نمرة ١٢١ فيما يخص النقود والمعاملات تركيب قطع الفرنك من الفضة فيلزم الآن أن تستخرج منها قيمة الفضة والذهب الخالص فى كل قطعة من القطع ذوات العشرين فرنكا ومن ذوات الاربعين أيضا وتستخرج كذلك وزن كل قطعة من قطع الصنفين فنقول قيمة الذهب هى $\frac{٣١}{٢}$ من قيمة الفضة وتقطع النظر عن قيمة النحاس الداخل فى هذه القطع

وقطعة الفرنك الواحد هى عبارة عن مخلوط من الفضة والنحاس وزنه ٥

غرامات منها $\frac{٩}{١٠}$ من الفضة الخالصة فعلى هذا كل $\frac{٩}{١٠}$ من ٥ غرامات من الفضة الخالصة تعادل فرنكا واحدا

ولكن حيث ان $\frac{٩}{١٠}$ من ٥ تبلغ $\frac{٩}{٢}$ فاذن $\frac{٩}{٢}$ غرام من الفضة الخالصة

فرنك

تعادل فرنكا واحدا و $\frac{١}{٢}$ غرام من الفضة الخالصة يعادل $\frac{١}{٩}$ والغرام

فرنك

من الفضة الخالصة يعادل $\frac{٢}{٩}$ والغرام من الذهب الخالص يعادل $\frac{٣١}{٢}$ من

فرنك فرنك

$\frac{٢}{٩}$ أي $\frac{٣١}{٩}$ وحيث ان كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا لا تحتوى الا على $\frac{٩}{١٠}$ من وزنها من الذهب الخالص فالغرام الواحد من هذا

فرنك فرنك فرنك

المخلوط لا يعادل الا $\frac{٩}{١٠}$ من $\frac{٣١}{٩}$ أو $\frac{٣١}{١٠}$ أى ٣٫١

فرنك

وحيث ان ٣٫١ هو قيمة الغرام الواحد من هذا المخلوط فالفرنك الواحد

غرام غرام فرنك غرام

هو قيمة $\frac{١}{٣٫١}$ أو $\frac{١٠}{٣١}$ و ٢٠ هى قيمة $\frac{٢٠٠}{٣١}$ من هذا المخلوط فاذن يكون وزن كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا هو $\frac{٢٠٠}{٣١}$

غرام

من غرام أى ٦٫٤٥١٦١٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

غرام

أى ٦٫٤٥٦١ تقريبا وهذا هو وزن القطعة من ذوات العشرين فرنكا كما سبق فى نمرة ١٢١

(تنبيهان) الاول اذا كانت نقود الفضة والذهب تحتوى على جميع ما ذكرناه من مقادير المعدن الخالص فبسبب هذه النقود تكون قيمة الغرام

فرنك

الواحد من الفضة الخالصة الناتجة من ذلك هو $\frac{٢}{٩}$ وقيمة الغرام الواحد

فرنك

من الذهب $\frac{٣١}{٩}$ (ولا ينظر الى مصاريف السبك لانها تقريبا تعوض بالنحاس المستخرج بهذا السبك)

ثم ان قيمة الذهب والفضة تتغير فى التجارة ولا تلزم فيهما حد دائماً فاذا كان الصاغة فى بعض الاحيان يجدون فائدة فى سبك نقود المعاملة

(التنبيه الثانى) كان يلزم أن يكون عيار النقود الجديدة من الذهب والفضة ٠٫٩٠٠ من الخالص وأن تكون زنة قطعة الذهب التى تساوى

غرام

٢٠ فرنكا ٦٫٤٥١٦١ وأن تكون زنة قطعة الفضة التى تعادل ٥ فرنكات ٢٥ غراما الا أن تعذر وجود عيار ووزن على غاية من الضبط والصحة ألزم الحكومة بالتساهل فى عيار النقود ووزنها حيث سامحت أن يزاد أو ينقص فى قطع الذهب مامقداره ٠٫٠٠٢ وفى قطع الفضة مامقداره ٠٫٠٠٣

فبناء على ذلك يتنوع العيار فى نقود الذهب من ٠٫٨٩٨ الى ٠٫٩٠٢ وفى نقود الفضة من ٠٫٨٨٧ الى ٠٫٩٠٣

غرام

ويلزم ان القطعة من ذوات العشرين فرنكا تزن ٦٫٤٥١٦١ وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية وأن المقدار المتسامح فيه هو ٦٫٤٥١٦١ وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية × ٠٫٠٠٢ أى ٠٫٠١٢٩٠٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا طرحت وجمعت هذا المقدار المتسامح فيه على التوالى وجدت زنة القطعة من ذوات العشرين فرنكا تتنوع من

غرام غرام

٦٫٤٣٨٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ٦٫٤٦٤٥ وهكذا من

الاعداد الاعشارية ووجدت زنة القطعة من ذوات الاربعين فرنكا تساوى الضعف ويلزم أيضا ان زنة قطعة الفضة التى تساوى ٥ فرنكات هى
غرام غرام
٢٥ غراما وان المقدار المتسامح فيه هو ٢٥ × ٠٫٠٠٣ أى ٠٫٠٧٥
غرام غرام غرام
فيتنوع حينئذ وزن هذه القطعة من ٢٤٫٩٢٥ الى ٢٥٫٠٧٥

(مسائل مختلفة)

(المسئلة الثالثة والثلاثون) اذا أراد الخوجة ان يفرق على تلامذته برتقانا فقال لهم اذا أعطيت كل واحد منكم ٦ برتقانات بقى لى ٧ واذا لم أعط الا ٤ بقى ١٧ فما يكون عدد التلامذة وعدد البرتقان

فالجواب أن يقال اذا كان عدد البرتقان المراد تفريقه على التلامذة ينقص بقدر ٦ — ٤ أى بقدر ٢ فعدد البرتقان الباقى يزيد بقدر ١٧ — ٧ أى بقدر ١٠ ولكن هذا العدد الاخير (يعنى ١٠) يلزم أن يكون مساويا لعدد ٢ مكرارا عدة مرات بقدر ما وجد من التلامذة بحيث ينقص من كل تلميذ برتقانتان فيحصل حينئذ عدد التلامذة بقسمة ١٠ على ٢ التى خارجها ٥ فاذا كان الخوجة يعطى ٦ برتقانات لكل تلميذ من الخمسة فانه يفرق ٥ فى ٦ أى ٣٠ وحيث انه يبقى له ٧ برتقانات فيكون عدد البرتقان كله ٣٠ + ٧ أى ٣٧ وأما اذا لم يعط الا أربعة أعنى ٥ فى ٤ أى ٢٠ فانه يبقى له ٣٧ — ٢٠ أى ١٧ برتقانة

(المسئلة الرابعة والثلاثون) اذا حصل فى مركب من مراكب الفرقتين ثقب يدخل فيه من الماء ٤ امتار مكعبة فى الساعة الواحدة ولم يحصل العثور على هذا الثقب الا بعد ثلاث ساعات بحيث كان فى باطن المركب ١٢ مترا مكعبا من الماء حين أريد نزحها بطولمبتين احداهما تنزح ٣٫٧ مترا مكعبا فى الساعة الواحدة والثانية تنزح ٢٫٣ متر مكعب فى الساعة

الواحدة

الواحدة فما مقدار الساعات التى يلزم تشغيل الطولمبتين فيها حتى يجف باطن المركب من الماء

فالجواب أن يقال اذا حصل تشغيل الطولمبتين معا فانهما ينزحان فى الساعة الواحدة ٦ أمتار مكعبة من الماء بمعنى أنهما ينزحان فى ظرف هذه المدة مترين مكعبين زيادة على المقدار الداخل من الماء فى الثقب المذكور فعلى هذا اذا أردت معرفة مقدار الزمن الذى يلزم استغراقه فى تشغيل الطولمبتين فاقسم ١٢ على ٢ الذى هو عدد الامتار المكعبة من الماء المنزوحة فى ساعة واحدة فيكون خارج القسمة وهو ٦ هو عدد الساعات المطلوب

(المسئلة الخامسة والثلاثون) المطلوب تقسيم سنتيم واحد بين أربعة فقراء بأن نبدله بقطع اخرى من النقود تعطى لهم بحيث يخص كل فقير ربع السنتيم المذكور

فالجواب أن يقال ان ما بين قيم قطع الليارد والسنتيم من التفاضل هو الواسطة فى حل هذه المسئلة وذلك بان تبدل السنتيمات بلياردات ومن المعلوم أن كل صولدى يعادل ٤ لياردات وأن كل ٥ سنتيمات عبارة عن صولدى واحد فعلى هذا يعطى كل فقير من الاربعة ليارد واحد ثم يرد كل منهم للمعطى سنتيما فيكون المدفوع لهم اربعة لياردات أى صولديا واحدا والمردود منهم اربعة سنتيمات اى صولديا الا سنتيما فحينئذ يكون المقدار المتصدق به عليهم سنتيما واحدا لكل منهم ربعه

(المسئلة السادسة والثلاثون) المطلوب ايجاد عدد مجموع نصفه وثمنه ٦٠

فالجواب أن يقال حيث ان مجموع كسرى $\frac{١}{٢}$ و $\frac{١}{٨}$ هو $\frac{٥}{٨}$ ينتج من ذلك ان $\frac{٥}{٨}$ العدد المطلوب هى ٦٠

فاذن $\frac{١}{٨}$ العدد المطلوب يعادل خمس ٦٠ اى $\frac{٦٠}{٥}$ وعليه فكسر $\frac{٨}{٨}$ العدد المفروض يعادل ٨ فى $\frac{٦٠}{٥}$ اى $\frac{٨ \times ٦٠}{٥}$ اى ٩٦

ومن المعلوم أن نصف ٩٦ هو ٤٨ وثمن ٩٦ هو ١٢ ومجموع ٤٨ و ١٢ هو ٦٠

(المسئلة السابعة والثلاثون) المطلوب ايجاد عددين يكون كل من مجموعهما وتفاضلهما معلوما

فالجواب أن يقال ان خواص نمرة ١٤ هى الواسطة فى ايجاد العددين المجهولين ومن المعلوم أنه اذا كان كل من العددين المجهولين مساويا بالنصف المجموع كان مجموعهما هو المجموع المفروض ولكن لا يكون بينهما تفاضل فلاجل أن يكون بينهما تفاضل بقدر التفاضل المفروض من غير أن يتغير المجموع يكفى أن يجعل أكبر العددين المطلوبين هو نصف المجموع زائدا نصف التفاضل وأن يجعل اصغرهما نصف المجموع ناقصا نصف التفاضل

(المسئلة الثامنة والثلاثون) هلك هالك عن ابن وبنت وزوجة واوصى للابن بالنصف وللبنت بالثلث وبالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة فما مقدار المال كله وما نصيب كل من الولدين

فالجواب أن يقال اذا ضم نصيب الابن الى نصيب البنت تركب منهما $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ اى $\frac{5}{6}$ التركة فالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة هى سدس مال الميت فيكون المال كله حينئذ هو ٦ فى ١٠٠٠٠ فرنك اى ٦٠٠٠٠ فرنك فللابن النصف وهو ٣٠٠٠٠ فرنك وللبنت الثلث وهو ٢٠٠٠٠ فرنك وللزوجة الباقى وهو ١٠٠٠٠ فرنك

(المسئلة التاسعة والثلاثون) اذا كان هناك حنفيتان تصبان فى حوض وكانت احداهما تملؤه فى $\frac{3}{2}$ ساعة والثانية فى $\frac{3}{4}$ ساعة وكان ملء هذا الحوض من الماء يستغرق فى اخراجه منه بواسطة ثقب مصنوع فيه ثلاث ساعات وفرضنا أن الحوض المذكور فارغ وأردنا ملأه بالحنفيتين جميعا مع انفتاح ثقبه بحيث يجرى الماء من الثلاثة فما مقدار الزمن الذى يستغرقه ملء الحوض بهذه المثابة

فالجواب أن يقال لو فرضنا أن الحنفية الاولى هى وحدها التى يجرى ماؤها

دون الحنفية الثانية والثقب لكانت تملأ الحوض فى ظرف $\frac{٣}{٢}$ ساعة مرة واحدة وفى ظرف ٣ ساعات مرتين وتملأ ثلثيه فى ظرف ساعة واحدة

واما الحنفية الثانية فانها فى ظرف ساعة واحدة تملأ $\frac{٤}{٣}$ الحوض والثقب الذى هو المنفذ الثالث ينزح فى تلك المدة $\frac{١}{٣}$ الحوض

فحينئذ اذا جرى الماء من المنافذ الثلاثة كان الجزء الذى يملأ من الحوض فى ظرف ساعة واحدة هو $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٣} - \frac{١}{٣}$ اى $\frac{٥}{٣}$

وحيث ان $\frac{٥}{٣}$ الحوض تملأ فى ساعة واحدة فيملأ $\frac{١}{٣}$ الحوض فى $\frac{١}{٥}$ ساعة وحينئذ فيملأ الحوض كله فى ٣ فى $\frac{١}{٥}$ ساعة اى فى $\frac{٣}{٥}$ ساعة

(المسئلة الاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة لكن سبق أحدهما الآخر بنحو ١٣٨ فرسخا وكان هذا السابق يقطع فى كل ٤ ساعات ٣ فراسخ وكان سير الاول (بعد سبقه بهذه المسافة) قبل سير الثانى باربعين ساعة وكان الساعى الثانى يقطع فى كل ٧ ساعات ٦ فراسخ فما مقدار الزمن الذى يدرك فيه الثانى الاول وما مقدار المسافة التى بين مبدا سير كل منهما الى الغاية التى يتلاقيان فيها

فالجواب أن يقال يؤخذ من منطوق المسئلة أن الساعى الاول يقطع فى الساعة الواحدة $\frac{٣}{٤}$ فرسخ والثانى $\frac{٦}{٧}$ فحينئذ الساعى الاول الذى سار قبل الثانى بنحو ٤٠ ساعة يقطع فى هذه المدة (وهى الاربعون ساعة) ٤٠ فى $\frac{٣}{٤}$ فرسخ اى ٣٠ فرسخا

فعلى ذلك حين يبتدئ الساعى الثانى فى السفر يكون الاول قد سبقه بنحو ١٦٨ فرسخا فاذن لا يدرك الثانى الاول الا اذا سار هذه المسافة أعنى ١٦٨ فرسخا

وحيث ان الساعيين يتقاربان من بعضهما فى ظرف ساعة واحدة بقدر $\frac{٦}{٧} - \frac{٣}{٤}$ اى $\frac{٣}{٢٨}$ من فرسخ وفى ظرف $\frac{١}{٣}$ ساعة بقدر $\frac{١}{٢٨}$ من فرسخ وفى ظرف ٢٨ فى $\frac{١}{٣}$ ساعة اى فى ظرف $\frac{٢٨}{٣}$ من ساعة بقدر فرسخ واحد وفى ظرف ١٦٨ فى $\frac{٢٨}{٣}$ من ساعة أى فى ظرف ١٥٦٨ ساعة

بقدر ١٦٨ فرسخا فالساعى الثانى حينئذ يدرك الساعى الاول بعد
أن يستغرق فى سيره ١٥٦٨ ساعة وهو فى هذه المدة يقطع ١٥٦٨
فى $\frac{٦}{٧}$ فرسخ اى ١٣٤٤ فرسخا * واما الساعى الاول الذى ابتدأ
فى السير قبل الثانى بنحو ٤٠ ساعة فانه يقطع فى ظرف ١٦٠٨ ساعات
مسافة ١٦٠٨ فى $\frac{٣}{٤}$ فرسخ اى ١٢٠٦ فراسخ فالتفاضل وهو
١٣٨ فرسخا بين المسافتين المقطوعتين وهما ١٣٤٤ فرسخا و ١٢٠٦
فراسخ هو فى الحقيقة مقدار المسافة التى بين مبدأى سفر الساعيين

*(المسئلة الحادية والاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة وسبق
احدهما الآخر بمسافة ٢٠٠ فرسخ وكان السابق يقطع فى كل ٤ ساعات
٣ فراسخ وسافر قبل صاحبه باربعين ساعة وكان الثانى يقطع فى كل ٧ ساعات
٦ فراسخ فما مقدار الساعات التى يلزم ان يستغرقها الثانى فى السير حتى لا يبقى
بينه وبين الاول الا ٦٢ فرسخا فقط

فالجواب أن يقال اذا كررت العمليات السابقة وجدت الساعى الاول يقطع
قبل سفر الثانى ٣٠ فرسخا فيكون سبقه للثانى بمسافة ٢٣٠ فرسخا
فلاجل ان لا يكون الثانى متأخرا عن الاول الا بمسافة ٦٢ فرسخا فقط
يلزم أن يقرب منه بقدر ٢٣٠ — ٦٢ فرسخا اى بقدر ١٦٨ فرسخا
وقد سبق فى المسئلة المتقدمة ان هذا القرب يحصل بعد مسيرة الساعى الثانى
بمقدار ١٥٦٨ ساعة

(المسئلة الثانية والاربعون) اذا دات الساعة على مجيء وقت الزوال فما عدد
المرات التى يتلاقى فيها عقرب الدقائق مع عقرب الساعات من الزوال الى نصف
الليل وفى أى ساعة تكون كل مرة من تلاقيهما

فالجواب أن يقال حيث ان وجه الساعة المعروف بالمينا مقسوم الى ٦٠
دقيقة فاول تلاق يحصل اذا دار عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة زيادة على
عقرب الساعات أعنى حين يكون تفاضل المسافتين اللتين يقطعهما العقربان
٦٠ دقيقة وحيث انه فى كل ساعة يدور عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة

وعقرب

وعقرب الساعات خمس دقائق فالتفاضل بين المسافتين اللتين قطعهما العقربان يكون حينئذ ٥٥ دقيقة فى ظرف ساعة واحدة ودقيقة واحدة فى ظرف $\frac{١}{٥٥}$ من ساعة و ٦٠ دقيقة فى ظرف $\frac{٦٠}{٥٥}$ اى فى ظرف $\frac{١٢}{١١}$ من ساعة فاذا قسمنا حينئذ ١٢ ساعة على ١١ وجدنا الاجتماع الاول يحصل بعد أن يمضى من الزوال ساعة واحدة و ٥ دقائق و $\frac{٥}{١١}$ من دقيقة واذا استمر العقربان على هذا السير وجدنا المدة التى بين اجتماعهما وافتراقهما فى كل مرة تساوى دائما $\frac{١٢}{١١}$ سع فعلى هذا يحصل الاجتماع الحادى عشر فى نصف الليل اعنى فى ابتداء دوران العقربين

(المسئلة الثالثة والاربعون) اذا كان بريك فرنساوى (وهو نوع من السفن) يريد القبض على سفينة من سفن القرصان وكانت سفينة القرصان سابقة على البريك بنحو ٦٤ كيلومترا اى ٦٤٠٠٠ متر وكان البريك يقطع فى الساعة الواحدة ٢٥ كيلومترا وسفينة القرصان تقطع ١٥ كيلومترا فى الساعة الواحدة ايضا فما مقدار الساعات التى يمكن فيها للبريك الضرب بالنار على القرصان مع فرض أن قوة مدافع البريك ٥٠٠ متر فالجواب أن يقال اذا امكن وقوع الحرب بينهما فان السفينتين يكونان قد تقاربتا من بعضهما بقدر ٦٤٠٠٠ مترا الا ٥٠٠ مترأى بقدر ٦٣٥٠٠ متر وحيث ان البريك يقطع فى الساعة الواحدة ١٠ كيلومترات اى ١٠٠٠٠ متر زيادة على القرصان ينتج من ذلك انه بعد مضى ساعة من السير يقرب البريك من سفينة القرصان بقدر ١٠٠٠٠ متر فعلى هذا يقرب منها بقدر متر واحد فى ظرف $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ من ساعة فحينئذ يقرب منها بقدر ٦٣٥٠٠ متر فى $\frac{٦٣٥٠٠}{١٠٠٠٠}$ من ساعة اعنى فى ظرف ٦ ساعات و ٢١ دقيقة فاذن يمكن للبريك أن يشرع فى الحرب بعد ٦ ساعات و ٢١ دقيقة

(المسئلة الرابعة والاربعون) اذا اتفق ثلاثة من اللاعبين على أن كل من

ثبت عليه الغلب يغرم لكل من صاحبيه مقدارا من الفرنكات به يتضاعف مابأيديهما فاتفق أن كلا منهم حق عليه الغلب لكن على الترتيب (بمعنى أن من لعب منهم اولا وقع عليه الغلب فى الدور الاول ومن لعب ثانيا وقع عليه الغلب فى الدور الثانى والثالث فى الثالث) فبقى للاول ٢٤ فرنكا وللثانى ٢٨ فرنكا وللثالث ١٤ فرنكا فما مقدار الدراهم التى كانت بيد كل واحد منهم قبل الشروع فى اللعب

فالجواب أن يقال مقتضى منطوق المسئلة أنه عند انتهاء الدور الثالث بقى بيد اللاعب الاول ٢٤ فرنكا وبيد الثانى ٢٨ فرنكا وبيد الثالث ١٤ فرنكا وذلك أنه لما وقع الغلب على الثالث فى الدور الثالث غرم لصاحبيه من الفرنكات ما تضاعف به ما كان معهما بعد انتهاء الدور الثانى وهما حينئذ لم يكن معهما من الفرنكات الانصف ما كان بايديهما عند انتهاء الدور الثالث اعنى ١٢ فرنكا و ١٤ فرنكا وكان بيد الثالث عند انتهاء الدور الثانى ٤٠ فرنكا غرم منها لصاحبيه عند انتهاء الدور الثالث ٢٦ فرنكا وبقى بيده ١٤ فرنكا فعلى هذا يكون عند انتهاء الدور الثانى مع الاول ١٢ فرنكا ومع الثانى ١٤ فرنكا ومع الثالث ٤٠ فرنكا وبنظير ذلك يعرف أنه عند انتهاء الدور الاول كان مع اللاعب الاول ٦ فرنكات ومع الثانى ٤٠ فرنكا ومع الثالث ٢٠ فرنكا وقبل الشروع فى اللعب كان مع الاول ٣٦ فرنكا ومع الثانى ٢٠ فرنكا ومع الثالث ١٠ فرنكات

(المسئلة الخامسة والاربعون) سئل اب عن عمر ولده فقال عمرى ثلاثة أمثال عمر ولدى ومن منذ عشر سنوات كان عمرى خمسة امثال عمره فما يكون عمر الولد

فالجواب أن يقال اذا كان عمر الولد ٢٤ سنة كان عمر الاب ٧٢ سنة وكان عمر الولد منذ عشر سنوات ١٤ سنة وعمر الاب ٦٢ سنة وحيث ان خمسة امثال ١٤ تزيد على ٦٢ ثمانية فالخطأ حينئذ ٨

ولا يخفى

ولايخفى ان عمر الولد الذى هو ٢٤ سنة اذا نقص سنة واحدة نقص الخطأ الذى هو ثمانية سنتين وعليه فلاجل ازالة هذا الخطا بالكلية يلزم أن تنقص من الاربعة والعشرين سنة اربع سنوات فيكون عمر الولد حينئذ ٢٠ والأب ٦٠ ومن منذ عشر سنوات كان عمر الولد ١٠ سنوات وعمر الأب خمسين سنة فاذن كان عمر الأب اذذاك خمسة أمثال عمر ولده

(المسئلة السادسة والاربعون) دخل رجل ذات يوم كنيسة ومعه مبلغ من النقود كله من القطع ذات الفرنكين وتصدق على بعض الفقراء بصولديات بقدر ما معه من تلك القطع التى تساوى كل واحدة منها فرنكين فجازاه المولى جل وعلا على ذلك بابدال ذات الفرنكين التى بقيت معه بقطع من ذات الخمسة فرنكات فصرف من هذه القطع التى كل واحدة منها تساوى ٥ فرنكات سبع قطعات وعاد الى منزله بضعف ما كان معه عند دخوله الكنيسة فما مقدار الدراهم التى كانت معه اولا

فالجواب أن يقال لاجل الايجاز فى العملية نرمز الى المبلغ المجهول بحرف س ونقول ان هذا الرجل الصالح تصدق من كل قطعة من القطع ذات الاربعين صولديا بصولدى واحد او $\frac{١}{٤٠}$ مما كان معه اى $\frac{١}{٤٠}$ س فبقى معه حينئذ $\frac{٣٩}{٤٠}$ س وحيث ان كل قطعة من القطع ذات الفرنكين المركب منها هذا الباقى تغيرت بقطع أخرى من ذات الخمسة فرنكات بان صارت كل واحدة منها تساوى خمسة فرنكات و ٥ هى $\frac{٥}{٢}$ من ٢ فيكون حينئذ مع هذا الرجل بعد هذا التغيير $\frac{٥}{٢}$ مما بقى معه اعنى $\frac{٥}{٢}$ من $\frac{٣٩}{٤٠}$ س اى $\frac{٣٩}{١٦}$ س اى ٢ س + $\frac{٧}{١٦}$ س لان $\frac{٣٩}{١٦}$ تعادل ٢ + $\frac{٧}{١٦}$

وحيث انه صرف سبع قطع من القطع ذات الخمسة فرنكات اى ٣٥ فرنكا وعاد الى منزله بضعف س اعنى ومعه ٢ س فالخمسة والثلاثون فرنكا التى صرفها هى حينئذ عبارة عن $\frac{٧}{١٦}$ من س

وحيث ان $\frac{٧}{١٦}$ من س تعادل ٣٥ فرنكا فيكون $\frac{١}{١٦}$ من س معادلا $\frac{١}{٧}$ من ٣٥ فرنكا اى ٥ فرنكات فاذن يكون مبلغ س المطلوب ١٦ × ٥ فرنكات اى ٨٠ فرنكا

فاذن يكون هذا الرجل قد دخل الكنيسة باربعين قطعة من القطع ذات الفرنكين وتصدق على الفقراء باربعين صولديا اى فرنكين وبقى معه ٣٩ قطعة من القطع ذات الفرنكين فبدلها الله تعالى بمثلها من القطع ذات الخمسة فرنكات وصرف سبع قطعات من القطع الجديدة ودخل بيته باثنتين وثلاثين قطعة من القطع ذات الخمسة وهى تعادل من الفرنكات ١٦٠ فرنكا اى ضعف ٨٠ فرنكا التى دخل بها الكنيسة

(المسئلة السابعة والاربعون) المطلوب تركيب طول متر من قطع ذهب فيها ما تساوى الواحدة منه ٢٠ فرنكا وما تساوى الواحدة منه ٤٠ فرنكا بان توضع عقب بعضها متلاصقة وكان مجموعها يبلغ ٤٥ قطعة وقطر الواحدة من ذات العشرين ٢١ مليمترا وقطر ذات الاربعين ٢٦ مليمترا فما مقدار القطع التى يلزم أخذها من كل صنف من هذين الصنفين حتى يكون مجموع أقطار الخمسة والاربعين قطعة مساويا للمتر أى ١٠٠٠ مليمتر

فالجواب أن يقال اذا أخذت ٤٥ قطعة من ذات العشرين فرنكا فمجموع أقطارها هو ٤٥ × ٢١ مليمترا اى ٩٤٥ مليمترا مع ان المطلوب ١٠٠٠ مليمتر فيلزم حينئذ أن نضم الى هذا المجموع ١٠٠٠ — ٩٤٥ اى ٥٥ مليمترا من غير أن تغير مجموع عدد القطع وحيث ان التفاضل بين أقطار القطع ذات العشرين فرنكا والقطع ذات الاربعين هو ٥ مليمترات فيكفى فى ضم ٥ مليمترات الى مجموع طول أقطار ٤٥ قطعة أن يستبدل قطعة من ذات العشرين فرنكا بقطعة من ذات الاربعين فيكبر حينئذ هذا المجموع بقدر ٥٥ مليمترا أى ١١ × ٥ مليمترات باستبدال ١١ قطعة من ذات العشرين فرنكا باحدى عشرة قطعة من ذات الاربعين

فبذلك

فبذلك يتركب طول المتر بوضع ١١ قطعة من ذات الاربعين فرنكا و ٤٥ — ١١ اى ٣٤ قطعة من ذات العشرين متوالية يعقب بعضها بعضا

وحينئذ فمجموع أقطار ١١ قطعة من ذات الاربعين و ٣٤ قطعة من ذات العشرين يساوى ١١ × ٢٦ ميليمترا + ٣٤ × ٢١ ميليمترا اى يساوى ٢٨٦ + ٧١٤ ميليمترا اى ١٠٠٠ ميليمترا اعنى مترا

(المسئلة الثامنة والاربعون) أراد حكمدار قلعة أن يكون له اقتدار على مقاومة الحصار مدة ثلاثة ايام وكان عدد محافظى القلعة ١٢٠٠ نفس وقدر أن عدد ما يفقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا وأنه فى كل يوم من اليومين الباقيين يفقد زيادة على اليوم الذى قبله ثلث ما فقد وفرض ايضا انه فى اليوم الاول من الحصار يأخذ كل عسكرى من الخبز ست عشرة اوقية ومن اللحم اربع اواق ومن الخرطوج ثمانية و يأخذ ايضا اثنى عشر صولديا وان الخطر زاد فى اليومين الباقيين حتى زاد لكل عسكرى نصف نصيبه فى اليوم الاول فما عدد العساكر التى تبقى بعد أيام الحصار الثلاثة وما مقدار ما استهلك من الذخائر من كل صنف

فالجواب ان يقال حيث ان ما فقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا فما فقد فى اليوم الثانى هو ٨١ + $\frac{٨١}{٣}$ اى ١٠٨ انفس وما فقد فى اليوم الثالث هو ١٠٨ + $\frac{١٠٨}{٣}$ اى ١٤٤ نفسا فاذن يكون مجموع العساكر المفقودة ٨١ + ١٠٨ + ١٤٤ او ٣٣٣ نفسا

ويكون عدد الباقى بعد الايام الثلاثة ١٢٠٠ — ٣٣٣ اى ٨٦٧

واما ما استهلك من الخبز فيقال فى الجواب عنه حيث ان كل عسكرى فى اليوم الاول له ست عشرة أوقية فمجموع ما يصرف فى اليوم الاول هو ١٢٠٠ × ١٦ اى ١٩٢٠٠ اوقية وحيث ان خرج اليوم الثانى زاد النصف فيكون المجموع ١٦ + ٨ اى ٢٤ أوقية وحيث ان عدد العساكر

الباقية فى اليوم الثانى هو ١٢٠٠ — ٨١ اى ١١١٩ فالخبز المنصرف فى اليوم الثانى تكون زنته ٢٤ × ١١١٩ اى ٢٦٨٥٦ اوقية فيكون عدد العساكر التى بقيت الى اليوم الثالث هو ١١١٩ — ١٠٨ اى ١٠١١ ويكون خرج كل واحد منهم ٢٤ + ١٢ اى ٣٦ اوقية فتكون زنة الخبز المنصرف فى اليوم المذكور هى ٣٦ × ١٠١١ اى ٣٦٣٩٦ اوقية وحينئذ فمجموع المستهلك من الخبز فى الايام الثلاثة هو ١٩٢٠٠ + ٢٦٨٥٦ + ٣٦٣٩٦ اى ٨٢٤٥٢ اوقية وبذلك يعلم ان المستهلك من اللحم ٦٠٢١٣ اوقية ومن الخرطوج ٤١٢٢٦ ومن النقد ٦١٨٣٩ صولديا

(المسئلة التاسعة والاربعون) دخلت امرأة السوق بمقدار من البيض فباعت منه لانسان نصفه ونصف بيضة ثم باعت لآخر نصف ما بقى معها ونصف بيضة ثم باعت لثالث نصف الباقى ونصف بيضة ومع ذلك كله لم تكسر شيأ من البيض فما مقدار البيض الذى أتت به الى السوق

فالجواب أن يقال انه لاجل استخراج هذا العدد يبرهن عليه هكذا بأن يقال

(اولا) اذا طرح من الباقى الثانى نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ لم يبق شئ وحينئذ فالباقى الثانى هو عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فيكون نصف الباقى الثانى $\frac{1}{2}$ فاذن يكون الباقى الثانى ١

(ثانيا) اذا طرح من الباقى الاول نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقى الثانى فاذن يكون الباقى الاول عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ١ اى زائدا $\frac{3}{2}$ فيكون نصف الباقى الاول $\frac{3}{2}$ فيكون الباقى الاول حينئذ ٣

(ثالثا) اذا طرح من العدد المطلوب نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ تحصل الباقى الاول فاذن يكون العدد المطلوب عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ٣ اى زائدا $\frac{7}{2}$ فيكون نصف العدد المطلوب $\frac{7}{2}$ وحينئذ فالعدد كله ٧

فباعت المرأة اولا $\frac{7}{2}$ + $\frac{1}{2}$ او ٤ بيضات وعليه فالباقى معها ٣ ثم باعت منه $\frac{3}{2}$ + $\frac{1}{2}$ او ٢ فيكون الباقى ١ ثم باعت منه $\frac{1}{2}$

+ $\frac{1}{2}$ او ١ ولم يبق معها شئ فحينئذ باعت المرأة جميع ما معها من البيض بدون أن تكسر منه بيضة واحدة

(المسئلة الخمسون) أرادت جمعية تجديد بناء ورشة فابدى المعمار غرضين احدهما العمارة بالاخشاب والثانى العمارة بالاحجار وعلم قدر الكلفة ومدة مكثه واجرة التصليحات الاولية السنوية ووقته ونسبة الكلفة الى اجرة التصليحات الآتية وسعر الربح فما يكون العرض الذى يعود بالنفع على الجمعية اكثر من الآخر

فالجواب أن يقال حيث كان كبر الاعداد لا يؤثر فى طبيعة البراهين لزم أن تنتخب بحيث تكون بسيطة جدا وذلك لاجتناب العمليات الطويلة فلنفرض أولا ان العمارة بالاخشاب تمكث ثلاث سنوات وأن التصليح الاول يكون فى ابتداء السنة الثانية وتبلغ مصاريفه ١٤٥٨ فرنك وأن التصليح الثانى الذى يحصل فى ابتداء السنة الثالثة يزيد على الاول الثلث * ثانيا ان العمارة بالاحجار تمكث ست سنوات وان التصليح الاول يحصل فى ابتداء السنة الرابعة وتبلغ مصاريفه ١٥٠٠ فرنك وأن التصليحات الآتية تحصل فى رأس كل سنة وتزيد العشر * ثالثا ان مصاريف كل تصليح تدفع فى ابتداء السنة التى تحصل فيها * رابعا أن كلفة البناء بالاخشاب تبلغ ٣٠٠٠ فرنك وأن كلفة البناء بالاحجار ٧٢٠٠ فرنك وانها تسدد بدفع متساوية فى ابتداء كل سنة * خامسا أن ربح الورشة يكون على وجه بحيث تجدد الاموال فى كل سنة وتربح ٢٠ فى المائة وذلك مع مراعاة أرباح الارباح

وحيث ان العمارة بالاخشاب تمكث ثلاث سنوات والعمارة بالاحجار ست سنوات فبعد مضى ست سنوات تعمر العمارة الاولى مرتين والثانية مرة واحدة ويصير حينئذ تجديد الاثنين معا وعليه فيكفى اعتبار تكاليفهما

الى ذلك الوقت وبناء على هذا اذا كان جميع الدفع التى تقع فى اثناء السنوات الست تحصل فى ابتداء السنة الاولى فلا يلزم الاعمل مجموعين أحدهما بالدفع الخاصة بالغرض الاول والثانى بالدفع الخاصة بالغرض الثانى فيكون المبلغ الاول موافقا لما يعود بالنفع على الجمعية من كلا الغرضين وحينئذ يلزم أن يكون حساب جميع الدفع فى ابتداء السنة الاولى

والدفع الخاصة بعمارة الاخشاب هى أولا يدفع فى السنة الاولى ١٠٠٠ فرنك فى نظير ثلث ثمن هذه العمارة الاولى ثانيا يدفع فى السنة الثانية ١٠٠٠ فرنك فرنك فى نظير ثلث ثمن العمارة الثانى زائدا ١٤٥٨ لاجل التصليحات الاولية فرنك فرنك فيكون المجموع الكلى ٢٤٥٨ ثالثا اجرة التصليحات بزيادة الثلث اعنى ١٤٥٨ فرنك فرنك فرنك $\frac{1458}{3}+$ اى ١٩٤٤ ويلزم أن يضاف الى ذلك ١٠٠٠ فى نظير الثلث فرنك الثالث من ثمن العمارة فيكون المجموع حينئذ ٢٩٤٤ غير أنه بعد مضى السنوات الثلاث الاولى تجدد العمارة بعين ذلك الثمن وبناء عليه تكون الدفع كل ثلاث سنوات واحدة لا تتغير وانما تحصل فى اوقات مختلفة

وحيث علم مقدار الدفع المختلفة التى يلزم دفعها والوقت الخاص بكل من الغرضين وسعر الربح (أعنى ٢٠ فى كل ١٠٠) سهل علينا تحصيل قيمها الخاصة برأس السنة الاولى كما تقدم ذكره ولنذكر لك بيان النتائج فى هذا الجدول فنقول

فرنك فرنك
ان ١٠٠٠ المدفوعة فى راس السنة الاولى تعادل نقدا ١٠٠٠

فرنك فرنك
وان ٢٤٥٨ المدفوعة فى راس السنة الثانية تعادل قبل سنة واحدة ٣٣و٢٠٤٨

فرنك فرنك
وان ٢٩٤٤ المدفوعة فى رأس السنة الثالثة تعادل قبل سنتين ٤٤و٢٠٤٤

وان

فرنك فرنك
وان ٥٠٠٠١ المدفوعة فى رأس السنة الرابعة تعادل قبل ثلاث سنوات ٥٧٨٠٧٠
فرنك فرنك
وان ٢٤٥٨ المدفوعة فى رأس السنة الخامسة تعادل قبل اربع سنوات ١١٨٥٢٣٨
فرنك
وان ٢٩٤٤ المدفوعة فى رأس السنة السادسة تعادل قبل خمس سنوات
فرنك فرنك
١١٨٣٢١٣ فتكون المصاريف المدفوعة فى رأس السنة الاولى ٨٠٣٩٠٩٨
واذا جرينا على مثل هذه الطريقة يظهر لنا ان المصاريف الخاصة بالغرض
فرنك
الثانى تعادل فى ابتداء السنة الاولى ٧١٨١٩٢ وحيث ان هذا المبلغ اصغر من المبلغ المتقدم فينتج من ذلك ان العمارة بالاحجار اكثر نفعا للجمعية من العمارة بالاخشاب

(تنبيه) ظهر لنا من المثال الذى ذكرناه ان مدة العمارة الاولى التى هى ثلاث سنوات وجدت منحصرة مرارا عديدة بالتحقيق فى مدة العمارة الثانية التى هى ست سنوات وان لم يكن الامر كذلك ينتخب أصغر اعداد السنين بحيث يكون قابلا للتقسيم على كل من المدتين وذلك لتجديد العمارتين معا فى هذا الوقت ونجرى العمل على هذا المنوال

(المسئلة الحادية والخمسون) اجتمع خمسة أصحاب وأرادوا أن يتغدوا معا فقدم الاول ٣ صحون والثانى ٤ والثالث ٥ والرابع ٨ فصار المجموع ٢٠ صحنا وحيث ان الخامس لم يقدم شيأ أعطى لهم فى نظير ما يخصه ١٦ فرنكا والمطلوب ترتيب مصروف كل منهم

وحيث ان الاصحاب الخمسة يلزم أن يدفعوا قدرا بعضهم فى المصروف فيكون لهم
فرنك
١٦ خمس المصروف الكلى وعليه فيكون السهم الكلى أو ثمن العشرين صحنا
فرنك فرنك فرنك
٥ × ١٦ او ٨٠ فاذن يعادل كل صحن ٤ وبناء على هذا

الثلاث ماخصهن من ذلك أعنى ١٨ اكيلا فحينئذ يأخذ كل من ربات الأدب وربات الجمال بعد التفريق ١٦ كاليل

(المسئلة الرابعة والخمسون) المطلوب كيل ٤ لترات من النبيذ بواسطة ٣ أوان أولها يسع ٨ لترات والثانى ٥ والثالث ٣ والفرض ان الأوانى كلها فارغة

فالجواب أن يقال انه لاجل الاختصار نرمز للاناء الذى يسع ٨ لترات بحرف ا وللاناء الذى يسع ٥ بحرف ب وللاناء الذى يسع ٣ بحرف ح وبعد ذلك نضع فى اناء ا ٨ لترات ونملأ ح من النبيذ الموجود فى ا فيبقى ٥ لترات فى ا ويصير ب فارغا و ح محتويا على ٣ لترات ثم نصب فى ب اللترات الثلاثة الكائنة فى ح فيصير ٥ لترات فى ا و ٣ فى ب ويصير ح فارغا ثم نملأ ح من النبيذ الموجود فى ا فيبقى لتران فى ا و ٣ فى ب و ٣ فى ح ثم نملأ ب بجزء من اللترات الثلاثة الكائنة فى ح فيبقى لتر واحد فى ح ويصير ب محتويا على ٥ لترات ويبقى لتران فى ا ثم نصب فى ا اللترات الخمسة الموجودة فى ب ويبقى ٧ لترات فى ا ويصير ب فارغا ويحتوى ح على لتر واحد ونصب فى ب اللتر الكائن فى ح فيصير ٧ لترات فى ا ولتر واحد فى ب ويصير ح فارغا ثم نملأ ح بجزء من اللترات السبعة الموجودة فى ا فيصير فى ح ٣ لترات ولتر واحد فى ب واما اناء ا فانه لا يحتوى الا على اللترات الاربعة التى يراد كيلها ويمكن أن تحل هذه المسئلة بعدة اوجه

(المسئلة الخامسة والخمسون) المطلوب معرفة مجموع عدة اعداد وبيان ذلك هو أن نكتب ثلاثة اعداد تكون مركبة من اربعة ارقام ثم تضع تحت هذه الاعداد ثلاثة اعداد أخر تدل ارقامها على ما يلزم اضافته لكل من ارقام الاعداد الثلاثة المفروضة لتحصيل ٩ فيصير مجموع الاعداد الستة الناتجة مساويا ٣ فى ٩٩٩٩ اى ٢٩٩٩٧

فاذا

فاذا فرضت مثلا ان الاعداد المختارة هي

٢٢٢٢ و ١٢٠٥ و ٣٠٠٤

فضع تحتها متمماتها أعني ما يلزم اضافته لكل من هذه الاعداد وذلك لتحصيل ٩٩٩٩ والمتممات هي

٧٧٧٧ و ٨٧٩٤ و ٦٩٩٥

وحينئذ يكون مجموع هذه الاعداد الستة مساويا ٣ في ٩٩٩٩ اى ٢٩٩٩٧ وعليه كان يمكن كتابة هذا المجموع قبل وضع الاعداد الثلاثة الاول وذلك وسيلة الى حل المسئلة المفروضة

(المسئلة السادسة والعشرون) اذا وضعت ثلاثة اشياء مختلفة الجنس على طاولة ثم أخذها ثلاثة اشخاص كل اخذ واحدا فما يكون جنس الشئ الذى أخذه كل من الاشخاص الثلاثة

فالجواب أن يقال انه اذا فرض ان الاشياء الثلاثة عبارة عن غلاف وخاتم وساعة ورمز لاوائلها وهى الغين والخاء والسين بحروف غ و خ و س ثم يؤخذ ٢٤ فلسا ويعطى منها واحد للشخص الاول واثنان للثانى وثلاثة للثالث وتوضع الثمانية عشر الباقية على الطاولة فلاجل معرفة الشئ الذى أخذه كل شخص تقول ان الشخص الذى اخذ الغلاف يأخذ من على الطاولة فلوسا بعدد ما يوجد فى يده والذى معه الخاتم يأخذ ضعف ما فى يده من الفلوس والذى معه الساعة يأخذ اربعة امثال ما فى يده فيسئل حينئذ عن مقدار ما بقى من الفلوس على الطاولة وهذا الباقى يصير ضرورة احد اعداد

١ ٢ ٣ ٥ ٦ ٧

وتنسب هذه الاعداد لهذه الالفاظ

غطا خبز غير خير سعر سماح

فاول حرف من الكلمة المقابلة لعدد الفلوس التى تبقى على الطاولة هو أول حرف من الشئ الذى أخذه الشخص الاول والحرف الثانى من الكلمة بعينها هو أول حرف من الشئ الذى أخذه الثانى

مثلا اذا بقيت ستة افلس فكلمة سعر الموضوعة تحت الباقى الذى هو عدد ٦ تدل على ان الشخص الاول أخذ الساعة وان الثانى أخذ الغلاف

(تنبيه) تحقيق هذه القاعدة سهل جدا عند التجربة لان الاشياء الثلاثة لا يمكن تركيبها الا بست طرق مختلفة وبتطبيق القاعدة يظهر أن الستة الباقية المقابلة هى ١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٦ و ٧

(روس مسائل يراد حلها)

(المسئلة السابعة والخمسون) سئل انسان من أرباب السخرية عن تاريخ اليوم الحال من الشهر وعن الساعة الراهنة من اليوم فاجاب بجواب مغلق مضمونه اذا ضم على ثلث أيام الشهر التى مضت نصف الايام الباقية يحصل تاريخ اليوم الحال من الشهر وأما الساعة فقد مضى نصف النهار فاذا اخذت $\frac{٣}{٥}$ عدد الساعات الموجودة من هذا الوقت الى نصف الليل تجد عددا يزيد عن ٤ بالكمية التى ينقص عدد ساعاتها الماضية من نصف النهار بقدر ١٠ والمطلوب حينئذ تاريخ اليوم الحال من الشهر والساعة الراهنة من اليوم (وفرض هذه المسئلة ان الشهر ثلاثون يوما)

جوابه تاريخ اليوم الحال من الشهر ١٣ والساعة الراهنة من اليوم ٩ بعد الزوال وتحل هذه المسئلة بواسطة فرضين كما سبق

(المسئلة الثامنة والخمسون) أراد انسان بيع حصان و بستان ودار وأراد أن يأخذ ثمن جميعها ١٠٠٠٠ فرنك ومع هذا فثمن البستان أربعة امثال ثمن الحصان وثمن الدار خمسة امثال ثمن البستان فما يكون ثمن كل من هذه

فالجواب اما ثمن الحصان فهو ٤٠٠ فرنك وثمن البستان ١٦٠٠ فرنك وثمن الدار ٨٠٠٠ فرنك

(المسئلة التاسعة والخمسون) ثلاثة اخوال أرادوا تعييش بنت أخت لهم فقيرة فجمعوا ١٤٤ فرنك أعطى الاول منها على قدر طاقته والثانى اعطى أكثر من الاول ثلاث مرات والثالث أعطى بقدرهما فما تكون عطية كل منهم

فالجواب

فالجواب اعطى الاول ١٨ فرنك والثانى ٥٤ فرنك والثالث ٧٢ فرنك

•(المسئلة الستون)• رجل هرم غير متزوج ترك ٥٥٠٠٠ فرنك لخمس من بنات اخته وثلاثة من اولاد اخيه و ٢ من اخوته ويلزم أن تكون حصص بنات الاخت متساوية واولاد الاخ الثلاثة يتقاسمون بالسوية نصف مبلغ حصص بنات اخته الخمسة والاخوان يتقاسمان على السوية ثلث كل ما أخذته بنات الاخت الخمسة فامقادير الحصص المختلفة

فالجواب ان كلا من بنات الاخت يأخذ ٦٠٠٠ فرنك وكلا من اولاد الاخ يأخذ ٥٠٠٠ فرنك وكلا من الاخوين يأخذ ٥٠٠٠ فرنك

•(المسئلة الحادية والستون)• هلك هالك عن زوجة وابنين وثلاث بنات وترك من المال ١١٠٠٠ فرنك واوصى بان يكون نصيب الام ضعف نصيب احد الابنين وأن يكون نصيب الابن الواحد ضعف نصيب احدى البنات فما كيفية التقسيم

فالجواب نصيب الام ٤٠٠٠ فرنك ونصيب الابن ٢٠٠٠ فرنك ونصيب البنت ١٠٠٠ فرنك

•(المسئلة الثانية والستون)• اتفق أربعة من اللاعبين على ان الذى يحق عليه الغلب يضاعف ما بيد الثلاثة الاخر فبعد اربعة ادوار صار مع الاول ٧٢ فرنك ومع الثانى ٤ فرنك ومع الثالث ٢ فرنك ومع الرابع ٩ فرنك فما قدر الدراهم التى دخل بها كل منهم فى اللعب مع العلم بأن الاول خسر فى الدور الاول والثانى فى الثانى والثالث فى الثالث والرابع فى الرابع

فالجواب انه عند دخولهم فى اللعب كان مع الاول ٤٨ فرنك ومع الثانى ٢٢ فرنك

فرنك فرنك
ومع الثالث ١١ ومع الرابع ٦

(المسئلة الثالثة والستون) اتفق خمسة من اللاعبين على ان من يحق عليه الغلب يضاعف دراهم الاربعة الاخر فبعد مضى خمسة ادوار صار
فرنك فرنك فرنك فرنك
مع الاول ٨٠ ومع الثانى ٤٠ ومع الثالث ٢٠ ومع الرابع ١٠
فرنك
ومع الخامس ٥ فما مقدار الدراهم التى دخل بها كل فى اللعب مع العلم بان الاول خسر فى الدور الاول والثانى فى الثانى والثالث فى الثالث والرابع فى الرابع والخامس فى الخامس
فرنك فرنك فرنك
فالجواب ان الاول كان معه ٨٠ والثانى معه ٤٠ والثالث معه ٢٠
فرنك فرنك
والرابع معه ١٠ والخامس معه ٥

فرنك
(المسئلة الرابعة والستون) دفع ٢٢٨٠٠ فداء ٧٧ ضابطا
فرنك
ما بين يوزباشى وملازم اول وجعل فداء كل يوزباشى ٤٠٠ وكل
فرنك
ملازم أول ١٥٠ فما عدد اليوزباشية والملازمين الاول

فالجواب عدد اليوزباشية ٤٥ وعدد الملازمين ٣٢

(المسئلة الخامسة والستون) سئل هرم عن عمره فاجاب بقوله كان عمرى وقت زواجى ثلث عمرى الآن ومضيت الربع بعد زواجى قبل أن ارزق بغلام عمره ٣٥ سنة فما يكون عمر الهرم المذكور

فالجواب عمره ٨٤ سنة

(المسئلة السادسة والستون) اجتمع عقرب الدقائق وعقرب الساعات

وقت

وقت الزوال على تقسيم من تقسيمات مينا الساعة فما مقدار الزمن الذى يجتمعان فيه اول مرة وفرض المسئلة أن بالساعة خللا وهو تقديم دقيقة فى كل ساعة

فالجواب الاجتماع الاول يحصل فى ١ سع و ٤ و $\frac{٢٥٦}{٦٧١}$ من دقيقة

(المسئلة السابعة والستون) اذا كان مع احد تجار النبيذ زجاجتان فارغتان متحدتا السعة الاولى تزن ١٢ أوقية واذا امتلأت نبيذا تزن ضعف الزجاجة الاخرى وهى فارغة والثانية تزن وهى ملآنة من النبيذ ثلاثة امثال الاولى وهى فارغة فما زنة الزجاجة الثانية وزنة النبيذ الذى فيها

فالجواب الزجاجة الثانية تزن ١٦ اوقية والنبيذ الذى فيها يزن ٢٠ أوقية

والى هنا انتهى كشف النقاب عن علم الحساب

ويليه تنبيهات

(تنبيهات)

(الضرب)

(٢٦٦) عدد ارقام حاصل الضرب يساوى اكثر ما يكون عدد ارقام عوامله ولا يمكن أن يكون اقل من العدد الكلى لارقام العوامل ناقصا عدد العوامل ومضافا اليه واحد وذلك لانه

اولا حيث ان كل عامل أقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذكور فحاصل الضرب يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار بقدر ما يوجد من الارقام فى جميع العوامل فاذن لا يمكن أن يحتوى الحاصل المذكور على ارقام اكثر مما يوجد فى جميع العوامل

ثانيا كل عامل لا يمكن ان يكون اقل من الاحد المتبوع باصفار ناقصا واحدا بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذكور فاذن لا يمكن أن يكون الحاصل اقل من الاحد المتبوع بعدد من الاصفار المعبر عنه بعدد ارقام العوامل الكلى ناقصا عدد العوامل

(التقسيم)

(٢٦٧) اذا طرح بعض آحاد العدد أولى اكبر من ٣ آحاد من ذلك العدد الاولى فاحد العددين الناتجين من ذلك يكون بالضرورة قابلا للتقسيم على ٦

وذلك انه لما كان كل عدد اولى يزيد عن ٣ وترا فاذا ضم اليه او طرح منه واحد فالنتيجتان تكونان قابلتين للتقسيم على ٢ وزيادة على ذلك اذا قسم العدد الاولى (الاكبر من ٣) على ٣ فالباقى يكون مساويا ١ أو ٢ ففى الحالة الاولى يكون العدد الاولى بطرح واحد منه احد مضاريب ٣ وفى الحالة الثانية يعطى هذا العدد الاولى باضافة واحد اليه احد مضاريب ٣ ويكون أحد العددين الشفعين الذى يحصل بزيادة او بنقص العدد الاولى بقدر واحد قابلا للتقسيم على ٣ وحيث انه يقبل التقسيم ايضا على ٢ فبالضرورة يكون قابلا للتقسيم على ٦ الذى هو

يحصل

حاصل ضرب ٣ و ٢ وبه يثبت المطلوب

مثلا عدد ١٣ الاولى يعطى بتنقيص ١ منه الباقى وهو ١٢ القابل للتقسيم على ٦ ويعطى عدد ١٧ الاولى باضافة الواحد اليه عدد ١٨ الذى يقبل التقسيم أيضا على ٦

(تنبيه) يتعلق باقيسة السطح والجم والسعة

(٢٦٨) وحدة القياس هى كية معلومة تؤخذ حدا للمقابلة بين كيات متحدة الجنس يراد التعبير عن مقاديرها بالاعداد

وعلى هذا فقياس الكمية او تقويمها بالاعداد عبارة عن البحث عن عدد مرات انحصار وحدة القياس فى الكمية المذكورة

فاذا كان الغرض قياس طول خط مستقيم فيؤخذ طول اختيارى ويجعل وحدة القياس كالتواز مثلا فان كانت تلك الوحدة منحصرة بالتحقيق ٦ مرات فى الخط المفروض قيل ان طول هذا الخط المستقيم ٦ توازات

واذا أريد التعبير بالاعداد عن الخطوط او السطوح او الاجسام فيبحث عن عدد مرات انحصار وحدة الخط او السطح او الجم فى الكمية التى يراد قياسها وحيث انتخب الطول الاختيارى وجعل وحدة الخط فوحدة السطح تكون مربعا كل ضلع من اضلاعه يساوى وحدة الخط المذكورة ووحدة الجم هى مكعب كل ضلع من اضلاعه عبارة عن وحدة الخط وكل وجه من وجوهه الستة عبارة عن وحدة السطح او الوحدة المربعة

وبهذه الطريقة يتعلق كل من وحدة السطح والجم بوحدة الطول

(٢٦٩) يظهر بموجب مابرهن فى علم الهندسة * أولا * ان عدد وحدات السطح المنحصرة فى المستطيل يتحصل بضرب عدد وحدات القاعدة فى عدد وحدات الارتفاع

وينتج من ذلك ان عدد وحدات السطح المنحصرة فى المربع يتحصل بضربه فى عدد وحدات الخط المنحصرة فى ضلع المربع * ثانيا * ان عدد الوحدات المكعبة من اى متوازى المستطيلات القائم يتكون بتأليف حاصل تكون

عوامله الثلاثة عبارة عن اعداد وحدات الخط المنحصرة فى ثلاثة احرف ملتصقة من متوازى المستطيلات المذكور

وينتج من ذلك ان عدد وحدات الحجم الداخلة فى المكعب تحصل بتكوين حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد وحدات الخط المنحصرة فى ضلع المكعب المذكور

ولنرمز هنا لكل من الاقيسة المربعة والمكعبة بهذين اللفظين وهما مر و مك وعليه فنقول

ت مر
ان ٣ تدل على ٣ توازات مربعة او ٣ فى التوازة المربعة

ت مر
وان ٢٧ ر٠ تدل على ٢٧ من مائة من التوازة المربعة

ت مك
وان ٥ تدل على ٥ توازات مكعبة او ٥ فى التوازة المكعبة

خ مك
وان ٦ تدل على ٦ خطوط مكعبة او ٦ فى الخط المكعب

م مك
وان ٢٧ ر٥ تدل على ٥ امتار مكعبة زائدة ٢٧ من مائة من المتر المكعب

(الاقيسة القديمة)

(اقيسة السطح)

---

(٢٧٠) ولاجل قياس اى سطح يبحث عن عدد مرات انحصار الوحدات المربعة فى السطح المذكور

وتقوم السطوح بالتوازات المربعة والاقدام المربعة والاصابع المربعة وهكذا

والتوازة المربعة هو سطح طوله توازة وعرضه مثله وحيث ان التوازة تعادل ٦ اقدام فالتوازة المربعة تعادل ٦ × ٦ اى ٣٦ قدما مربعا (كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٦٩) او ٣٦ فى قدم مربع وحيث ان

القدم ينقسم الى اثنى عشر اصبعا فالقدم المربع يعادل ١٢ × ١٢ اى ١٤٤ اصبعا مربعا والاصبع المربع يتركب من ١٤٤ خطا مربعا وهكذا وفى قياس التواز ينقسم ايضا التواز المربع الى توازات اقدام وتوازات اصابع وهكذا اعنى الى مستطيلات اما توازفى الطول وقدم او اصبع فى العرض وهكذا

وعليه فيعادل التواز المربع ٦ توازات اقدام وتواز القدم يعادل ١٢ تواز اصبع وهكذا

(اقيسة الحجم او الجسم)

ولاجل قياس اى حجم كان يبحث عن عدد مرات انحصار وحدات الحجم أو الوحدات المكعبة المحتوى عليها

وتقوم الاجسام بالتوازات المكعبة والاقدام المكعبة وهكذا

وحيث ان التواز يعادل ٦ اقدام فالتواز المكعب يعادل ٦ × ٦ × ٦ اى ٢١٦ قدما مكعبا (كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٦٩) او ٢١٦ مكعبا ضلعه قدم

والقدم المكعب يعادل ١٢ × ١٢ × ١٢ اى ١٧٢٨ اصبعا مكعبا والاصبع المكعب يعادل ١٧٢٨ خطا مكعبا وهكذا

ويقسم ايضا التواز المكعب فى قياس اخشاب العمارة الى تواز تواز قدم والى تواز تواز اصبع وهكذا أعنى الى اجسام قاعدتها تواز واحد مربع وارتفاعها قدم او اصبع وهكذا

والتواز المكعب يحتوى على ٦ توازات توازات اقدام ويعادل تواز تواز قدم ١٢ توازات توازات اصبع وهكذا

وفى بعض الاحيان تقوم اخشاب العمارة بالسليوه وهى شكل متوازى المستطيلات القائم الذى تختلف ابعاده غير أنه يعادل دائما ٥١٨٤ اصبعا مكعبا

مثلا* السليوه التى تساوى ابعادها الثلاثة ١٤٤ اصبعا و ٦ اصابع

و ٦ اصابع تحتوى على ١٤٤ × ٦ × ٦ اى ٥١٨٤ اصبعا مكعبا (كما فى الصورة الثانية من نمرة ٢٦٩)

والتواز المكعب يعادل ٧٢ سليوه لانه لما كان التواز الواحد يعادل ٧٢ اصبعا فالتواز المكعب يحتوى على ٧٢×٧٢×٧٢ اى ٥١٨٤×٧٢ صبعا مكعبا

ولاجل قياس خشب الحريق يستعمل الكورد فى باريس (فى مصلحة المياه والاجمات) والكورد الذى يعادل حملتين هو عبارة عن شكل متوازى المستطيلات القائم الذى يكون عرض قاعدته $\frac{1}{2}$ ٣ اقدام ونصف (وهو طول الاجزال) وطولها ٨ اقدام (وهذا ما يسمى بالطبقة) وارتفاعها ٤ اقدام وهى تعادل عددا من الاقدام المكعبة معبرا عنه بهذه الصيغة $\frac{1}{2}$ ٣×٨×٤ او $\frac{٧}{٢}$ ×٨×٤ اى ١١٢

فاذن الكورد يعادل ١١٢ قدما مكعبا

(اقيسة السعة المتعلقة بالموائع والحبوب)

الموبد والبنتة يستعملان لعيار الموائع

وموبد النبيذ بمدينة باريس يعادل ٢٨٨ بنتة

وتكال المواد الجافة كالقمح بالستيه او الستيرو البواسو والليترون وتعادل الستيه ١٢ بواسو والبواسو ١٦ ليترونا وهناك بنتات وليترونات مختلفة المقادير وقد يفرض عادة ان البنتة تعادل ٤٨ اصبعا مكعبا وان الليترون يحتوى على ٣٦ اصبعا مكعبا فنى هذه الحالة موبد النبيذ

صـ مك

المركب من ٢٨٨ بنته يعادل ٢٨٨ فى ٤٨ او ٨ فى ١٢

صـ مك

× ١٢ × ١٢ أو ٨ فى قدم مكعب او مكعبا ضاعه قدمان

والستيه المركبة من ١٢ بواسو تعادل ١٢× ١٦ ليترونا أو ١٢×١٦

صـ مك صـ مك

× ٣٦ أو ١٢ × ١٢ × ١٢ أو ٤ فى قدم مكعب

(تنبيه)

صه مك صه مك

(تنبيه) تستعمل الينتةذات ٤٦٫٩٥ والليترون ذوه ٤٠٫٢٩٨٦٢
فى مقابلة الاقيسة القديمة بالاقيسة الجديدة وقاعدة نمرة ١٠٩ وسيلة
فى تحويل الوحدات المربعة أو المكعبة الى وحدات اصغر او أكبر من ذلك

ت مر

ولاجل تحويل ١٢ ر ٠ الى اقدام مربعة يلاحظ انه لما كان التواز
المربع يعادل ٣٦ قدما مربعا فيكفى ضرب ١٢ر٠ فى ٣٦ أو فى ٦

ق مر

× ٦ وبذلك يحصل ٣٢ ر ٤

ق مر

ويقوم الجزء الاعشارى الذى هو ٣٢ ر ٠ باصابع مربعة بضرب ٣٢ر٠

ق مر صه مر صه مر ق مر

فى ١٢ × ١٢ لان ١ = ١٢ × ١٢ وبذلك يظهر أن ٣٢ر٠

صه مر صه مر ق مر ق مر صه مر

تعادل ٠٨ ر ٤٦ فاذن ١٢ ر٠ تعادل ٤ + ٤٦ +

ق مر

$\frac{8}{100}$ من الاصابع المربعة وبالعكس أعنى انه لاجل تحويل ٣٢ر٤ الى

ق مر

توازات مربعة يقسم ٣٢ر٤ على ٣٦ فيحصل من ذلك ١٢ر٠

(الاقيسة الجديدة)

(اقيسة السطح)

(٢٧١) حيث ان المتر يعادل ١٠ ديسيمترات أو ١٠٠ سنتيمتر
وهكذا فالمتر المربع يعادل ١٠٠ ديسيمتر مربع او ١٠٠٠٠ سنتيمتر
مربع وهكذا وعلى هذا كل جزء من مائة من المتر المربع يعادل ديسيمترا مربعا
وكل جزء من عشرة الاف من المتر المربع يعادل سنتيمترا مربعا وهكذا
فبناء على هذا *اولا* لاجل تحويل اى عدد كان من الامتار المربعة الى
ديسيمترات مربعة أو الى سنتيمترات مربعة وهكذا يكفى ضرب هذا العدد

لى ١٠٠ او لى ١٠٠٠٠ وهكذا وهذا يؤول الى تقديم الشرطة برقين أو اربعة وهكذا جهة يمين العدد المفروض

فعلى هذا ٧٨٩٢ ر ٣٤٥ م مر تعادل ٩٢ ر ٣٤٥٧٨ ديسيمتر مر

أو ٣٤٥٧٨٩٢ سنتيمترامربعا أو ٣٤٥٧٨٩٢٠٠ ميليمتر مربع

ثانيا لاجل تقويم الجزء الاعشارى من عدد الامتار المربعة الى ديسيمترات مربعة وسنتيمترات مربعة وهكذا يكفى تقسيم هذا الجزء الى فواصل كل فاصلة رقمان بالابتداء من الشرطة واذا لم يكن للفاصلة الاخيرة الارقم واحد فضع صفرا على يمينها فتدل الفاصلة الاولى على الديسيمترات المربعة والثانية على السنتيمترات المربعة والثالثة على المليمترات المربعة وهكذا فان عدد ٠ ر٣٤٥ م مر مثلا الدال على ٣٤٥ جزأ من ألف من المتر المربع يعادل ٣٤ ديسيمترامربعا زائدة ٥٠ سنتيمترامربعا

*(تنبيه) * الديسيمتر المربع يعادل ١٠٠ سنتيمتر مربع والديكامتر المربع يعادل ١٠٠ متر مربع وهكذا

والآر يعادل ١٠٠ متر مربع والايكتار يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع وعليه فلاجل تحويل الامتار المربعة الى آرات أو الى ايكتارات يكفى قسمة العدد المفروض على ١٠٠ أو على ١٠٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطة برقين أو بأربعة ارقام جهة اليسار (كما فى الصورة الثالثة من نمرة ٩٦)

فعلى هذا ٥ ر ٦٢٧٤ مرم تعادل ٧٤٥ ر ٦٢ آر أو ٦٢٧٤٥ ر ٠ ايكتار

وبالعكس تحول الآرات والايكتارات الى امتار مربعة وذلك بتقديم الشرطة برقين او بأربعة جهة يمين العدد المفروض

مثلا ٧٤٥ ر ٦٢ آر تعادل ٥ ر ٦٢٧٤ م مر و ٢٣٤٥٦٨ ر ٧ ايكتار

تعادل

م مر
تعادل ٦٨ ر ٧٢٣٤٥

(اقيسة الحجم أو الجسم)

حيث ان المتر يعادل ١٠ دسيمترات او ١٠٠ سنتيمتر الخ فالمتر المكعب يعادل ١٠٠٠ دسيمتر مكعبة او ١٠٠٠٠٠٠ من السانتيمترات المكعبة الخ فحينئذ كل جزء من الف جزء من المتر المكعب يعادل دسيمترا مكعبا وكل جزء من مليون من المتر المكعب يعادل سنتيمترا مكعبا وهكذا و ينبني على هذا امران

أحدهما يكفي في تحويل أي عدد من الامتار المكعبة الى دسيمترات مكعبة او سنتيمترات مكعبة الخ أن تضرب هذا العدد في ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠٠ الخ وذلك عبارة عن كونك تقدم الشرطة ثلاث خانات أو ستا وهكذا جهة يمين العدد المفروض

م مك دسيمتر مك
مثلا عدد ٣٤٫٢٥٦٧ يعادل ٧ ر ٣٤٢٥٦ اى ٣٤٢٥٦٧٠٠ سنتيمتر مكعب

ثانيهما يكفي في تقويم الجزء الاعشاري من عدة امتار مكعبة بدسيمترات مكعبة وسنتيمترات مكعبة وهكذا أن تقسم الجزء المذكور الى فواصل كل فاصلة ثلاثة ارقام مبتدئا من الشرطة ومنتهيا الى الفاصلة الاخيرة فان لم تكن الارقام ورقمين وضعت على يمينها صفرين أو صفرا فالفاصلة الاولى تدل على الدسيمترات المكعبة والثانية على السنتيمترات المكعبة وهكذا

م مك
مثلا عدد ٣٤٥٦٧ ر٠ الدال على ٣٤٥٦٧ جزأ من مائة ألف من المتر المكعب يعادل ٣٤٥ دسيمترا مكعبا زائدة ٦٧٠ سنتيمترا

م مك
مكعبا وعدد ٢٨٫٣٤٥٦٧٨٩ يعادل ٢٨ مترا مكعبا زائدة ٣٤٥ دسيمترا مكعبا زائدة ٦٧٨ سنتيمترا مكعبا زائدة ٩٠٠ مليمتر مكعب

(تنبيه) الدسيمتر المكعب يعادل ١٠٠٠ سنتيمتر مكعب والديكامتر المكعب يعادل ١٠٠٠ متر مكعب الخ

بيان النسب والعلاقات بين اقيسة السطح والجسم والسعة قديمة كانت او جديدة

(٢٧٢) ولنبين هنا كيفية حساب تلك النسب بواسطة القواعد المقررة فى نمرة ٢٦٩

(اقيسة السطح)
(وفيها خمس مواد)

الاولى قيمة التواز المربع بالامتار المربعة وقيمة المتر المربع بالتواز المربع يستنبطان عن هاتين النسبتين وهما ١ ت = ١٫٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ م وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ م = ٠٫٥١٣٠٧٤ ت (كما سبق فى نمرة ١٢٣)

فاذا ألفت مربع عدد ١٫٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية ومربع عدد ٠٫٥١٣٠٧٤ (كما فى الصورة الاولى من نمرة ٢٦٩) وجدت بهذه الكيفية أن

١ ت مر = ٣٫٧٩٨٧٤٣٦٣٣٨ م مر وهكذا من الاعداد الاعشارية وأن ١ م مر = ٠٫٢٦٣٢٤٤٩٢٩٤٧٦ ت مر ويستنبط من ذلك قيم القدم المربع والاصبع المربع الخ بالامتار المربعة وبالعكس وذلك لانه بوجب النسب والعلاقات التى فى ١ ت مر = ٣٦ ق مر و ١ ق مر = ١٤٤ ص مر و ١ ص مر = ١٤٤ خ مر الخ

اذا قسمت عدد ٣٫٧٩٨ م مر الذى هو قيمة التواز المربع على ٣٦ فخارج القسمة وهو ٠٫١٠٥٥٢٠٦٥ م مر وهكذا من الاعداد الاعشارية هو

عبارة عن القدم المربع واذا قسمت هذا الخارج على ١٤٤ فخارج هذه القسمة هو عبارة عن الاصبع المربع وهكذا

ويكفى فى التعبير عن المتر المربع بأقدام مربعة واصابع مربعة وهكذا أن تحوّل

ت مر

عدد ٢٦٣٢٤ ر ٠ الذى هو قيمة المتر المربع الى اقدام مربعة وأصابع مربعة وهكذا ويكون ذلك بضربه اوّلا فى ٣٦ ثم فى ١٤٤ وهكذا

ق مر م مر

فبهذه الطريقة ترى أن ١ = ١٠٠٥٢٠٦٥ر٠ وهكذا من

ص مر م مر

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٠٠٧٣٢٧٨ر٠ وهكذا من

م مر ت مر

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٢٦٣٢٤٤٩٢ر٠ وهكذا

ق مر

من الاعداد الاعشارية = ٤٧٦٨١٧٤٦ ر ٩ وهكذا من

ص مر

الاعداد الاعشارية = ٦٦١٧١٤٤٠ر١٣٦٤ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الثانية لاجل تقويم الهنداسة المربعة بالامتار المربعة وتقويم المتر المربع بهنداسات مربعة تلاحظ أن

هنداسة

١ = ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ر١ م وهكذا من الاعداد الاعشارية

هنداسة

و ١ م = ٨٤١٤٣٤٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(كما فى الصورة الثانية من نمرة ١٢٣)

فاذا ألفت مربع عدد ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية ومربع عدد ٨٤١٤٣٤٨ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

هنداسة مر   م مر
وجدت أن ١ = ١٢٤٠٤١٧ ر٤١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مر   هنداسة مر   م مر
وأن ١ = ١٠٧٠٨٠١٢٥٢٢ ر١٠ = ٤١٢٤٠٤١٧ ر١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الثالثة لاجل تقويم الفرسخ البرى المربع بميريامترات مربعة وميريارات وبالعكس تلاحظ أن

فرسخ برى   ميريامتر
١ = $\frac{٤}{٩}$ ميريامتر وأن ١ = $\frac{٩}{٤}$ فرسخ برى (كما فى الصورة الثالثة من نمرة ١٢٣) فاذن الفرسخ البرى المربع = $\frac{١٦}{٨١}$ من الميريامتر المربع والميريامتر المربع = $\frac{٨١}{١٦}$ من الفرسخ البرى المربع

وحيث ان $\frac{١٦}{٨١}$ = ١٩٧٥٣٠٨٦ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية و $\frac{٨١}{١٦}$ = ٠٦٢٥ ر٥ (كما فى نمرة ١٠١) فالفرسخ البرى المربع

ميريامتر مربع
= ١٩٧٥٣٠٨٦ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فرسخ برى مربع
والميريامتر المربع = ٠٦٢٥ ر٥ والميريامتر المربع يعادل ١٠٠ ميريار وذلك

م مر   ميريامتر مربع   م
لان الميريامتر الواحد = ١٠٠٠٠ و ١ = ١٠٠٠٠ × ١٠٠٠٠

م مر
= ١٠٠٠٠٠٠٠٠

م مر   م مر
والآر الواحد = ١٠٠ والميريار الواحد = ١٠٠٠٠ آر = ١٠٠٠٠٠٠

ميريار
ويستنتج من ذلك أن الفرسخ البرى المربع = ١٩ ر ٧٥٣٠٨٦

فرسخ برى مربع
وهكذا من الاعداد الاعشارية والميريار = ٠٥٠٦٢٥ ر ٠

المادة الرابعة القصبة المربعة الافرنجية (فى مصلحة الاجمات والمياه) تعادل ٤٨٤ قدما مربعا

متر مربع

وحيث ان القدم المربع = ١٠٥٥٢٠٦٥ و ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية فبضرب ١٠٥٥٢٠٦٥ و٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

متر مربع

فى ٤٨٤ ترى ان القصبة المربعة (فى مصلحة الاجمات والمياه) = ١٥٠٧١٩ و١٥

آر

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠٥١٠٧١٩ و٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

وذلك لانه يلزم لكل ار ١٠٠ متر مربع

وحيث ان الفدان ١٠٠ قصبة فالفدان (فى الاجمات والمياه) يعادل

ايكار

٥١٠٧١٩ و٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

واذا قسمت الوحدة على ٥١٠٧٢ و٠ وجدت ان الآر

قصبة مربعة اجمات ومياه

= ١٩٥٨٠٢ و١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

فدان أجمات ومياه

والايكار = ١٩٥٨٠٢ و١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الخامسة حيث ان القصبة المربعة فى مدينة باريس ٣٢٤ قدما مربعا فقيمتها بالآرات او قيمة الفدان بالايكارات هى ٣٤١٨٨٩٦ و٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية وقيمة الآر بالقصبات المربعة وكذلك قيمة الايكار بالفدادين البارسية هى $\frac{1}{0{,}3418869}$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

وهى تقريبا $\frac{1}{0{,}341887}$ او ٢٩٢٤٩٤٣ و٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(اقيسة الجرم والسعة)

يجرى فى ايجاد نسب اقيسة الحجم والسعة قديمة كانت او جديدة ما جرى فى اقيسة السطح وانما يكفى هنا تركيب مكعبات بدلا عن المربعات وذلك بضرب المربعات (المتحصلة فى السطوح) فى القوى الاولية

مثلا اذا أردت ايجاد قيمة التواز المكعب بالامتار المكعبة فلاحظ أنه

م مر

حيث كان التواز المربع يساوى ٣ر٧٩٨٧٤٣٦٣٣٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية (كما سبق) فيكفى ضرب تلك القيمة فى قيمة التواز بالامتار أعنى فى ١ر٩٤٩٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية ونتوصل بالعمل على هذا الوجه الى هذه النتائج وهى

ت مك م مك

اولا ١ = ٧ر٤٠٣٨٩٠٣٤٣٠٨٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك ت مك

و ١ = ٠ر١٣٥٠٦٤١٢٨٩٤٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ق مك م مك

و ١ = ٠ر٠٣٤٢٧٧٢٧٠١٠٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك ق مك

و ١ = ٢٩ر١٧٣٨٥١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ص مك م مك

و ١ = ٩ر٠٠٠٠٠١٩٨٣٦٣٨٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك ص مك

و ١ = ٥٠٤١٢ر٤١٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثانيا حيث ان كورد الاخشاب (فى مصلحة الاجات والمياه) يعادل ١١٢ قدما

م مك

مكعبا فالكورد الواحد = ٣ر٨٣٩٠٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

كورد ستير

او ٣ر٨٣٩٠٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية والستير = ٠ر٢٦٠٤٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثالثا

ثالثا حيث ان السوليو (فى الاخشاب) يعادل $\frac{1}{72}$ من التوازا المكعب

م مك

فالسوليو الوحد = ٠٫٠١٠٢٨٣١٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م مك سوليو

و ١ = ٩٫٧٢٤٦١٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صـ مك

رابعا الباتة تعادل ٤٦٫٩٥ وحيث ان قيمة الاصبع المكعب المعبر عنها باجزاء من المتر المكعب معروفة فيسهل تحصيلها باجزاء من الليترلان الليتر يعادل دسيمترا مكعبا وعليه فنجد

باتة ليتر

١ = ٠٫٩٣٣١١٨١٨١٨٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ليتر باتة

و ١ = ١٫٠٧٣٧٤٦٨٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

مويد باتة ايكتوليتر

و ١ = ٢٨٨ = ٢٫٦٨٢١٩٦٣٦٣٧٢٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ايكتوليتر مويد

و ١ = ٠٫٣٧٢٨٢٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صـ مك

خامسا الليترون يعادل ٤٠٫٩٨٦٢٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذن يستنتج من قيمة الاصبع المكعب بأجزاء من الليترات أن

ليترون ليتر

١ = ٠٫٨١٣٠١٨٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ليتر ليترون

و ١ = ١٫٢٢٩٩٨٣٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

بواسو ليترون ليتر

و ١ = ١٦ = ١٣٫٠٠٨٣٠٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ليتر بواسو

و ١ = ٠٫٠٧٦٨٧٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ستيه بواسو ايكتوليتر
و ١ = ١٢ = ١٠٥٦٠٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ايكتوليتر ستيه
و ١ = ٦١٦ ٠٦٤٠٦١٦ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صـ مك
(تنبيــه) مقتضى النتائج المتقدمـة ان الباتـة تعادل ٤٦ر٩٥
صـ مك
وان الليترون يعادل ٤٠ر٩٨٦٢٥ وهى القواعـد التى جرى عليها العمل فى تأسيس طريقـة الاقيسـة الجديدة لاجل تعيين النسب والعلاقات بين أقيسة السـعة القديمة والجديدة وقد أخطأ كثـير من المؤلفين فى فرضهـم أن الباتة ٤٨ اصبعا مكعبا والليترون ٣٦ اصبعا مكعبا

(مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة)

(٢٧٣) المسـئلة الاولى اذا فرضـنا أن ثمن ٩ هنـداسات من القماش
ل صل د
الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ هو ١٣ و ٦ و ٨ فما ثمن ٧ امتار من القماش
ل صل د
الذى عرضه $\frac{٥}{٨}$ فالجواب أن يقال حيث ان ١٣ و ٦ و ٨ تعادل
فرنك
١٣ر١٦٨٦ تقريبا فثمن ٩ هنداسات من القماش الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ يعادل
فرنك
١٣ر١٦٨٦ وعليـه فثمن الهنداسة من القماش الذى عرضه $\frac{٧}{٨}$ يعادل
فرنك فرنك
$\frac{١٣ر١٦٨٦}{٩}$ وثمن الهنداسة من القماش الذى عرضه $\frac{١}{٨}$ يعادل $\frac{١٣ر١٦٨٦}{٩×٧}$
وثمن الهنداسة من القماش الذى عرضـه $\frac{٨}{٨}$ أعنى الهنداسة المربعة يعادل
فرنك
$\frac{١٣ر١٦٨٦×٨}{٩×٧}$.

م مر
وحيث ان ثمن الهنداسة المربعة يعادل تقريبا ١٫٤١٢٤ (كما سبق)
م مر فرنك
فعدد ١٫٤١٢٤ يعادل $\frac{١٣٫١٦٨٦ \times ٨}{٩ \times ٧}$

فرنك
وحينئذ فثمن المتر المربع اى الذى عرضه $\frac{٨}{٨}$ يعادل $\frac{١٣٫١٦٨٦ \times ٨}{٩ \times ٧ \times ١٫٤١٢٤}$
فرنك
اى $\frac{١٣١٦٨٦ \times ٨}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$

م فرنك
ويستنتج من ذلك أن ١ مما عرضه $\frac{١}{٨}$ يعادل ثمن $\frac{١٣١٦٨٦ \times ٨}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$
فرنك م فرنك
اى $\frac{١٣١٦٨٦}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$ وأن ١ مما عرضه $\frac{٥}{٨}$ يعادل ٥ فى $\frac{١٣١٦٨٦}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$
فرنك
اى $\frac{١٣١٦٨٦ \times ٥}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$ فاذن السبعة امتار مما عرضه $\frac{٥}{٨}$ تعادل ٧ فى
فرنك فرنك فرنك
$\frac{١٣١٦٨٦ \times ٥}{١٤١٢٤ \times ٩ \times ٧}$ اى $\frac{١٣١٦٨٦ \times ٥}{١٤١٢٤ \times ٩}$ اى ٥٫١٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

نم مك
(المسئلة الثانية) المطلوب ايجاد زنة ٠٫٠١٠٢٤ من الماء (والمراد هنا الماء المقطر) فيقال ان الكيلوغراما واللور الاعشارى يدل على زنة ليتر من الماء المقطر وذلك لانه لما كان الكيلوغرام الواحد معادلا ١٠٠٠ غرام كان أيضا معادلا لزنة ١٠٠٠ سنتيمتر مكعبة من الماء وكل ١٠٠٠ سنتيمتر مكعب يتركب منها دسيمتر مكعب اوليتر واحد

وحيث ان الدسيمتر المكعب من الماء المقطر يزن كيلوغراما فيمكن تحويل
م مك دسيمترمك
٠٫٠١٠٢٤ الى دسيمترات مكعبة وهذا يعطى ١٠٫٢٤

كيلوغرام

فاذن تكون الزنة المطلوبة هي ٢٤ و١٠

(المسئلة الثالثة) اذا فرض ان مقدارا من الماء المقطر تعادل زنته

لور اوقية درهم

٢٠ و ١٤ و ٥٫٦ فما يكون هذا المقدار

لور اوقية درهم

فالجواب أن يقال يحول هذا العدد أعنى ٢٠ و ١٤ و ٥٫٦

كيلوغرام

الى كيلوغرامات فيتحصل من ذلك ١٠٫٢٣٩ وهكذا من الاعداد

الاعشارية وحيث ان كل كيلوغرام عبارة عن زنة دسيمتر مكعب من الماء

دسيمتر

المقطر فالمقدار المطلوب حينئذ هو ١٠٫٢٣٩ مكعب وهكذا من

م م ك

الاعداد الاعشارية او ٠٫٠١٠٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

م م ك

فهو تقريبا ٠٫٠١٠٢٤

(تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع)*

(٢٧٤) بعد أن تؤول المسئلة المفروضة الى تقسيم ٧٨٠٠ الى ثلاث حصص مستوفية اه. ذه الشروط بمعنى أنها تكون على هذين التناسبين المرموز اليهما بهذه العلامة (١) وهما الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣ والحصة الاولى : الثالثة :: ٥ : ٧ يرمز للحصة الاولى بحرف س فينتج عن تناسب (١) أن الحصة الثانية = $\frac{٣}{٢}$ س والحصة الثالثة = $\frac{٧}{٥}$ س فيكون حينئذ مجموع الحصص الثلاثة مركبا من س مكررة عدة مرات يعبر عنها بما صورته ١ + $\frac{٣}{٢}$ + $\frac{٧}{٥}$ وحيث ان ١ + $\frac{٣}{٢}$ + $\frac{٧}{٥}$ = $\frac{٣٩}{١٠}$ وان مجموع الحصص الثلاثة يلزم أن يكون مساويا ٧٨٠٠ فعدد $\frac{٣٩}{١٠}$ من س = ٧٨٠٠ فينتج من ذلك أن $\frac{١}{١٠}$ من س

=

= $\frac{٧٨٠٠}{٣٩}$ = ٢٠٠ وان س = ١٠ فى ٢٠٠ = ٢٠٠٠

وعليه فتكون الحصة الاولى ٢٠٠٠ والثانية $\frac{٣}{٢}$ من ٢٠٠٠ اى ٣٠٠٠ والثالثة $\frac{٧}{٥}$ من ٢٠٠٠ اى ٢٨٠٠

وبمثل هذه الطريقة يمكن حل المسئلة السادسة من الباب المذكور

(تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة فى العددية)

(٢٧٥) قد سبق (فى نمرة ٤) انه يكفى فى كتابة جميع الاعداد الصحيحة بالارقام العشرة انهم اصطلحوا على أن أرقام اى عدد كان متى تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت تدل عليه بعشر مرات (يعنى انك اذا نقلت أرقام الآحاد من منزلتها الى منزلة العشرات دلت تلك الارقام على آحاد العشرات فاذا نقلت العشرات من منزلتها الى منزلة المئات دلت تلك الارقام على آحاد المئات وهكذا)

ولا مانع من الاصطلاح على طرق أخرى للعددية يعنى أن كتابة جميع الاعداد تكون بأرقام اكثر من العشرات او أقل فبالقياس على ما سبق يصطلح على أن أرقام اى عدد كان متى تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت عليه بقدر الارقام الموجودة فى الطريقة التى اصطلح عليها ويكون أساس طريقة العددية هو عدد الارقام المتركبة منها تلك الطريقة

واياما كان الاساس فالرقم الاول من العدد بالابتداء من الجهة اليمنى يدل على الآحاد البسيطة اى آحاد المنزلة الاولى والثانى على آحاد المنزلة الثانية والثالث على آحاد المنزلة الثالثة وهكذا وكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل الاساس وكل واحد من المنزلة الثالثة يعادل قوة الاساس الثانية وبالجملة فكل واحد من منزلة معينة يساوى الاساس مرفوعا الى قوة يرمز اليها بالعدد الدال على منزلة ذلك الواحد ناقصة واحدا

(الطريقة الاثناعشرية)

(٢٧٦) لاجل تقرير المعانى والتصورات الذهنية نعتبر هذه الطريقة مركبة من اثنى عشر رقما ولذا سميت بالطريقة الاثنى عشرية وارقامها الاحد عشر الاولية هى

يا	ى	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
احدعشر	عشرة	تسعة	ثمانية	سبعة	ستة	خمسة	أربعة	ثلاثة	اثنان	واحد

والاعداد ان لم توضع بين قوسين وضعت بالطريقة العشرية واذا أريد وضع العدد بالطريقة الاثنى عشرية وضع بين قوسين

ويكفى فى كتابة جميع الاعداد الصحيحة التى تزيد على احد عشر أن يصطلح على أن أرقام اى عدد كان اذا تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت تدل عليه باثنى عشرة مرة فعلى ذلك اذا ابتدأت من يمين أى عدد فكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل ١٢ وكل واحد من المنزلة الثالثة يعادل $١٢^{٢}$ اى ١٤٤ وكل واحد من المنزلة الرابعة يعادل $١٢^{٣}$ اى ١٧٢٨ وكل واحد من المنزلة الخامسة يعادل $١٢^{٤}$ اى ٢٠٧٣٦ وهلم جرا

فاذن اعداد (١٠) و (١٠٠) و (١٠٠٠) و (١٠٠٠٠) وهكذا تعادل ١٢ و ١٤٤ و ١٧٢٨ و ٢٠٧٣٦ وهكذا فبناء على ذلك اذا أضفت واحدا الى احد عشر تحصل معك عدد (١٠) فاذا أردت أن تكتب اعداد ثلاثة عشر وأربعة عشر وهكذا الى ثلاثة وعشرين فانك تعوض على التوالى صفر عدد (١٠) بكل من الارقام الاحد عشر المعنوية وهى ١ و ٢ و ٣ وهكذا الى ى و يا

وحيث ان عدد (يا) الذى يعادل ثلاثة وعشرين مركب من اثنى عشر ومن احد عشر احادا فبزيادة ١ عليه يتحصل معك اربعة وعشرون

وهو

وهو مركب من اثنى عشر مضاعفة ويوضع هكذا (٢٠) واذا عوضت الصفر برقم من الارقام الاحدى عشرة المعنوية تحصلت الاحدى عشرة العددية الواقعة بين الاثنى عشرة المضاعفة مرة اى أربعة وعشرين والاثنى عشرة المضاعفة مرتين اى ستة وثلاثين واذا استمررت على هذه الكيفية وصلت الى عدد (يايا) المركب من اثنى عشر مكررة احدى عشرة مرة زائدة احدعشر فهو يساوى ١١ × ١٢ + ١١ اى يساوى ١٤٣

وبهذه الكيفية يكتب بواسطة رقمين جميع الاعداد الواقعة بين احدعشر ومائة وأربعة وأربعين فاذا أضفت الواحد الى عدد (يايا) تحصل معك مائة وأربعة وأربعون وهى تعادل اثنى عشر مكررة اثنى عشرة مرة وتكتب هكذا (١٠٠) واذا عوضت أرقام هذا العدد الاخير على التوالى برقم من الارقام الاحدى عشرة المعنوية توصلت بذلك الى كتابة جميع الاعداد الواقعة بين ١٤٤ و ١٧٢٨ وهلم جرا

(تنبيهان) الاول يكفى فى ضرب اى عدد صحيح فى (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠) الخ أن تضع على يمين ذلك العدد صفرا أو صفرين أو ثلاثة الخ ويكفى فى قسمة اى عدد صحيح منته بأصفار على (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠) أن تحذف من جهة يمينه صفرا أو صفرين أو ثلاثة الخ

(التنبيه الثانى) اذا لم يكن رقم آحاد العدد الصحيح المكتوب بالطريقة الاثنى عشرية صفرا فالعدد المذكور لا يقبل القسمة على الاساس الذى هو (١٠) وذلك لان العدد المفروض لما كان يتحلل الى جزأين احدهما ينتهى بصفر فيقبل القسمة على (١٠) وثانيهما وهو رقم الآحاد لا يقبل القسمة على (١٠) نتج من القاعدة المقررة فى الخاصية السابعة من نمرة ٤٠ أن العدد المفروض لا يقبل القسمة على (١٠)

مثلا عدد (٢٣٧) لا يقبل القسمة على (١٠) لانه يتحلل الى جزأين وهما (٢٣٠) و ٧ أولهما يقبل القسمة على (١٠) والثانى لا يقبلها

(٢٧٧) اذا كان العدد الصحيح مكتوبا بالطريقة الاثنى عشرية وأردت

كتابته بالطريقة العشرية فاضرب الرقم الاول من الجهة اليمنى فى ١ والثانى
في الاساس الذى هو ١٢ والثالث في ١٢^٢ اى ١٤٤ والرابع في ١٢^٣
اى ١٧٢٨ والخامس فى ١٢^٤ اى ٢٠٧٣٦ وهكذا حتى
تتوصل الى رقم الآحاد العليا فمجموع هذه الحواصل هو العدد المطلوب
مثلا (٣٥ى) = ٥ + ٣ × ١٢ + ١٠ × ١٤٤ = ١٤٨١

(٢٧٨) اذا كان العدد مكتوبا بالطريقة العشرية وأردت كتابته بالطريقة الاثنى عشرية فاقسمه على ١٢ ومابقى بعد القسمة هو أول رقم من يمين العدد المطلوب وخارج القسمة يدل على اثنى عشرات أعنى على آحاد من المنزلة الثانية فاذا قسمت هذا الخارج على ١٢ فالباقى هو ثانى رقم من العدد المطلوب والخارج يدل على آحاد المنزلة الثالثة واذا استمررت هكذا فى العمل توصلت الى خارج قسمة أقل من ١٢ وهو الرقم الاخير من العدد المطلوب وذلك ناتج من أن كل اثنى عشر آحادا من اى منزلة كانت فى الطريقة الاثنى عشرية تعادل واحدا من المنزلة التى فوقها مباشرة

مثلا اذا كان المطلوب كتابة عدد ١٤٨١ بالطريقة الاثنى عشرية فاقسم هذا العدد على ١٢ يتحصل معنا باق قدره ٥ وخارج قسمة قدره ١٢٣ فاذا قسمت ١٢٣ على ١٢ كان الباقى ٣ وخارج القسمة ى وبذلك يكون العدد المطلوب (٣٥ى)

(٢٧٩) اذا أردت قراءة عدد مكتوب بالطريقة الاثنى عشرية فاكتبه بالطريقة العشرية (كما فى نمرة ٢٧٧) ثم اقرأ العدد الاخير بموجب قاعدة نمرة ٦

(٢٨٠) ماذكرناه من الطرق فى اجراء عملية الاعداد المكتوبة بالطريقة العشرية يجرى ايضا فى الطريقة الاثنى عشرية وانما الفرق بينهما ان الاساس فى الطريقة الاثنى عشرية اثنا عشر فلابد من اثنى عشر آحادا من اى منزلة حتى يتركب واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة

(امثلة)

(امثلة الجمع)

	(٢٣ی٥)	(یا ٠ی٢٣)	(یای ٠٠٠٠یا٥)
	(٤٣٧)	(٧ ٠٨٤٥)	(٤٨٩ی٢٢٣٤٦)
	(٦٠یا)	(ی یای یای)	(٩٧ی٥٦٣٢٠)
	(٤یای٠)	(٨ی٩یی)	(٤٧٨٩٠٠٠)
المجموع	(٨١١یا)	(٣٢٠٣٥٤)	(٢١٨٤٠٥٧٥یا)

(امثلة الطرح)

المطروح منه	(ی٩٨٩٨٧)	(٩٠٠٠٨٤٠٠٥)	(٩٠٠٠٠٠٢)
المطروح	(٣٧٥٧١٢)	(٨٢٢٣٤ی٧ی٢٧)	(٨٧٨٥٦٧٤)
الباقی	(٧٢٣٢٧٥)	(٩٨٧٩٨١٩ی)	(٤٣٦٥٤ی)

(امثلة الضرب)

المضروب	(٤٧یای٨)	(١١٣یای)
المضروب فيه	(١١٣یای)	(٤٧یای٨)
	(٤٣٣٠٨٤)	(٨ی٧٣٤)
	(٣ی٧١٨٨٠)	(١٠٢٧٠١٠)
	(١١یا٨یا٠٠٠)	(یا١٣١٢٠٠)
	(٤٧یای٨٠٠)	(٧٩٣٤٥٠٠٠)
	(٤٧یای٨٠٠٠٠)	(٤٥٣٧٨٠٠٠٠)
الحاصل	(٥٢١١٢یا٩٤٤)	(٥٢١١٢یا٩٤٤)

(مثال القسمة)

اذا اردت ان تقسم عـدد (٢٣٨٣٢) على (یا٣) فأجر العملية هكذا

مثلا (٢٣٨٣٢)	(يا ٣) مقسوم عليه	مضاريب المقسوم عليه	
(٢٣٥)	(ى ٧٠) خارج القسمة	(يا٣)×٢=(ى ٧)	(يا٣)×٧=(٢٣٥)
(٠٣٣)		(يا٣)×٣=(٩ يا)	(يا٣)×٨=(٢٧٤)
(٣٣٢)		(يا٣)×٤=(١٣٨)	(يا٣)×٩=(٢يا٣)
(٣٣٢)		(يا٣)×٥=(١٧٧)	(يا٣)×ى=(٣٣٢)
(٠٠٠٠)		(يا٣)×٦=(١يا٦)	(يا٣)×يا=(٣٧١)

وذلك بان تكوّن اوّلا حواصل المقسوم عليه وهو (يا ٣) بكل عدد من الاعداد ذات الرقم الواحد فترى حينئذ المقسوم الاوّل الجزئى وهو (٢٣٨) واقعا بين (٢٣٥) و (٢٧٤) أعنى بين (يا٣) × ٧ و (يا٣) × ٨ فيكون اوّل رقم من يسار خارج القسمة هو ٧ فتطرح (٢٣٥) من (٢٣٨) فالباقى وهو ٣ تنزل على يمينه رقم ٣ الموضوع بعد ارقام المقسوم الاوّل الجزئى وحيث ان المقسوم الثانى الجزئى الناتج وهو (٣٣) أصغر من المقسوم عليه فالرقم المقابل له من خارج القسمة صفر فتنزل على يمين (٣٣) رقم ٢ الذى هو آخر رقم من أرقام المقسوم وحيث ان المقسوم الثالث الجزئى وهو (٣٣٢) هو حاصل ضرب (يا٣) × ى فالرقم المقابل له من خارج القسمة هو ى فاطرح (٣٣٢) من (٣٣٢) فالباقى وهو صفر يدل على ان خارج القسمة وهو (ى٧٠) صحيح

وتجرى هنا موازين القواعد الاربعة كما فى الطريقة العشرية (راجع نمرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٣)

(٢٨١) ماذكرناه فى الباب الثانى والثالث من مسائل العلم يطبق على الطريقة الاثنى عشرية مع تعويض اساس عشرة بأساس اثنى عشر * ويبنى على ذلك اربع صور

(الصورة الاولى) حيث ان أرقام اى عدد كان من الطريقة الاثنى عشرية اذا تقدمت من منزلتها الى الجهة اليمنى من ذلك العدد دلت على آحاد اصغر

عما قبلها باثنى عشرة مرة فالارقام الموضوعة على يمين الشرطة تدل على آحاد قيمها المخصوصية $\frac{١}{١٢}$ و $\frac{١}{١٢^٢}$ اى $\frac{١}{١٤٤}$ و $\frac{١}{١٢^٣}$ اى $\frac{١}{١٧٢٨}$ و $\frac{١}{١٢^٤}$

اى $\frac{١}{٢٠٧٣٦}$ وهكذا وعليه فعدد (٦٢٣،٤٥ى) = ٦ × ١٢^٢ × ٢ × ١٢ + ٣ + $\frac{٤}{١٢}$ + $\frac{٥}{١٢^٢}$ + $\frac{ى}{١٢^٣}$

(الصورة الثانية) العدد المكتوب بالطريقة الاثنى عشرية يضرب او يقسم على عامل (١٠) عدة مرات بقدر تقديم الشرطة الى الجهة اليمنى او اليسرى من ذلك العدد منزلة او منزلتين او اكثر كما فى الامر الثانى والثالث من نمرة ٩٦

(الصورة الثالثة) العدد الاثناعشرى يعادل كسرا بسطه العدد الاثناعشرى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد المتبوع بعدة أصفار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام كما فى نمرة ٩٣ وعليه فعدد ٦٢٣،٤٥ى٧

$= \frac{(٦٢٣٤٥ى٧)}{(١٠٠٠٠)}$ وعدد (٠،٠٠٣١) $= \frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)}$

(الصورة الرابعة) اذا أردت أن تحوّل كسرا مقامه واحد متبوع بعدة أصفار الى عدد اثنى عشرى فضع البسط وافصل من جهته اليمنى بالشرطة عدة أرقام بقدر ما فى المقام من الاصفار كما فى نمرة ٩٢ وعليه فكسر

$\frac{(٦٢٣٤٥ى٧)}{(١٠٠٠٠)}$ = (٦٢٣،٤٥ى٧) وكسر $\frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)}$ = (٠،٠٠٣١)

(٢٨٢) ما اسلفناه من القواعد فى نمرة ٩٧ و ١٠٦ وما بينهما يطبق على الاعداد الاثنى عشرية وانما يعوّض هنا اساس عشرة وعاملاه الاوليان وهما ٢ و ٥ بأساس اثنى عشر وعامليه الاوليين وهما ٢ و ٣ فتصير الكسور الاعشارية الدورية كسورا اثنى عشرية دورية وكل ٩ فى مقامات الكسور الاعشارية المتكافئة تعوّض بعدد يا

(امثلة الجمع)

	(٥ى ر٢٣)	(٢٣ى ر٠ يا)	(٥يا٠٠ ر٠ ياى)
	(٤ر٣٧)	(٧٠ ر٨٤٥)	(٤٨٩ر٢٣٤٦ى)
	(يا٠ر٦)	(ى ياى ر ياى)	(٩٧ى ر٥٦٣٢٠)
	(٠ يا ر ى ٤)	(ى ى٩ ر ى ٨)	(٤٧ر٨٩٠٠٠)
المجموع	(يا١ ر٨١)	(٣٢٠ر٣٥٤)	(يا٥٧٥٠ر٢١٨٤)

(أمثلة الطرح)

المطروح منه	(٩٨٧ ر٩٨ ى)	(٩٠٠٠٨ر٤٠٠٥)	(٩٠٠٠ر٠٠٢)
المطروح	(٢ ٧١ ر٣٧٥)	(٢٧ى ٧ ر ى ٨٢٣٤)	(٦٧٤ ر٨٧٨٥)
الباقى	(٢٧٥ ر ٣ ٧٢)	(ى ٩ ١ ٨ر٩٨٧٩)	(ى ٤ ٥ ر٤٣٦)

(امثلة الضرب)

المضروب	(٨ ياى ر٤٧)	(ياى ٣ ر ١١)
المضروب فيه	(ياى ٣ ر ١١)	(٨ ياى ر ٤٧)
	(٤٣٣٠٨٤)	(٨ى٧٣٤)
	(٣ى٧١٨٨٠)	(١٠٢٧٠١٠)
	(١١ يا ٨ يا ٠٠٠)	(يا ١٣١٢٠٠)
	(٤٧ ياى ٨٠٠٠)	(٧٩٣٤٥٠٠٠)
	(٤٧ ياى ٨٠٠٠٠)	(٤٥٣٧٨٠٠٠٠)
الحاصل	(٩٤٤ يا٢ ١ر٥٢١)	(٩٤٤ يا٢ ١ر٥٢١)

(مثال القسمة)

المطلوب تحصيل خارج قسمة (٣٢ ر ٢٣٨) على (يا ر ٣) فاضرب كلا من المقسوم والمقسوم عليه فى (١٠٠) ولا يتغير بذلك خارج القسمة كما فى نمرة ٣٥ وبهذه الكيفية تؤل المسئلة الى قسمة (٢٣٨٣٢) على (٠يا٣) وهذه صورة العملية

المقسوم

المقسوم	المقسوم عليه	مضاريب المقسوم عليه	
(٢٣٨٣٢)	(٣يا٠)		
(٢٣٥٠)	خارج القسمة	(٣يا٠)×٢=(٧ى٠)	(٣يا٠)×٧=(٢٣٥٠)
(٣٣٢)	(ى٧٠)	(٣يا٠)×٣=(يا٩٠)	(٣يا٠)×٨=(٢٧٤٠)
(٣٣٢٠)		(٣يا٠)×٤=(١٣٨٠)	(٣يا٠)×٩=(٢يا٣٠)
(٣٣٢٠)		(٣يا٠)×٥=(١٧٧٠)	(٣يا٠)×ى=(٣٣٢٠)
....		(٣يا٠)×٦=(١يا٦٠)	(٣يا٠)×يا=(٣٧١٠)

فبعد أن تكون مضاريب المقسوم عليه ترى المقسوم الاول الجزئى وهو (٢٣٨٣) واقعا بين (٢٣٥٠) و (٢٧٤٠) اعنى بين (٣يا٠) × ٧ و (٣يا٠) × ٨ فيكون اول رقم من خارج القسمة هو ٧ فاطرح (٢٣٥٠) من (٢٣٨٣) ونزل على يمين الباقى رقم ٢ الذى هو آخر رقم من أرقام المقسوم ومن ذلك يحدث المقسوم الثانى الجزئى وهو (٣٣٢) وحيث ان هذا المقسوم الجزئى أصغر من المقسوم عليه فالرقم الثانى من خارج القسمة الدال على الآحاد يكون صفرا وعليه فالجزء الصحيح من خارج القسمة هو (٧٠) والباقى هو (٣٣٢) ولاجل ايجاد الارقام الاخرى من خارج القسمة اقسم (٣٣٢) على (٣يا٠) كما فى قاعدة نمرة ١٠١ بأن تضرب بالتوالى كل باق فى (١٠) وذلك عبارة عن وضع صفر على يمين كل باق وبقسمة (٣٣٢٠) على (٣يا٠) يتحصل خارج القسمة وهو ى والباقى صفر فخارج القسمة الحقيقى من قسمة (٢٣٨،٣٢) على (يا،٣) هو (ى،٧٠)

واذا طبقت بنظير هذه الكيفية قاعدة نمرة ١٠١ على الطريقة الاثنى عشرية وجدت $(\frac{٧}{٣٠٠})$ = (٠،٠٢٤) و $(\frac{٧}{٢٠٠})$ = (٠،٠٣٦)

و $\left(\frac{٢٧}{يايا}\right)$ = (٠،٢٧٢٧٢٧) وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $(\frac{٧}{٥})$ = (١،٤٩٧٢٤٩٧٢) وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\left(\frac{\text{٧١٥٣٠٤}}{\text{٠٠٠١١١}}\right)$ = (٨ر٠١٣٦٧٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

و $\left(\frac{\text{١١٢١٤}}{\text{٠٠٠٠١١١}}\right)$ = (٠ر٠٠١٣٠٧٠٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

واذا عكست بأن طبقت قواعد نمرة ١٠٢ على الطريقة الاثنى عشرية رأيت (٠ر٢٧٢٧٢٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

= $\left(\frac{\text{٢٧}}{\text{١١}}\right)$ و (٨ر٠١٣٦٧٦٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

= $\frac{(\text{٨٠١٣٦٧})-(\text{٨٠١٣})}{(\text{٠٠٠١١١})}$ = $\frac{(\text{٧١٥٣٠٤})}{(\text{٠٠٠١١١})}$ و (٠ر٠٠١٣٠٧٠٧٠٧

وهكذا من الاعداد الاعشارية) = $\frac{(\text{١٣٠٧})-(\text{١٣})}{(\text{٠٠٠٠١١١})}$ = $\frac{(\text{١١٢١٤})}{(\text{٠٠٠٠١١١})}$

و (١١١١١١ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) = $\left(\frac{\text{١١}}{\text{١١}}\right)$ = ١

و (١١١١٠ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) = $\left(\frac{\text{١١}}{\text{١١}}\right)$ = ٠ر١

وهلم جرا

(٢٨٣) اذا طبقنا قواعد نمرة ١٠٣ على الطريقة الاثنى عشرية كانت فائدتها معرفة خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح او كسر دوري بسيط او كسر دوري مركب (وفي ذلك خمس صور)

(الاولى) اذا كان المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار تحصل من اول وهلة خارج قسمة البسط عليه بأن يكتب ذلك البسط و يفصل بالشرطة عدة ارقام من جهته اليمنى بقدر ما في المقام من الاصفار وعليه فكسر $\left(\frac{\text{٣٤٧}}{\text{١٠٠}}\right)$ = (٣ر٤٧)

وكسر $\left(\frac{\text{٢٤}}{\text{١٠٠٠}}\right)$ = (٠ر٠٢٤) وكسر $\left(\frac{\text{٣٦}}{\text{١٠٠٠}}\right)$ = (٠ر٠٣٦)

(الصورة الثانية) اذا لم يكن المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار فهو ولا يحتوى الا على عاملى ٢ و ٣ الاولين من اساس اثنى عشر فيكون الناتج

عن

عن قسمة البسط على المقام خارج قسمة اثنى عشريا صحيحا لان قوى الاساس المتوالية لما كانت $(١٠) = ٢^{٢} \times ٣$ و $(٢٠)^{٢} = (١٠٠) = ٢^{٤} \times ٣^{٢}$ و $(١٠)^{٣} = (١٠٠) = ٢^{٦} \times ٣^{٣}$ وهكذا ظهر انه يكفى فى تحويل الكسر المفروض الى كسر مكافئ مقامه واحد متبوع بعدة أصفار أن تضرب حدى ذلك الكسر المفروض فى قوى ٢ و ٣ بحيث يكون أس عامل ٢ فى المقام الجديد ضعف أس عامل ٣

وعليه فكسر $\left(\frac{٧}{٣٠٠}\right) = \frac{٧}{٤٣٢} = \frac{٧}{٣^{٣} \times ٢^{٤}} = \frac{٧ \times ٢^{٢}}{٣^{٣} \times ٢^{٦}} = \frac{٢٨}{(١٠)^{٣}} = \left(\frac{٢٤}{١٠٠٠}\right) = (٠٫٠٢٤)$ وكسر $\left(\frac{٧}{٢٠٠}\right) = \frac{٧}{٢٨٨} = \frac{٧}{٣^{٢} \times ٢^{٥}} = \frac{٧ \times ٢ \times ٣}{٣^{٣} \times ٢^{٦}} = \left(\frac{٣٦}{١٠٠٠}\right) = (٠٫٠٣٦)$

(الصورة الثالثة) اذا احتوى المقام على عوامل اولية غير عاملى ٢ و ٣ لا تدخل فى البسط فقسمة البسط على المقام يكون خارجها فى هذه الصورة دوريا بسيطا او مركبا

ولنفرض كسر $\left(\frac{٧}{٢٦}\right)$ فمقام $(٢٦) = ٣٠$ وهو يحتوى على عامل ٥ الذى لا يدخل فى البسط فيقال حينئذ ان خارج قسمة ٧ على (٢٦) دورى فان أمكن تحصيل خارج قسمة حقيقى كخارج (٠٫٨٩) مثلا كان كسر $\left(\frac{٧}{٢٦}\right) = (٠٫٨٩) = \left(\frac{٨٩}{١٠٠}\right)$ وينتج من ذلك أن $(٨٩) \times (٢٦) = (١٠٠) \times ٧$

وحيث ان عامل ٥ قسم (٢٦) لزم أن يقسم أيضا $(١٠٠) \times ٧$ غير أن ٥ اولى العدد ٧ فاذن ٥ يقسم (١٠٠) او $(١٠) \times (١٠)$ وعليه فعدد ٥ يقسم (١٠) كما فى نمرة ٥٨ فاذن ٥ يقسم احد عاملى (١٠) وهما ٢ و ٣ وهو غير ممكن وحينئذ فخارج قسمة ٧ على (٢٦) يمتد الى غير نهاية

وحيث ان البواقى أقل من المقسوم عليه وهو (٢٦) فلابد أن يضع الانسان بعد أن يجرى القسمة مرارا كثيرة فيما هو دون (٢٦) على باق قد تحصل من قبل و ينتج من ذلك بموجب نظير ماسبق من البراهين فى الامر الثالث من نمرة ١٠٣ أن خارج القسمة دورى فعلى ذلك اذا قسمت ٧ على (٢٦) كان خارج القسمة وهو ٢٦٩٢٣٠٧٦٩٢٣٠٧ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية دوريا مركبا

(الصورة الرابعة) اذا لم يحتو المقام على احد عاملى ٢ و ٣ من اساس اثنى عشر فخارج قسمة البسط عليه دورى بسيط

ولنفرض مثلا كسر $\left(\frac{\text{يا٠١}}{\text{٧يا٤}}\right)$ فمقام (٧ يا ٤) = ٧١٥ وهو لايحتوى على واحد من عاملى اساس ١٢ وهما ٢ و ٣ فيقال حينئذ ان خارج قسمة (يا٠١) على (٧ يا٤) دورى بسيط وحيث ان خارج هذه القسمة هو بالضرورة دورى كما فى الصورة الثالثة من هذه النمرة فيكفى أن نذكر أن قسمة (يا٠١) على (٧ يا٤) لايمكن أن يكون خارجها دوريا مركبا مثل (٥٨٩٨٩ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

فاذا كان كسر $\left(\frac{\text{يا٠١}}{\text{٧يا٤}}\right)$ = (٥٨٩٨٩ ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) نتج أن $\left(\frac{\text{يا٠١}}{\text{٧يا٤}}\right) = \left(\frac{\text{٥٨٩} - \text{٥}}{\text{٠يايا}}\right)$ كما فى الصورة الثانية من نمرة ١٠٢ فيكون (يا٠١) × (٠يايا) = (٧يا٤) × [(٥٨٩) — ٥]

وحيث ان (٠يايا) قابل للقسمة على (١٠) فعدد (١٠) يقسم حاصل ضرب (٧يا٤) فى (٥٨٩) — ٥ ومع ذلك فعدد (١٠) اولى لعدد (٧يا٤) لانه يفرض أن مقام (٧يا٤) لايحتوى على واحد من عاملى (١٠) وهما ٢ و ٣ فاذن عدد (١٠) يقسم (٥٨٩) — ٥

وحينئذ

وحينئذ فاول رقم من يمين العدد المتحصل بطرح ٥ من (٥٨٩) يكون صفرا كما فى نمرة (٢٧٦) وهو غير ممكن لان ٥ لاتساوى ٩ فاذن يكون ابتداء الدور من اول رقم بعد الشرطة لخارج قسمة (يا٠١) على (٧يا٤) هو فى الحقيقة (٢٧٢٧٢٧ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) وهو دورى بسيط

(الصورة الخامسة)* اذا كان الكسر المفروض اصم وكان المقام يحتوى على عاملى أساس اثنى عشر وهما ٢ و ٣ المتوافقان مع عوامل اولية اخرى لخارج قسمة البسط على المقام دورى مركب

ولنفرض كسر $(\frac{٧}{٣٦})$ الاصم فمقام هذا الكسر يساوى ٢ × ٣ × ٥ وحينئذ فيقال ان خارج قسمة $(\frac{٧}{٣٦})$ دورى مركب وحيث انه بالضرورة دورى كما فى الصورة الثالثة فيكفى أن نبرهن على انه لايمكن أن يكون دوريا بسيطا مثل (٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية)

فاذا كان كسر $(\frac{٧}{٣٦})$ = (٨٩٨٩ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) = $\left(\frac{٨٩}{\text{يا يا}}\right)$ كما فى نمرة ١٠٢ نتج أن (٨٩)×(٢٦) = ٧×(يايا)

وحيث ان عدد ٣ يقسم (٢٦) فهو حينئذ يقسم ٧×(يايا) ولكن حيث كان الكسر المفروض اصم فعامل المقام وهو ٣ اولى لبسط ٧ فعدد ٣ حينئذ يقسم (يايا) او $(١٠^٢)$ — ١ ومع ذلك فعدد ٣ يقسم $(١٠^٢)$ فاذن عدد ٣ يقسم تفاضل ١ الواقع بين $(١٠^٢)$ و $(١٠^٢)$ — ١ كما فى الصورة الثانية من نمرة ٤٠ وهو غير ممكن فاذن خارج القسمة المتحصل وهو (٢٩٧٢٤٩٧٢٤ر٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية) دورى مركب

(٢٨٤) يكفى فى تعيين باقى قسمة العدد على أساس اثنى عشر ناقصا ١ اوزائدا ١ اعنى قسمته على ١١ او ١٣ الرجوع الى قواعد نمرتى ٤٣ و ٤٥ وتبديل عددى ٩ و ١١ بعددى ١١ و ١٣ وعليه فباقى قسمة (٢٤٣) على احد عشر هو ٢ + ٣ + ٤ اى ٩

وباقي قسمة (٣٥٤٤ يا٧) على ثلاثة عشر هو (٤+٣+يا) — (٥+٥+٧)

اى (١٦) — (١٥) اى ١ وباقي قسمة (٣٥٤٠ يا٧)

على ثلاثة عشر هو (٥+٥+٧) + (١١)

—(٤+٣+يا) او (١٥)+(١١)

—(١٦) او (٢٦) —

(١٦) اى ١٠

(انتهت التنبيهات)

(وهنا جداول فى الاصل تتعلق بمقابلة نقود الدول بالنقود الفرنساوية لا حاجة لتعريبها الان مافيها من المعاملات أغلبه قديم غير مستعمل وبعضه تقريبى فاستنسب تركها)

وهذا جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير الفرنساوية الجديدة

اقيسة الطول	ميليمترا	معايير الوزن	غرام
القدم القديم فى فرانسا	٣٢٤ر٧	لور بواد ومرك	٤٨٩ر٢
		انكلترة لورتروا	٣٧٢ر٦
القدم الانكليزى	٣٠٤ر٧	انكلترة أبواردوبوازة	٤٥٣ر١
		قسطنطينية	٤٥٩ر٤
وارة قسطنطينية	٨٣٦ر٦	كولونيا	٤٦٧ر٤
قدم الرين	٣١٣ر٩	ويانة	٥٥٨ر٦
قدم ويانة (يح)	٣١٦ر٠	امستردام	٤٩١ر٤
قدم امستردام	٢٨٣ر٠	أسوج	٤٢٤ر٦
قدم أسوج	٢٩٧ر١	الروسيا	٤٠٩ر٥
قدم الروسيا	٣٥٤ر١		
قدم الصين	٣٢٠ر٠		

وهذه جداول تحويل المقاييس والمعايير القديمة الى المقاييس والمعايير الجديدة

الجدول الاول فى تحويل اقيسة الطول القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس

عدد	فراسخ برية الى كيلومترات	فراسخ بحرية الى كيلومترات	ذراعات الى امتار	اقدام الى امتار	اصابع الى امتار	خطوط الى امتار	عدد	هنداسات الى امتار	عدد	كسور الهنداسة الى امتار	عدد	كسور الهنداسة الى امتار	عدد	كسور الهنداسة الى امتار
١	٤٫٤٤٤٤	٥٫٥٥٥٦	١٫٩٤٩٠٤	٠٫٣٢٤٨٤	٠٫٠٢٧٠٧٠	٠٫٠٠٢٢٥٦	١	١٫١٨٨٤٥	١/٢	٠٫٥٩٤	٥/٨	٠٫٧٤٣	٧/١٦	٠٫٥٢٠
٢	٨٫٨٨٨٩	١١٫١١١١	٣٫٨٩٨٠٧	٠٫٦٤٩٦٨	٠٫٠٥٤١٤٠	٠٫٠٠٤٥١٢	٢	٢٫٣٧٦٨٩	١/٣	٠٫٣٩٦	٧/٨	١٫٠٤٠	٩/١٦	٠٫٦٦٨
٣	١٣٫٣٣٣٣	١٦٫٦٦٦٧	٥٫٨٤٧١١	٠٫٩٧٤٥٢	٠٫٠٨١٢١٠	٠٫٠٠٦٧٦٨	٣	٣٫٥٦٥٣٤	٢/٣	٠٫٧٩٢	١/١٢	٠٫٠٩٩	١١/١٦	٠٫٨١٧
٤	١٧٫٧٧٧٨	٢٢٫٢٢٢٢	٧٫٧٩٦١٥	١٫٢٩٩٣٦	٠٫١٠٨٢٨٠	٠٫٠٠٩٠٢٤	٤	٤٫٧٥٣٧٨	١/٤	٠٫٢٩٧	٥/١٢	٠٫٤٩٥	١٣/١٦	٠٫٩٦٦
٥	٢٢٫٢٢٢٢	٢٧٫٧٧٧٨	٩٫٧٤٥١٩	١٫٦٢٤٢٠	٠٫١٣٥٣٥٠	٠٫٠١١٢٨٠	٥	٥٫٩٤٢٢٣	٣/٤	٠٫٨٩١	٧/١٢	٠٫٦٩٣	١٥/١٦	١٫١١٤
٦	٢٦٫٦٦٦٧	٣٣٫٣٣٣٣	١١٫٦٩٤٢٢	١٫٩٤٩٠٤	٠٫١٦٢٤١٩	٠٫٠١٣٥٣٦	٦	٧٫١٣٠٦٨	١/٦	٠٫١٩٨	١١/١٢	١٫٠٨٩		
٧	٣١٫١١١١	٣٨٫٨٨٨٩	١٣٫٦٤٣٢٦	٢٫٢٧٣٨٨	٠٫١٨٩٤٨٩	٠٫٠١٥٧٩٢	٧	٨٫٣١٩١٢	٥/٦	٠٫٩٩٠	١/١٦	٠٫٠٧٤		
٨	٣٥٫٥٥٥٦	٤٤٫٤٤٤٤	١٥٫٥٩٢٣٠	٢٫٥٩٨٧٢	٠٫٢١٦٥٥٩	٠٫٠١٨٠٤٨	٨	٩٫٥٠٧٥٧	١/٨	٠٫١٤٩	٣/١٦	٠٫٢٢٣		
٩	٤٠٫٠٠٠٠	٥٠٫٠٠٠٠	١٧٫٥٤١٣٣	٢٫٩٢٣٥٦	٠٫٢٤٣٦٢٩	٠٫٠٢٠٣٠٤	٩	١٠٫٦٩٦٠١	٣/٨	٠٫٤٤٦	٥/١٦	٠٫٣٧١		
١٠	٤٤٫٤٤٤٤	٥٥٫٥٥٥٦	١٩٫٤٩٠٣٧	٣٫٢٤٨٤٠	٠٫٢٧٠٦٩٩	٠٫٠٢٢٥٦٠	١٠	١١٫٨٨٤٤٦						

عدد	كيلومترات الى فراسخ برية	كيلومترات الى فراسخ بحرية	امتار الى توازات	امتار الى اقدام	امتار الى اصابع	امتار الى خطوط	عدد	امتار الى هنداسات باريسية
١	٠ر٢٢٥	٠ر١٨	٠ر٥١٣٠٧	٣ر٠٧٨٤٤	٣٦ر٩٤١٣	٤٤٣ر٢٩٦	١	٠ر٨٤١٤٤
٢	٠ر٤٥٠	٠ر٣٦	١ر٠٢٦١٥	٦ر١٥٦٨٩	٧٣ر٨٨٢٧	٨٨٦ر٥٩٢	٢	١ر٦٨٢٨٧
٣	٠ر٦٧٥	٠ر٥٤	١ر٥٣٩٢٢	٩ر٢٣٥٣٣	١١٠ر٨٢٤٠	١٣٢٩ر٨٨٨	٣	٢ر٥٢٤٣١
٤	٠ر٩٠٠	٠ر٧٢	٢ر٠٥٢٣٠	١٢ر٣١٣٧٨	١٤٧ر٧٦٥٣	١٧٧٣ر١٨٤	٤	٣ر٣٦٥٧٤
٥	١ر١٢٥	٠ر٩٠	٢ر٥٦٥٣٧	١٥ر٣٩٢٢٢	١٨٤ر٧٠٦٧	٢٢١٦ر٤٨٠	٥	٤ر٢٠٧١٨
٦	١ر٣٥٠	١ر٠٨	٣ر٠٧٨٤٤	١٨ر٤٧٠٦٦	٢٢١ر٦٤٧٠	٢٦٥٩ر٧٧٥	٦	٥ر٠٤٨٦١
٧	١ر٥٧٥	١ر٢٦	٣ر٥٩١٥٢	٢١ر٥٤٩١١	٢٥٨ر٥٨٩٣	٣١٠٣ر٠٧١	٧	٥ر٨٩٠٠٥
٨	١ر٨٠٠	١ر٤٤	٤ر١٠٤٥٩	٢٤ر٦٢٧٥٥	٢٩٥ر٥٣٠٦	٣٥٤٦ر٣٦٧	٨	٦ر٧٣١٤٨
٩	٢ر٠٢٥	١ر٦٢	٤ر٦١٧٦٧	٢٧ر٧٠٦٠٠	٣٣٢ر٤٧٢٠	٣٩٨٩ر٦٦٣	٩	٧ر٥٧٢٩٢
١٠	٢ر٢٥٠	١ر٨٠	٥ر١٣٠٧٤	٣٠ر٧٨٤٤٤	٣٦٩ر٤١٣٣	٤٤٣٢ر٩٥٩	١٠	٨ر٤١٤٣٥

الفرسخ البرى الذى للدرجة منه ٢٥
يعادل ٣ر٢٢٨٣٣ توازا
والفرسخ البحرى الذى للدرجة منه ٢٠
يعادل ١ر٢٨٥٠٤١ توازا
والهنداسة البارسية تعادل ٣ اقدام
و ٧ اصابع و ١٠ خطوط و ٥/٦

الجدول الثانى فى تحويل الاقيسة القديمة المربعة الى الاقيسة الجديدة وبالعكس

عدد	توازات مربعة الى امتار مربعة	اقدام مربعة الى امتار مربعة	اصابع مربعة الى امتار مربعة	خطوط مربعة الى امتار مربعة	عدد	فراسخ مربعة الى ميريامترات مربعة	فراسخ مربعة الى ميريارات	فدان المياه والاجمات الى اكارات اوقصبات مربعة الى آرات	فدان باريس الى اكارات اوقصبات مربعة الى آرات
١	٣٫٧٩٨٧٤٤	٠٫١٠٥٥٢١	٠٫٠٠٠٧٣٢٧٨	٠٫٠٠٠٠٠٥٠٨٩	١	٠٫١٩٧٥٣٠٩	١٩٫٧٥٣٠٩	٠٫٥١٠٧٢٠	٠٫٣٤١٨٨٧
٢	٧٫٥٩٧٤٨٧	٠٫٢١١٠٤١	٠٫٠٠١٤٦٥٥٦	٠٫٠٠٠٠١٠١٧٨	٢	٠٫٣٩٥٠٦١٧	٣٩٫٥٠٦١٧	١٫٠٢١٤٤٠	٠٫٦٨٣٧٧٤
٣	١١٫٣٩٦٢٣١	٠٫٣١٦٥٦٢	٠٫٠٠٢١٩٨٣٤	٠٫٠٠٠٠١٥٢٦٧	٣	٠٫٥٩٢٥٩٢٦	٥٩٫٢٥٩٢٦	١٫٥٣٢١٦٠	١٫٠٢٥٦٦١
٤	١٥٫١٩٤٩٧٥	٠٫٤٢٢٠٨٣	٠٫٠٠٢٩٣١١٢	٠٫٠٠٠٠٢٠٣٥٦	٤	٠٫٧٩٠١٢٣٤	٧٩٫٠١٢٣٤	٢٫٠٤٢٨٨٠	١٫٣٦٧٥٤٨
٥	١٨٫٩٩٣٧١٨	٠٫٥٢٧٦٠٤	٠٫٠٠٣٦٦٣٩٠	٠٫٠٠٠٠٢٥٤٤٥	٥	٠٫٩٨٧٦٥٤٣	٩٨٫٧٦٥٤٣	٢٫٥٥٣٦٠٠	١٫٧٠٩٤٣٥
٦	٢٢٫٧٩٢٤٦٢	٠٫٦٣٣١٢٤	٠٫٠٠٤٣٩٦٦٨	٠٫٠٠٠٠٣٠٥٣٤	٦	١٫١٨٥١٨٥٢	١١٨٫٥١٨٥٢	٣٫٠٦٤٣٢٠	٢٫٠٥١٣٢٢
٧	٢٦٫٥٩١٢٠٥	٠٫٧٣٨٦٤٥	٠٫٠٠٥١٢٩٤٦	٠٫٠٠٠٠٣٥٦٢٣	٧	١٫٣٨٢٧١٦٠	١٣٨٫٢٧١٦٠	٣٫٥٧٥٠٤٠	٢٫٣٩٣٢٠٩
٨	٣٠٫٣٨٩٩٤٩	٠٫٨٤٤١٦٦	٠٫٠٠٥٨٦٢٢٤	٠٫٠٠٠٠٤٠٧١٢	٨	١٫٥٨٠٢٤٦٩	١٥٨٫٠٢٤٦٩	٤٫٠٨٥٧٦٠	٢٫٧٣٥٠٩٦
٩	٣٤٫١٨٨٦٩٣	٠٫٩٤٩٦٨٦	٠٫٠٠٦٥٩٥٠٢	٠٫٠٠٠٠٤٥٨٠١	٩	١٫٧٧٧٧٧٧٧	١٧٧٫٧٧٧٧٧	٤٫٥٩٦٤٨٠	٣٫٠٧٦٩٨٣
١٠	٣٧٫٩٨٧٤٣٦	١٫٠٥٥٢٠٧	٠٫٠٠٧٣٢٧٨٠	٠٫٠٠٠٠٥٠٨٩٠	١٠	١٫٩٧٥٣٠٨٦	١٩٧٫٥٣٠٨٦	٥٫١٠٧٢٠٠	٣٫٤١٨٨٧٠

عدد	أمتار مربعة الى توازات مربعة	أمتار مربعة الى اقدام مربعة	أمتار مربعة الى اصابع مربعة	أمتار مربعة الى خطوط مربعة	عدد	ميريامترات مربعة الى فراسخ مربعة	ميريارات الى فراسخ مربعة	ايكارات الى فدادين المياه والاجات او آرات الى قصبات مربعة	ايكارات الى فدادين باريس او آرات الى قصبات مربعة
١	٠٫٢٦٣٢٤٥	٩٫٤٧٦٨٢	١٣٦٤٫٦٦	١٩٦٥١١	١	٥٫٠٦٢٥	٠٫٠٥٠٦٢٥	١٫٩٥٨٠٢٠	٢٫٩٢٤٩٤٣
٢	٠٫٥٢٦٤٩٠	١٨٫٩٥٣٦٣	٢٧٢٩٫٣٢	٣٩٣٠٢٣	٢	١٠٫١٢٥٠	٠٫١٠١٢٥٠	٣٫٩١٦٠٤٠	٥٫٨٤٩٨٨٦
٣	٠٫٧٨٩٧٣٥	٢٨٫٤٣٠٤٥	٤٠٩٣٫٩٩	٥٨٩٥٣٤	٣	١٥٫١٨٧٥	٠٫١٥١٨٧٥	٥٫٨٧٤٠٦٠	٨٫٧٧٤٨٢٩
٤	١٫٠٥٢٩٨٠	٣٧٫٩٠٧٢٦	٥٤٥٨٫٦٥	٧٨٦٠٤٥	٤	٢٠٫٢٥٠٠	٠٫٢٠٢٥٠٠	٧٫٨٣٢٠٨٠	١١٫٦٩٩٧٧٢
٥	١٫٣١٦٢٢٥	٤٧٫٣٨٤٠٨	٦٨٢٣٫٣١	٩٨٢٥٥٧	٥	٢٥٫٣١٢٥	٠٫٢٥٣١٢٥	٩٫٧٩٠١٠٠	١٤٫٦٢٤٧١٥
٦	١٫٥٧٩٤٦٩	٥٦٫٨٦٠٩٠	٨١٨٧٫٩٧	١١٧٩٠٦٨	٦	٣٠٫٣٧٥٠	٠٫٣٠٣٧٥٠	١١٫٧٤٨١٢٠	١٧٫٥٤٩٦٥٨
٧	١٫٨٤٢٧١٤	٦٦٫٣٣٧٧١	٩٥٥٢٫٦٣	١٣٧٥٥٧٩	٧	٣٥٫٤٣٧٥	٠٫٣٥٤٣٧٥	١٣٫٧٠٦١٤٠	٢٠٫٤٧٤٦٠١
٨	٢٫١٠٥٩٥٩	٧٥٫٨١٤٥٣	١٠٩١٧٫٣٠	١٥٧٢٠٩٠	٨	٤٠٫٥٠٠٠	٠٫٤٠٥٠٠٠	١٥٫٦٦٤١٦٠	٢٣٫٣٩٩٥٤٤
٩	٢٫٣٦٩٢٠٤	٨٥٫٢٩١٣٤	١٢٢٨١٫٩٦	١٧٦٨٦٠٢	٩	٤٥٫٥٦٢٥	٠٫٤٥٥٦٢٥	١٧٫٦٢٢١٨٠	٢٦٫٣٢٤٤٨٧
١٠	٢٫٦٣٢٤٤٩	٩٤٫٧٦٨١٦	١٣٦٤٦٫٦٢	١٩٦٥١١٣	١٠	٥٠٫٦٢٥٠	٠٫٥٠٦٢٥٠	١٩٫٥٨٠٢٠٠	٢٩٫٢٤٩٤٣٠

الجدول الثالث فى تحويل الاقيسة المكعبة القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس

عدد	توازات مكعبة الى امتار مكعبة	اقدام مكعبة الى امتار مكعبة	اصابع مكعبة الى امتار مكعبة	خطوط مكعبة الى امتار مكعبة	عدد	كورد الاخشاب والاحطاب الى استيرات	سلوال استيرات الى امتار مكعبة
١	٧ر٤٠٣٨٩	٠ر٠٣٤٢٧٧٣	٠ر٠٠٠٠١٩٨٣٦	٠ر٠٠٠٠٠٠٠١١٤٨	١	٣ر٨٣٩١	٠ر١٠٢٨٣
٢	١٤ر٨٠٧٧٨	٠ر٠٦٨٥٥٤٥	٠ر٠٠٠٠٣٩٦٧٣	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٢٢٩٦	٢	٧ر٦٧٨١	٠ر٢٠٥٦٦
٣	٢٢ر٢١١٦٧	٠ر١٠٢٨٣١٨	٠ر٠٠٠٠٥٩٥٠٩	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٣٤٤٤	٣	١١ر٥١٧٢	٠ر٣٠٨٥٠
٤	٢٩ر٦١٥٥٦	٠ر١٣٧١٠٩٠	٠ر٠٠٠٠٧٩٣٤٦	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٤٥٩٢	٤	١٥ر٣٥٦٢	٠ر٤١١٣٣
٥	٣٧ر٠١٩٤٥	٠ر١٧١٣٨٦٣	٠ر٠٠٠٠٩٩١٨٢	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٥٧٤٠	٥	١٩ر١٩٥٣	٠ر٥١٤١٦
٦	٤٤ر٤٢٣٣٤	٠ر٢٠٥٦٦٣٦	٠ر٠٠٠١١٩٠١٨	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٦٨٨٨	٦	٢٣ر٠٣٤٣	٠ر٦١٦٩٩
٧	٥١ر٨٢٧٢٣	٠ر٢٣٩٩٤٠٨	٠ر٠٠٠١٣٨٨٥٥	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٨٠٣٦	٧	٢٦ر٨٧٣٤	٠ر٧١٩٨٢
٨	٥٩ر٢٣١١٢	٠ر٢٧٤٢١٨١	٠ر٠٠٠١٥٨٦٩١	٠ر٠٠٠٠٠٠٠٩١٨٤	٨	٣٠ر٧١٢٤	٠ر٨٢٢٦٥
٩	٦٦ر٦٣٥٠١	٠ر٣٠٨٤٩٠٣	٠ر٠٠٠١٧٨٥٢٨	٠ر٠٠٠٠٠٠١٠٣٣٢	٩	٣٤ر٥٥١٥	٠ر٩٢٥٤٩
١٠	٧٤ر٠٣٨٩٠	٠ر٣٤٢٧٧٢٦	٠ر٠٠٠١٩٨٣٦٤	٠ر٠٠٠٠٠٠١١٤٨٠	١٠	٣٨ر٣٩٠٥	١ر٠٢٨٣٢

عدد	امتار مكعبة الى اوزان مكعبة	امتار مكعبة الى اقدام مكعبة	امتار مكعبة الى اصابع مكعبة	امتار مكعبة الى خطوط مكعبة
١	٠٫١٣٥٠٦٤	٢٩٫١٧٣٩	٥٠٤١٢٫٤٢	٨٧١١٢٦٥٥
٢	٠٫٢٧٠١٢٨	٥٨٫٣٤٧٧	١٠٠٨٢٤٫٨٣	١٧٤٢٢٥٣١٠
٣	٠٫٤٠٥١٩٢	٨٧٫٥٢١٦	١٥١٢٣٧٫٢٥	٢٦١٣٣٧٩٦٥
٤	٠٫٥٤٢٠٥٧	١١٦٫٦٩٥٤	٢٠١٦٤٩٫٦٦	٣٤٨٤٥٠٦١٩
٥	٠٫٦٧٥٣٢١	١٤٥٫٨٦٩٣	٢٥٢٠٦٢٫٠٨	٤٣٥٥٦٣٢٧٤
٦	٠٫٨١٠٣٨٥	١٧٥٫٠٤٣١	٣٠٢٤٧٤٫٥٠	٥٢٢٦٧٥٩٢٩
٧	٠٫٩٤٥٤٤٩	٢٠٤٫٢١٧٠	٣٥٢٨٨٦٫٩١	٦٠٩٧٨٨٥٨٤
٨	١٫٠٨٠٥١٣	٢٣٣٫٣٩٠٨	٤٠٣٢٩٩٫٣٣	٦٩٦٩٠١٢٣٩
٩	١٫٢١٥٥٧٧	٢٦٢٫٥٦٤٧	٤٥٣٧١١٫٧٤	٧٨٤٠١٣٨٩٤
١٠	١٫٣٥٠٦٤١	٢٩١٫٧٣٨٥	٥٠٤١٢٤٫١٦	٨٧١١٢٦٥٤٩

عدد	ستيرات الى كورد الانكليز والامريكان	امتار مكعبة الى سطور
١	٠٫٢٦٠٤٨	٩٫٧٢٤٦
٢	٠٫٥٢٠٩٦	١٩٫٤٤٩٢
٣	٠٫٧٨١٤٤	٢٩٫١٧٣٩
٤	١٫٠٤١٩٢	٣٨٫٨٩٨٥
٥	١٫٣٠٢٤١	٤٨٫٦٢٣١
٦	١٫٥٦٢٨٩	٥٨٫٣٤٧٧
٧	١٫٨٢٣٣٧	٦٨٫٠٩٢٣
٨	٢٫٠٨٣٨٥	٧٧٫٧٩٧٠
٩	٢٫٣٤٤٣٣	٨٧٫٥٢١٦
١٠	٢٫٦٠٤٨١	٩٧٫٢٤٦٢

الجدول الرابع فى تحويل اقيسة السعة القديمة الى اقيسة جديدة وبالعكس

عدد	بنتات باريس الى لترات	[illegible] باريس الى الكيلولترات	[illegible] باريس الى الكيلولترات	بواسو الى لترات	اترون الى لترات
١	٠٫٩٣١٣	٢٫٦٨٢٢	١٫٥٦١٠	١٣٫٠٠٨	٠٫٨١٣٠
٢	١٫٨٦٢٦	٥٫٣٦٤٤	٣٫١٢٢٠	٢٦٫٠١٧	١٫٦٢٦٠
٣	٢٫٧٩٤٠	٨٫٠٤٦٦	٤٫٦٨٣٠	٣٩٫٠٢٥	٢٫٤٣٩١
٤	٣٫٧٢٥٣	١٠٫٧٢٨٨	٦٫٢٤٤٠	٥٢٫٠٣٣	٣٫٢٥٢١
٥	٤٫٦٥٦٦	١٣٫٤١١٠	٧٫٨٠٥٠	٦٥٫٠٤٢	٤٫٠٦٥١
٦	٥٫٥٨٧٩	١٦٫٠٩٣٢	٩٫٣٦٦٠	٧٨٫٠٥٠	٤٫٨٧٨١
٧	٦٫٥١٩٢	١٨٫٧٧٥٤	١٠٫٩٢٧٠	٩١٫٠٥٨	٥٫٦٩١١
٨	٧٫٤٥٠٦	٢١٫٤٥٧٦	١٢٫٤٨٨٠	١٠٤٫٠٦٦	٦٫٥٠٤٢
٩	٨٫٣٨١٩	٢٤٫١٣٩٨	١٤٫٠٤٩٠	١١٧٫٠٧٥	٧٫٣١٧٢
١٠	٩٫٣١٣٢	٢٦٫٨٢٢٠	١٥٫٦١٠٠	١٣٠٫٠٨٣	٨٫١٣٠٢

الجدول الخامس فى تحويل الموازين القديمة الى موازين جديدة وبالعكس

عدد	ليرات الى كيلوغرامات	اونسة اى اوقية افرنجية الى كيلوغرامات	غروس اى دراهم افرنجية الى كيلوغرامات	حبات الى كيلوغرامات	قناطير الى ميرياغرامات
١	٠٫٤٨٩٥١	٠٫٠٣٠٥٩	٠٫٠٠٣٨٢٤	٠٫٠٠٠٠٥٣١	٤٫٨٩٥١
٢	٠٫٩٧٩٠١	٠٫٠٦١١٩	٠٫٠٠٧٦٤٨	٠٫٠٠٠١٠٦٢	٩٫٧٩٠١
٣	١٫٤٦٨٥٢	٠٫٠٩١٧٨	٠٫٠١١٤٧٢	٠٫٠٠٠١٥٩٣	١٤٫٦٨٥٢
٤	١٫٩٥٨٠٢	٠٫١٢٢٣٨	٠٫٠١٥٢٩٦	٠٫٠٠٠٢١٢٤	١٩٫٥٨٠٢
٥	٢٫٤٤٧٥٣	٠٫١٥٢٩٧	٠٫٠١٩١٢٠	٠٫٠٠٠٢٦٥٥	٢٤٫٤٧٥٣
٦	٢٫٩٣٧٠٤	٠٫١٨٣٥٦	٠٫٠٢٢٩٤٤	٠٫٠٠٠٣١٨٦	٢٩٫٣٧٠٤
٧	٣٫٤٢٦٥٤	٠٫٢١٤١٦	٠٫٠٢٦٧٦٨	٠٫٠٠٠٣٧١٧	٣٤٫٢٦٥٤
٨	٣٫٩١٦٠٥	٠٫٢٤٤٧٥	٠٫٠٣٠٥٩٢	٠٫٠٠٠٤٢٤٨	٣٩٫١٦٠٥
٩	٤٫٤٠٥٥٥	٠٫٢٧٥٣٥	٠٫٠٣٤٤١٦	٠٫٠٠٠٤٧٧٩	٤٤٫٠٥٥٥
١٠	٤٫٨٩٥٠٦	٠٫٣٠٥٩٤	٠٫٠٣٨٢٤٠	٠٫٠٠٠٥٣١٠	٤٨٫٩٥٠٦

عدد	الفرانات البنقات باريس	الكيلو الفرانات ال موجف ابسار باريس	الكيلو الفرانات ال سنجر انجرقج باريس	الفرانات البواسو	الفرانات القدرون
١	١٫٠٧٣٧	٠٫٣٧٢٨	٠٫٦٤٠٦	٠٫٠٧٦٨٧	١٫٢٣٠٠
٢	٢٫١٤٧٥	٠٫٧٤٥٧	١٫٢٨١٢	٠٫١٥٣٧٥	٢٫٤٦٠٠
٣	٣٫٢٢١٢	١٫١١٨٥	١٫٩٢١٩	٠٫٢٣٠٦٢	٣٫٦٩٠٠
٤	٤٫٢٩٥٠	١٫٤٩١٣	٢٫٥٦٢٥	٠٫٣٠٧٥٠	٤٫٩١٩٩
٥	٥٫٣٦٨٧	١٫٨٦٤٢	٣٫٢٠٣١	٠٫٣٨٤٣٧	٦٫١٤٩٩
٦	٦٫٤٤٢٤	٢٫٢٣٧٠	٣٫٨٤٣٧	٠٫٤٦١٢٤	٧٫٣٧٩٩
٧	٨٫٥٨٩٩	٢٫٦٠٩٨	٤٫٤٨٤٣	٠٫٥٣٨١٢	٨٫٦٠٩٩
٨	٩٫٦٦٣٧	٢٫٩٨٢٦	٥٫١٢٥٠	٠٫٦١٤٩٩	٩٫٨٣٩٩
٩	٧٫٥١٦٢	٣٫٣٥٥٥	٥٫٧٦٥٦	٠٫٦٩١٨٧	١١٫٠٦٩٩
١٠	١٠٫٧٣٧٤	٣٫٧٢٨٣	٦٫٤٠٦٢	٠٫٧٦٨٧٤	١٢٫٢٩٩٨

عدد	كيلوغرامات الال لور	كيلوغرامات الال اوقية	كيلوغرامات ال غروس	كيلوغرامات الال حبات	ميريغرامات الال قناطير
١	٢٫٠٤٢٨٨	٣٢٫٦٨٦	٢٦١٫٤٩	١٨٨٢٧٫١٥	٠٫٢٠٤٢٩
٢	٤٫٠٨٥٧٥	٦٥٫٣٧٢	٥٢٢٫٩٨	٣٧٦٥٤٫٣٠	٠٫٤٠٨٥٨
٣	٦٫١٢٨٦٣	٩٨٫٠٥٨	٧٨٤٫٤٦	٥٦٤٨١٫٤٥	٠٫٦١٢٨٦
٤	٨٫١٧١٥٠	١٣٠٫٧٤٤	١٠٤٥٫٩٥	٧٥٣٠٨٫٦٠	٠٫٨١٧١٥
٥	١٠٫٢١٤٣٨	١٦٣٫٤٣٠	١٣٠٧٫٤٤	٩٤١٣٥٫٧٥	١٫٠٢١٤٤
٦	١٢٫٢٥٧٢٦	١٩٦٫١١٦	١٥٦٨٫٩٣	١١٢٩٦٢٫٩٠	١٫٢٢٥٧٣
٧	١٤٫٣٠٠١٣	٢٢٨٫٨٠٢	١٨٣٠٫٣٢	١٣١٧٩٠٫٠٥	١٫٤٣٠٠١
٨	١٦٫٣٤٣٠١	٢٦١٫٤٨٨	٢٠٩١٫٩٠	١٥٠٦١٧٫٢٠	١٫٦٣٤٣٠
٩	١٨٫٣٨٥٨٨	٢٩٤٫١٧٤	٢٣٥٣٫٣٩	١٦٩٤٤٤٫٣٥	١٫٨٣٨٥٩
١٠	٢٠٫٤٢٨٧٦	٣٢٦٫٨٦٠	٢٦١٤٫٨٨	١٨٨٢٧١٫٥٠	٢٫٠٤٢٨٨

عدد	الكرانات زنكن	الطالرات زنكن	الفلورنات زنكن	الفرنكات ليورات
١	٠٫٩٨٧ ٦٥٠ ٩٤٢	٠٫٠٤٩ ٣٨٢ ٥٤٧	٠٫٠٠٤ ١١٥ ٢١٢	١٫٠١٢ ٥٠٣ ٤٦٣
٢	١٫٩٧٥ ٣٠١ ٨٨٥	٠٫٠٩٨ ٧٦٥ ٠٩٠	٠٫٠٠٨ ٢٣٠ ٤٢٤	٢٫٠٢٥ ٠٠٦ ٩٢٦
٣	٢٫٩٦٢ ٩٥٢ ٨٢٧	٠٫١٤٨ ١٤٧ ٦٤١	٠٫٠١٢ ٣٤٥ ٦٣٦	٣٫٠٣٧ ٥١٠ ٣٩٠
٤	٣٫٩٥٠ ٦٠٣ ٧٧٠	٠٫١٩٧ ٥٣٠ ١٨٨	٠٫٠١٦ ٤٦٠ ٨٤٩	٤٫٠٥٠ ٠١٣ ٨٥٣
٥	٤٫٩٣٨ ٢٥٤ ٧١٣	٠٫٢٤٦ ٩١٢ ٧٣٥	٠٫٠٢٠ ٥٧٦ ٠٦١	٥٫٠٦٢ ٥١٧ ٣١٦
٦	٥٫٩٢٥ ٩٠٥ ٦٥٥	٠٫٢٩٦ ٢٩٥ ٢٨٢	٠٫٠٢٤ ٦٩١ ٢٧٣	٦٫٠٧٥ ٠٢٠ ٧٨٠
٧	٦٫٩١٣ ٥٥٦ ٥٩٨	٠٫٣٤٥ ٦٧٧ ٨٢٩	٠٫٠٢٨ ٨٠٦ ٤٨٥	٧٫٠٨٧ ٥٢٤ ٤٣٢
٨	٧٫٩٠١ ٢٠٧ ٥٤١	٠٫٣٩٥ ٠٦٠ ٣٧٧	٠٫٠٣٢ ٩٢١ ٦٩٨	٨٫١٠٠ ٠٢٧ ٧٠٦
٩	٨٫٨٨٨ ٨٥٨ ٤٨٣	٠٫٤٤٤ ٤٤٢ ٩٢٤	٠٫٠٣٧ ٠٣٦ ٩١٠	٩٫١١٢ ٥٣١ ١٧٠

وهـــــــــــــــــذه

جداول لوغارغمات الاعداد

من ١ الى ١٠٠٠٠

ذيلنا بها الكتاب

لتكمل فائدته

للطلاب

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
١	٠٠٠٠٠	٢٦	٤١٤٩٧	٥١	٧٠٧٥٧	٧٦	٨٨٠٨١	١٠١	٠٠٤٣٢
٢	٣٠١٠٣	٢٧	٤٣١٣٦	٥٢	٧١٦٠٠	٧٧	٨٨٦٤٩	١٠٢	٠٠٨٦٠
٣	٤٧٧١٢	٢٨	٤٤٧١٦	٥٣	٧٢٤٢٨	٧٨	٨٩٢٠٩	١٠٣	٠١٢٨٤
٤	٦٠٢٠٦	٢٩	٤٦٢٤٠	٥٤	٧٣٢٣٩	٧٩	٨٩٧٦٣	١٠٤	٠١٧٠٣
٥	٦٩٨٩٧	٣٠	٤٧٧١٢	٥٥	٧٤٠٣٦	٨٠	٩٠٣٠٩	١٠٥	٠٢١١٩
٦	٧٧٨١٥	٣١	٤٩١٣٦	٥٦	٧٤٨١٩	٨١	٩٠٨٤٩	١٠٦	٠٢٥٣١
٧	٨٤٥١٠	٣٢	٥٠٥١٥	٥٧	٧٥٥٨٧	٨٢	٩١٣٨١	١٠٧	٠٢٩٣٨
٨	٩٠٣٠٩	٣٣	٥١٨٥١	٥٨	٧٦٣٤٣	٨٣	٩١٩٠٨	١٠٨	٠٣٣٤٢
٩	٩٥٤٢٤	٣٤	٥٣١٤٨	٥٩	٧٧٠٨٥	٨٤	٩٢٤٢٨	١٠٩	٠٣٧٤٣
١٠	٠٠٠٠٠	٣٥	٥٤٤٠٧	٦٠	٧٧٨١٥	٨٥	٩٢٩٤٢	١١٠	٠٤١٣٩
١١	٠٤١٣٩	٣٦	٥٥٦٣٠	٦١	٧٨٥٣٣	٨٦	٩٣٤٥٠	١١١	٠٤٥٣٢
١٢	٠٧٩١٨	٣٧	٥٦٨٢٠	٦٢	٧٩٢٣٩	٨٧	٩٣٩٥٢	١١٢	٠٤٩٢٢
١٣	١١٣٩٤	٣٨	٥٧٩٧٨	٦٣	٧٩٩٣٤	٨٨	٩٤٤٤٨	١١٣	٠٥٣٠٨
١٤	١٤٦١٣	٣٩	٥٩١٠٦	٦٤	٨٠٦١٨	٨٩	٩٤٩٣٩	١١٤	٠٥٦٩٠
١٥	١٧٦٠٩	٤٠	٦٠٢٠١	٦٥	٨١٢٩١	٩٠	٩٥٤٢٤	١١٥	٠٦٠٧٠
١٦	٢٠٤١٢	٤١	٦١٢٧٨	٦٦	٨١٩٥٤	٩١	٩٥٩٠٤	١١٦	٠٦٤٤٦
١٧	٢٣٠٤٥	٤٢	٦٢٣٢٥	٦٧	٨٢٦٠٧	٩٢	٩٦٣٧٩	١١٧	٠٦٨١٩
١٨	٢٥٥٢٧	٤٣	٦٣٣٤٧	٦٨	٨٣٢٥١	٩٣	٩٦٨٤٨	١١٨	٠٧١٨٨
١٩	٢٧٨٧٥	٤٤	٦٤٣٤٥	٦٩	٨٣٨٨٥	٩٤	٩٧٣١٣	١١٩	٠٧٥٥٥
٢٠	٣٠١٠٣	٤٥	٦٥٣٢١	٧٠	٨٤٥١٠	٩٥	٩٧٧٧٢	١٢٠	٠٧٩١٨
٢١	٣٢٢٢٢	٤٦	٦٦٢٧٦	٧١	٨٥١٢٦	٩٦	٩٨٢٢٧	١٢١	٠٨٢٧٩
٢٢	٣٤٢٤٢	٤٧	٦٧٢١٠	٧٢	٨٥٧٣٣	٩٧	٩٨٦٧٧	١٢٢	٠٨٦٣٦
٢٣	٣٦١٧٣	٤٨	٦٨١٢٤	٧٣	٨٦٣٣٢	٩٨	٩٩١٢٣	١٢٣	٠٨٩٩١
٢٤	٣٨٠٢١	٤٩	٦٩٠٢٠	٧٤	٨٦٩٢٣	٩٩	٩٩٥٦٤	١٢٤	٠٩٣٤٢
٢٥	٣٩٧٩٤	٥٠	٦٩٨٩٧	٧٥	٨٧٥٠٦	١٠٠	٠٠٠٠٠	١٢٥	٠٩٦٩١

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
١٢٦	١٠٠٣٧	١٥١	١٧٨٩٨	١٧٦	٢٤٥٥١	٢٠١	٣٠٣٢٠	٢٢٦	٣٥٤١١
١٢٧	١٠٣٨٠	١٥٢	١٨١٨٤	١٧٧	٢٤٧٩٧	٢٠٢	٣٠٥٣٥	٢٢٧	٣٥٦٠٣
١٢٨	١٠٧٢١	١٥٣	١٨٤٦٩	١٧٨	٢٥٠٤٢	٢٠٣	٣٠٧٥٠	٢٢٨	٣٥٧٩٣
١٢٩	١١٠٥٩	١٥٤	١٨٧٥٢	١٧٩	٢٥٢٨٥	٢٠٤	٣٠٩٦٣	٢٢٩	٣٥٩٨٤
١٣٠	١١٣٩٤	١٥٥	١٩٠٣٣	١٨٠	٢٥٥٢٧	٢٠٥	٣١١٧٥	٢٣٠	٣٦١٧٣
١٣١	١١٧٢٧	١٥٦	١٩٣١٢	١٨١	٢٥٧٦٨	٢٠٦	٣١٣٨٧	٢٣١	٣٦٣٦١
١٣٢	١٢٠٥٧	١٥٧	١٩٥٩٠	١٨٢	٢٦٠٠٧	٢٠٧	٣١٥٩٧	٢٣٢	٣٦٥٤٩
١٣٣	١٢٣٨٥	١٥٨	١٩٨٦٦	١٨٣	٢٦٢٤٥	٢٠٨	٣١٨٠٦	٢٣٣	٣٦٧٣٦
١٣٤	١٢٧١٠	١٥٩	٢٠١٤٠	١٨٤	٢٦٤٨٢	٢٠٩	٣٢٠١٥	٢٣٤	٣٦٩٢٢
١٣٥	١٣٠٣٣	١٦٠	٢٠٤١٢	١٨٥	٢٦٧١٧	٢١٠	٣٢٢٢٢	٢٣٥	٣٧١٠٧
١٣٦	١٣٣٥٤	١٦١	٢٠٦٨٣	١٨٦	٢٦٩٥١	٢١١	٣٢٤٢٨	٢٣٦	٣٧٢٩١
١٣٧	١٣٦٧٢	١٦٢	٢٠٩٥٢	١٨٧	٢٧١٨٤	٢١٢	٣٢٦٣٤	٢٣٧	٣٧٤٧٥
١٣٨	١٣٩٨٨	١٦٣	٢١٢١٩	١٨٨	٢٧٤١٦	٢١٣	٣٢٨٣٨	٢٣٨	٣٧٦٥٨
١٣٩	١٤٣٠١	١٦٤	٢١٤٨٤	١٨٩	٢٧٦٤٦	٢١٤	٣٣٠٤١	٢٣٩	٣٧٨٤٠
١٤٠	١٤٦١٣	١٦٥	٢١٧٤٨	١٩٠	٢٧٨٧٥	٢١٥	٣٣٢٤٤	٢٤٠	٣٨٠٢١
١٤١	١٤٩٢٢	١٦٦	٢٢٠١١	١٩١	٢٨١٠٣	٢١٦	٣٣٤٤٥	٢٤١	٣٨٢٠٢
١٤٢	١٥٢٢٩	١٦٧	٢٢٢٧٢	١٩٢	٢٨٣٣٠	٢١٧	٣٣٦٤٦	٢٤٢	٣٨٣٨٢
١٤٣	١٥٥٣٤	١٦٨	٢٢٥٣١	١٩٣	٢٨٥٥٦	٢١٨	٣٣٨٤٦	٢٤٣	٣٨٥٦١
١٤٤	١٥٨٣٦	١٦٩	٢٢٧٨٩	١٩٤	٢٨٧٨٠	٢١٩	٣٤٠٤٤	٢٤٤	٣٨٧٣٩
١٤٥	١٦١٣٧	١٧٠	٢٣٠٤٥	١٩٥	٢٩٠٠٣	٢٢٠	٣٤٢٤٢	٢٤٥	٣٨٩١٧
١٤٦	١٦٤٣٥	١٧١	٢٣٣٠٠	١٩٦	٢٩٢٢٦	٢٢١	٣٤٤٣٩	٢٤٦	٣٩٠٩٤
١٤٧	١٦٧٣٢	١٧٢	٢٣٥٥٣	١٩٧	٢٩٤٤٧	٢٢٢	٣٤٦٣٥	٢٤٧	٣٩٢٧٠
١٤٨	١٧٠٢٦	١٧٣	٢٣٨٠٥	١٩٨	٢٩٦٦٧	٢٢٣	٣٤٨٣٠	٢٤٨	٣٩٤٤٥
١٤٩	١٧٣١٩	١٧٤	٢٤٠٥٥	١٩٩	٢٩٨٨٥	٢٢٤	٣٥٠٢٥	٢٤٩	٣٩٦٢٠
١٥٠	١٧٦٠٩	١٧٥	٢٤٣٠٤	٢٠٠	٣٠١٠٣	٢٢٥	٣٥٢١٨	٢٥٠	٣٩٧٩٤

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٢٥١	٣٩٩٦٧	٢٧٦	٤٤٠٩١	٣٠١	٤٧٨٥٧	٣٢٦	٥١٣٢٢	٣٥١	٥٤٥٣١
٢٥٢	٤٠١٤٠	٢٧٧	٤٤٢٤٨	٣٠٢	٤٨٠٠١	٣٢٧	٥١٤٥٥	٣٥٢	٥٤٦٥٤
٢٥٣	٤٠٣١٢	٢٧٨	٤٤٤٠٤	٣٠٣	٤٨١٤٤	٣٢٨	٥١٥٨٧	٣٥٣	٥٤٧٧٧
٢٥٤	٤٠٤٨٣	٢٧٩	٤٤٥٦٠	٣٠٤	٤٨٢٨٧	٣٢٩	٥١٧٢٠	٣٥٤	٥٤٩٠٠
٢٥٥	٤٠٦٥٤	٢٨٠	٤٤٧١٦	٣٠٥	٤٨٤٣٠	٣٣٠	٥١٨٥١	٣٥٥	٥٥٠٢٣
٢٥٦	٤٠٨٢٤	٢٨١	٤٤٨٧١	٣٠٦	٤٨٥٧٢	٣٣١	٥١٩٨٣	٣٥٦	٥٥١٤٥
٢٥٧	٤٠٩٩٣	٢٨٢	٤٥٠٢٥	٣٠٧	٤٨٧١٤	٣٣٢	٥٢١١٤	٣٥٧	٥٥٢٦٧
٢٥٨	٤١١٦٢	٢٨٣	٤٥١٧٩	٣٠٨	٤٨٨٥٥	٣٣٣	٥٢٢٤٤	٣٥٨	٥٥٣٨٨
٢٥٩	٤١٣٣٠	٢٨٤	٤٥٣٣٢	٣٠٩	٤٨٩٩٦	٣٣٤	٥٢٣٧٥	٣٥٩	٥٥٥٠٩
٢٦٠	٤١٤٩٧	٢٨٥	٤٥٤٨٤	٣١٠	٤٩١٣٦	٣٣٥	٥٢٥٠٤	٣٦٠	٥٥٦٣٠
٢٦١	٤١٦٦٤	٢٨٦	٤٥٦٣٧	٣١١	٤٩٢٧٦	٣٣٦	٥٢٦٣٤	٣٦١	٥٥٧٥١
٢٦٢	٤١٨٣٠	٢٨٧	٤٥٧٨٨	٣١٢	٤٩٤١٥	٣٣٧	٥٢٧٦٣	٣٦٢	٥٥٨٧١
٢٦٣	٤١٩٩٦	٢٨٨	٤٥٩٣٩	٣١٣	٤٩٥٥٤	٣٣٨	٥٢٨٩٢	٣٦٣	٥٥٩٩١
٢٦٤	٤٢١٦٠	٢٨٩	٤٦٠٩٠	٣١٤	٤٩٦٩٣	٣٣٩	٥٣٠٢٠	٣٦٤	٥٦١١٠
٢٦٥	٤٢٣٢٥	٢٩٠	٤٦٢٤٠	٣١٥	٤٩٨٣١	٣٤٠	٥٣١٤٨	٣٦٥	٥٦٢٢٩
٢٦٦	٤٢٤٨٨	٢٩١	٤٦٣٨٩	٣١٦	٤٩٩٦٩	٣٤١	٥٣٢٧٥	٣٦٦	٥٦٣٤٨
٢٦٧	٤٢٦٥١	٢٩٢	٤٦٥٣٨	٣١٧	٥٠١٠٦	٣٤٢	٥٣٤٠٣	٣٦٧	٥٦٤٦٧
٢٦٨	٤٢٨١٣	٢٩٣	٤٦٦٨٧	٣١٨	٥٠٢٤٣	٣٤٣	٥٣٥٢٩	٣٦٨	٥٦٥٨٥
٢٦٩	٤٢٩٧٥	٢٩٤	٤٦٨٣٥	٣١٩	٥٠٣٧٩	٣٤٤	٥٣٦٥٦	٣٦٩	٥٦٧٠٣
٢٧٠	٤٣١٣٦	٢٩٥	٤٦٩٨٢	٣٢٠	٥٠٥١٥	٣٤٥	٥٣٧٨٢	٣٧٠	٥٦٨٢٠
٢٧١	٤٣٢٩٧	٢٩٦	٤٧١٢٩	٣٢١	٥٠٦٥١	٣٤٦	٥٣٩٠٨	٣٧١	٥٦٩٣٧
٢٧٢	٤٣٤٥٧	٢٩٧	٤٧٢٧٦	٣٢٢	٥٠٧٨٦	٣٤٧	٥٤٠٣٣	٣٧٢	٥٧٠٥٤
٢٧٣	٤٣٦١٦	٢٩٨	٤٧٤٢٢	٣٢٣	٥٠٩٢٠	٣٤٨	٥٤١٥٨	٣٧٣	٥٧١٧١
٢٧٤	٤٣٧٧٥	٢٩٩	٤٧٥٦٧	٣٢٤	٥١٠٥٥	٣٤٩	٥٤٢٨٣	٣٧٤	٥٧٢٨٧
٢٧٥	٤٣٩٣٣	٣٠٠	٤٧٧١٢	٣٢٥	٥١١٨٨	٣٥٠	٥٤٤٠٧	٣٧٥	٥٧٤٠٣

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٣٧٦	٥٧٥١٩	٤٠١	٦٠٣١٤	٤٢٦	٦٢٩٤١	٤٥١	٦٥٤١٨	٤٧٦	٦٧٧٦١
٣٧٧	٥٧٦٣٤	٤٠٢	٦٠٤٢٢	٤٢٧	٦٣٠٤٣	٤٥٢	٦٥٥١٤	٤٧٧	٦٧٨٥٢
٣٧٨	٥٧٧٤٩	٤٠٣	٦٠٥٣١	٤٢٨	٦٣١٤٤	٤٥٣	٦٥٦١٠	٤٧٨	٦٧٩٤٣
٣٧٩	٥٧٨٦٤	٤٠٤	٦٠٦٣٨	٤٢٩	٦٣٢٤٦	٤٥٤	٦٥٧٠٦	٤٧٩	٦٨٠٣٤
٣٨٠	٥٧٩٧٨	٤٠٥	٦٠٧٤٦	٤٣٠	٦٣٣٤٧	٤٥٥	٦٥٨٠١	٤٨٠	٦٨١٢٤
٣٨١	٥٨٠٩٢	٤٠٦	٦٠٨٥٣	٤٣١	٦٣٤٤٨	٤٥٦	٦٥٨٩٦	٤٨١	٦٨٢١٥
٣٨٢	٥٨٢٠٦	٤٠٧	٦٠٩٥٩	٤٣٢	٦٣٥٤٨	٤٥٧	٦٥٩٩٢	٤٨٢	٦٨٣٠٥
٣٨٣	٥٨٣٢٠	٤٠٨	٦١٠٦٦	٤٣٣	٦٣٦٤٩	٤٥٨	٦٦٠٨٧	٤٨٣	٦٨٣٩٥
٣٨٤	٥٨٤٣٣	٤٠٩	٦١١٧٢	٤٣٤	٦٣٧٤٩	٤٥٩	٦٦١٨١	٤٨٤	٦٨٤٨٥
٣٨٥	٥٨٥٤٦	٤١٠	٦١٢٧٨	٤٣٥	٦٣٨٤٩	٤٦٠	٦٦٢٧٦	٤٨٥	٦٨٥٧٤
٣٨٦	٥٨٦٥٩	٤١١	٦١٣٨٤	٤٣٦	٦٣٩٤٩	٤٦١	٦٦٣٧٠	٤٨٦	٦٨٦٦٤
٣٨٧	٥٨٧٧١	٤١٢	٦١٤٩٠	٤٣٧	٦٤٠٤٨	٤٦٢	٦٦٤٦٤	٤٨٧	٦٨٧٥٣
٣٨٨	٥٨٨٨٣	٤١٣	٦١٥٩٥	٤٣٨	٦٤١٤٧	٤٦٣	٦٦٥٥٨	٤٨٨	٦٨٨٤٢
٣٨٩	٥٨٩٩٥	٤١٤	٦١٧٠٠	٤٣٩	٦٤٢٤٦	٤٦٤	٦٦٦٥٢	٤٨٩	٦٨٩٣١
٣٩٠	٥٩١٠٦	٤١٥	٦١٨٠٥	٤٤٠	٦٤٣٤٥	٤٦٥	٦٦٧٤٥	٤٩٠	٦٩٠٢٠
٣٩١	٥٩٢١٨	٤١٦	٦١٩٠٩	٤٤١	٦٤٤٤٤	٤٦٦	٦٦٨٣٩	٤٩١	٦٩١٠٨
٣٩٢	٥٩٣٢٩	٤١٧	٦٢٠١٤	٤٤٢	٦٤٥٤٢	٤٦٧	٦٦٩٣٢	٤٩٢	٦٩١٩٧
٣٩٣	٥٩٤٣٩	٤١٨	٦٢١١٨	٤٤٣	٦٤٦٤٠	٤٦٨	٦٧٠٢٥	٤٩٣	٦٩٢٨٥
٣٩٤	٥٩٥٥٠	٤١٩	٦٢٢٢١	٤٤٤	٦٤٧٣٨	٤٦٩	٦٧١١٧	٤٩٤	٦٩٣٧٣
٣٩٥	٥٩٦٦٠	٤٢٠	٦٢٣٢٥	٤٤٥	٦٤٨٣٦	٤٧٠	٦٧٢١٠	٤٩٥	٦٩٤٦١
٣٩٦	٥٩٧٧٠	٤٢١	٦٢٤٢٨	٤٤٦	٦٤٩٣٣	٤٧١	٦٧٣٠٢	٤٩٦	٦٩٥٤٨
٣٩٧	٥٩٨٧٩	٤٢٢	٦٢٥٣١	٤٤٧	٦٥٠٣١	٤٧٢	٦٧٣٩٤	٤٩٧	٦٩٦٣٦
٣٩٨	٥٩٩٨٨	٤٢٣	٦٢٦٣٤	٤٤٨	٦٥١٢٨	٤٧٣	٦٧٤٨٦	٤٩٨	٦٩٧٢٣
٣٩٩	٦٠٠٩٧	٤٢٤	٦٢٧٣٧	٤٤٩	٦٥٢٢٥	٤٧٤	٦٧٥٧٨	٤٩٩	٦٩٨١٠
٤٠٠	٦٠٢٠٦	٤٢٥	٦٢٨٣٩	٤٥٠	٦٥٣٢١	٤٧٥	٦٧٦٦٩	٥٠٠	٦٩٨٩٧

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٥٠١	٦٩٩٨٤	٥٢٦	٧٢٠٩٩	٥٥١	٧٤١١٥	٥٧٦	٧٦٠٤٢	٦٠١	٧٧٨٨٧
٥٠٢	٧٠٠٧٠	٥٢٧	٧٢١٨١	٥٥٢	٧٤١٩٤	٥٧٧	٧٦١١٨	٦٠٢	٧٧٩٦٠
٥٠٣	٧٠١٥٧	٥٢٨	٧٢٢٦٣	٥٥٣	٧٤٢٧٣	٥٧٨	٧٦١٩٣	٦٠٣	٧٨٠٣٢
٥٠٤	٧٠٢٤٣	٥٢٩	٧٢٣٤٦	٥٥٤	٧٤٣٥١	٥٧٩	٧٦٢٦٨	٦٠٤	٧٨١٠٤
٥٠٥	٧٠٣٢٩	٥٣٠	٧٢٤٢٨	٥٥٥	٧٤٤٢٩	٥٨٠	٧٦٣٤٣	٦٠٥	٧٨١٧٦
٥٠٦	٧٠٤١٥	٥٣١	٧٢٥٠٩	٥٥٦	٧٤٥٠٧	٥٨١	٧٦٤١٨	٦٠٦	٧٨٢٤٧
٥٠٧	٧٠٥٠١	٥٣٢	٧٢٥٩١	٥٥٧	٧٤٥٨٦	٥٨٢	٧٦٤٩٢	٦٠٧	٧٨٣١٩
٥٠٨	٧٠٥٨٦	٥٣٣	٧٢٦٧٣	٥٥٨	٧٤٦٦٣	٥٨٣	٧٦٥٦٧	٦٠٨	٧٨٣٩٠
٥٠٩	٧٠٦٧٢	٥٣٤	٧٢٧٥٤	٥٥٩	٧٤٧٤١	٥٨٤	٧٦٦٤١	٦٠٩	٧٨٤٦٢
٥١٠	٧٠٧٥٧	٥٣٥	٧٢٨٧٥	٥٦٠	٧٤٨١٩	٥٨٥	٧٦٧١٦	٦١٠	٧٨٥٣٣
٥١١	٧٠٨٤٢	٥٣٦	٧٢٩١٦	٥٦١	٧٤٨٩٦	٥٨٦	٧٦٧٩٠	٦١١	٧٨٦٠٤
٥١٢	٧٠٩٢٧	٥٣٧	٧٢٩٩٧	٥٦٢	٧٤٩٧٤	٥٨٧	٧٦٨٦٤	٦١٢	٧٨٦٧٥
٥١٣	٧١٠١٢	٥٣٨	٧٣٠٧٨	٥٦٣	٧٥٠٥١	٥٨٨	٧٦٩٣٨	٦١٣	٧٨٧٤٦
٥١٤	٧١٠٩٦	٥٣٩	٧٣١٥٩	٥٦٤	٧٥١٢٨	٥٨٩	٧٧٠١٢	٦١٤	٧٨٨١٧
٥١٥	٧١١٨١	٥٤٠	٧٣٢٣٩	٥٦٥	٧٥٢٠٥	٥٩٠	٧٧٠٨٥	٦١٥	٧٨٨٨٨
٥١٦	٧١٢٦٥	٥٤١	٧٣٣٢٠	٥٦٦	٧٥٢٨٢	٥٩١	٧٧١٥٩	٦١٦	٧٨٩٥٨
٥١٧	٧١٣٤٩	٥٤٢	٧٣٤٠٠	٥٦٧	٧٥٣٥٨	٥٩٢	٧٧٢٣٢	٦١٧	٧٩٠٢٩
٥١٨	٧١٤٣٣	٥٤٣	٧٣٤٨٠	٥٦٨	٧٥٤٣٥	٥٩٣	٧٧٣٠٥	٦١٨	٧٩٠٩٩
٥١٩	٧١٥١٧	٥٤٤	٧٣٥٦٠	٥٦٩	٧٥٥١١	٥٩٤	٧٧٣٧٩	٦١٩	٧٩١٦٩
٥٢٠	٧١٦٠٠	٥٤٥	٧٣٦٤٠	٥٧٠	٧٥٥٨٧	٥٩٥	٧٧٤٥٢	٦٢٠	٧٩٢٣٩
٥٢١	٧١٦٨٤	٥٤٦	٧٣٧١٩	٥٧١	٧٥٦٦٤	٥٩٦	٧٧٥٢٥	٦٢١	٧٩٣٠٩
٥٢٢	٧١٧٦٧	٥٤٧	٧٣٧٩٩	٥٧٢	٧٥٧٤٠	٥٩٧	٧٧٥٩٧	٦٢٢	٧٩٣٧٩
٥٢٣	٧١٨٥٠	٥٤٨	٧٣٨٧٨	٥٧٣	٧٥٨١٥	٥٩٨	٧٧٦٧٠	٦٢٣	٧٩٤٤٩
٥٢٤	٧١٩٣٣	٥٤٩	٧٣٩٥٧	٥٧٤	٧٥٨٩١	٥٩٩	٧٧٧٤٣	٦٢٤	٧٩٥١٨
٥٢٥	٧٢٠١٦	٥٥٠	٧٤٠٣٦	٥٧٥	٧٥٩٦٧	٦٠٠	٧٧٨١٥	٦٢٥	٧٩٥٨٨

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٦٢٦	٧٩٦٥٧	٦٥١	٨١٣٥٨	٦٧٦	٨٢٩٩٥	٧٠١	٨٤٥٧٢	٧٢٦	٨٦٠٩٤
٦٢٧	٧٩٧٢٧	٦٥٢	٨١٤٢٥	٦٧٧	٨٣٠٥٩	٧٠٢	٨٤٦٣٤	٧٢٧	٨٦١٥٣
٦٢٨	٧٩٧٩٦	٦٥٣	٨١٤٩١	٦٧٨	٨٣١٢٣	٧٠٣	٨٤٦٩٦	٧٢٨	٨٦٢١٣
٦٢٩	٧٩٨٦٥	٦٥٤	٨١٥٥٨	٦٧٩	٨٣١٨٧	٧٠٤	٨٤٧٥٧	٧٢٩	٨٦٢٧٣
٦٣٠	٧٩٩٣٤	٦٥٥	٨١٦٢٤	٦٨٠	٨٣٢٥١	٧٠٥	٨٤٨١٩	٧٣٠	٨٦٣٣٢
٦٣١	٨٠٠٠٣	٦٥٦	٨١٦٩٠	٦٨١	٨٣٣١٥	٧٠٦	٨٤٨٨٠	٧٣١	٨٦٣٩٢
٦٣٢	٨٠٠٧٢	٦٥٧	٨١٧٥٧	٦٨٢	٨٣٣٧٨	٧٠٧	٨٤٩٤٢	٧٣٢	٨٦٤٥١
٦٣٣	٨٠١٤٠	٦٥٨	٨١٨٢٣	٦٨٣	٨٣٤٤٢	٧٠٨	٨٥٠٠٣	٧٣٣	٨٦٥١٠
٦٣٤	٨٠٢٠٩	٦٥٩	٨١٨٨٩	٦٨٤	٨٣٥٠٦	٧٠٩	٨٥٠٦٥	٧٣٤	٨٦٥٧٠
٦٣٥	٨٠٢٧٧	٦٦٠	٨١٩٥٤	٦٨٥	٨٣٥٦٩	٧١٠	٨٥١٢٦	٧٣٥	٨٦٦٢٩
٦٣٦	٨٠٣٤٦	٦٦١	٨٢٠٢٠	٦٨٦	٨٣٦٣٢	٧١١	٨٥١٨٧	٧٣٦	٨٦٦٨٨
٦٣٧	٨٠٤١٤	٦٦٢	٨٢٠٨٦	٦٨٧	٨٣٦٩٦	٧١٢	٨٥٢٤٨	٧٣٧	٨٦٧٤٧
٦٣٨	٨٠٤٨٢	٦٦٣	٨٢١٥١	٦٨٨	٨٣٧٥٩	٧١٣	٨٥٣٠٩	٧٣٨	٨٦٨٠٦
٦٣٩	٨٠٥٥٠	٦٦٤	٨٢٢١٧	٦٨٩	٨٣٨٢٢	٧١٤	٨٥٣٧٠	٧٣٩	٨٦٨٦٤
٦٤٠	٨٠٦١٨	٦٦٥	٨٢٢٨٢	٦٩٠	٨٣٨٨٥	٧١٥	٨٥٤٣١	٧٤٠	٨٦٩٢٣
٦٤١	٨٠٦٨٦	٦٦٦	٨٢٣٤٧	٦٩١	٨٣٩٤٨	٧١٦	٨٥٤٩١	٧٤١	٨٦٩٨٢
٦٤٢	٨٠٧٥٤	٦٦٧	٨٢٤١٣	٦٩٢	٨٤٠١١	٧١٧	٨٥٥٥٢	٧٤٢	٨٧٠٤٠
٦٤٣	٨٠٨٢١	٦٦٨	٨٢٤٧٨	٦٩٣	٨٤٠٧٣	٧١٨	٨٥٦١٢	٧٤٣	٨٧٠٩٩
٦٤٤	٨٠٨٨٩	٦٦٩	٨٢٥٤٣	٦٩٤	٨٤١٣٦	٧١٩	٨٥٦٧٣	٧٤٤	٨٧١٥٧
٦٤٥	٨٠٩٥٦	٦٧٠	٨٢٦٠٧	٦٩٥	٨٤١٩٨	٧٢٠	٨٥٧٣٣	٧٤٥	٨٧٢١٦
٦٤٦	٨١٠٢٣	٦٧١	٨٢٦٧٢	٦٩٦	٨٤٢٦١	٧٢١	٨٥٧٩٤	٧٤٦	٨٧٢٧٤
٦٤٧	٨١٠٩٠	٦٧٢	٨٢٧٣٧	٦٩٧	٨٤٣٢٣	٧٢٢	٨٥٨٥٤	٧٤٧	٨٧٣٣٢
٦٤٨	٨١١٥٨	٦٧٣	٨٢٨٠٢	٦٩٨	٨٤٣٨٦	٧٢٣	٨٥٩١٤	٧٤٨	٨٧٣٩٠
٦٤٩	٨١٢٢٤	٦٧٤	٨٢٨٦٦	٦٩٩	٨٤٤٤٨	٧٢٤	٨٥٩٧٤	٧٤٩	٨٧٤٤٨
٦٥٠	٨١٢٩١	٦٧٥	٨٢٩٣٠	٧٠٠	٨٤٥١٠	٧٢٥	٨٦٠٣٤	٧٥٠	٨٧٥٠٦

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٧٥١	٨٧٥٦٤	٧٧٦	٨٨٩٨٦	٨٠١	٩٠٣٦٣	٨٢٦	٩١٦٩٨	٨٥١	٩٢٩٩٣
٧٥٢	٨٧٦٢٢	٧٧٧	٨٩٠٤٢	٨٠٢	٩٠٤١٧	٨٢٧	٩١٧٥١	٨٥٢	٩٣٠٤٤
٧٥٣	٨٧٦٧٩	٧٧٨	٨٩٠٩٨	٨٠٣	٩٠٤٧٢	٨٢٨	٩١٨٠٣	٨٥٣	٩٣٠٩٥
٧٥٤	٨٧٧٣٧	٧٧٩	٨٩١٥٤	٨٠٤	٩٠٥٢٦	٨٢٩	٩١٨٥٥	٨٥٤	٩٣١٤٦
٧٥٥	٨٧٧٩٥	٧٨٠	٨٩٢٠٩	٨٠٥	٩٠٥٨٠	٨٣٠	٩١٩٠٨	٨٥٥	٩٣١٩٧
٧٥٦	٨٧٨٥٢	٧٨١	٨٩٢٦٥	٨٠٦	٩٠٦٣٤	٨٣١	٩١٩٦٠	٨٥٦	٩٣٢٤٧
٧٥٧	٨٧٩١٠	٧٨٢	٨٩٣٢١	٨٠٧	٩٠٦٨٧	٨٣٢	٩٢٠١٢	٨٥٧	٩٣٢٩٨
٧٥٨	٨٧٩٦٧	٧٨٣	٨٩٣٧٦	٨٠٨	٩٠٧٤١	٨٣٣	٩٢٠٦٥	٨٥٨	٩٣٣٤٩
٧٥٩	٨٨٠٢٤	٧٨٤	٨٩٤٣٢	٨٠٩	٩٠٧٩٥	٨٣٤	٩٢١١٧	٨٥٩	٩٣٣٩٩
٧٦٠	٨٨٠٨١	٧٨٥	٨٩٤٨٧	٨١٠	٩٠٨٤٩	٨٣٥	٩٢١٦٩	٨٦٠	٩٣٤٥٠
٧٦١	٨٨١٣٨	٧٨٦	٨٩٥٤٢	٨١١	٩٠٩٠٢	٨٣٦	٩٢٢٢١	٨٦١	٩٣٥٠٠
٧٦٢	٨٨١٩٥	٧٨٧	٨٩٥٩٧	٨١٢	٩٠٩٥٦	٨٣٧	٩٢٢٧٣	٨٦٢	٩٣٥٥١
٧٦٣	٨٨٢٥٢	٧٨٨	٨٩٦٥٣	٨١٣	٩١٠٠٩	٨٣٨	٩٢٣٢٤	٨٦٣	٩٣٦٠١
٧٦٤	٨٨٣٠٩	٧٨٩	٨٩٧٠٨	٨١٤	٩١٠٦٢	٨٣٩	٩٢٣٧٦	٨٦٤	٩٣٦٥١
٧٦٥	٨٨٣٦٦	٧٩٠	٨٩٧٦٣	٨١٥	٩١١١٦	٨٤٠	٩٢٤٢٨	٨٦٥	٩٣٧٠٢
٧٦٦	٨٨٤٢٣	٧٩١	٨٩٨١٨	٨١٦	٩١١٦٩	٨٤١	٩٢٤٨٠	٨٦٦	٩٣٧٥٢
٧٦٧	٨٨٤٨٠	٧٩٢	٨٩٨٧٣	٨١٧	٩١٢٢٢	٨٤٢	٩٢٥٣١	٨٦٧	٩٣٨٠٢
٧٦٨	٨٨٥٣٦	٧٩٣	٨٩٩٢٧	٨١٨	٩١٢٧٥	٨٤٣	٩٢٥٨٣	٨٦٨	٩٣٨٥٢
٧٦٩	٨٨٥٩٣	٧٩٤	٨٩٩٨٢	٨١٩	٩١٣٢٨	٨٤٤	٩٢٦٣٤	٨٦٩	٩٣٩٠٢
٧٧٠	٨٨٦٤٩	٧٩٥	٩٠٠٣٧	٨٢٠	٩١٣٨١	٨٤٥	٩٢٦٨٦	٨٧٠	٩٣٩٥٢
٧٧١	٨٨٧٠٥	٧٩٦	٩٠٠٩١	٨٢١	٩١٤٣٤	٨٤٦	٩٢٧٣٧	٨٧١	٩٤٠٠٢
٧٧٢	٨٨٧٦٢	٧٩٧	٩٠١٤٦	٨٢٢	٩١٤٨٧	٨٤٧	٩٢٧٨٨	٨٧٢	٩٤٠٥٢
٧٧٣	٨٨٨١٨	٧٩٨	٩٠٢٠٠	٨٢٣	٩١٥٤٠	٨٤٨	٩٢٨٤٠	٨٧٣	٩٤١٠١
٧٧٤	٨٨٨٧٤	٧٩٩	٩٠٢٥٥	٨٢٤	٩١٥٩٣	٨٤٩	٩٢٨٩١	٨٧٤	٩٤١٥١
٧٧٥	٨٨٩٣٠	٨٠٠	٩٠٣٠٩	٨٢٥	٩١٦٤٥	٨٥٠	٩٢٩٤٢	٨٧٥	٩٤٢٠١

عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا	عدد	لوغا
٨٧٦	٩٤٢٥٠	٩٠١	٩٥٤٧٢	٩٢٦	٩٦٦٦١	٩٥١	٩٧٨١٨	٩٧٦	٩٨٩٤٥
٨٧٧	٩٤٣٠٠	٩٠٢	٩٥٥٢١	٩٢٧	٩٦٧٠٨	٩٥٢	٩٧٨٦٤	٩٧٧	٩٨٩٨٩
٨٧٨	٩٤٣٤٩	٩٠٣	٩٥٥٦٩	٩٢٨	٩٦٧٥٥	٩٥٣	٩٧٩٠٩	٩٧٨	٩٩٠٣٤
٨٧٩	٩٤٣٩٩	٩٠٤	٩٥٦١٧	٩٢٩	٩٦٨٠٢	٩٥٤	٩٧٩٥٥	٩٧٩	٩٩٠٧٨
٨٨٠	٩٤٤٤٨	٩٠٥	٩٥٦٦٥	٩٣٠	٩٦٨٤٨	٩٥٥	٩٨٠٠٠	٩٨٠	٩٩١٢٣
٨٨١	٩٤٤٩٨	٩٠٦	٩٥٧١٣	٩٣١	٩٦٨٩٥	٩٥٦	٩٨٠٤٦	٩٨١	٩٩١٦٧
٨٨٢	٩٤٥٤٧	٩٠٧	٩٥٧٦١	٩٣٢	٩٦٩٤٢	٩٥٧	٩٨٠٩١	٩٨٢	٩٩٢١١
٨٨٣	٩٤٥٩٦	٩٠٨	٩٥٨٠٩	٩٣٣	٩٦٩٨٨	٩٥٨	٩٨١٣٧	٩٨٣	٩٩٢٥٥
٨٨٤	٩٤٦٤٥	٩٠٩	٩٥٨٥٦	٩٣٤	٩٧٠٣٥	٩٥٩	٩٨١٨٢	٩٨٤	٩٩٣٠٠
٨٨٥	٩٤٦٩٤	٩١٠	٩٥٩٠٤	٩٣٥	٩٧٠٨١	٩٦٠	٩٨٢٢٧	٩٨٥	٩٩٣٤٤
٨٨٦	٩٤٧٤٣	٩١١	٩٥٩٥٢	٩٣٦	٩٧١٢٨	٩٦١	٩٨٢٧٢	٩٨٦	٩٩٣٨٨
٨٨٧	٩٤٧٩٢	٩١٢	٩٥٩٩٩	٩٣٧	٩٧١٧٤	٩٦٢	٩٨٣١٨	٩٨٧	٩٩٤٣٢
٨٨٨	٩٤٨٤١	٩١٣	٩٦٠٤٧	٩٣٨	٩٧٢٢٠	٩٦٣	٩٨٣٦٣	٩٨٨	٩٩٤٧٦
٨٨٩	٩٤٨٩٠	٩١٤	٩٦٠٩٥	٩٣٩	٩٧٢٦٧	٩٦٤	٩٨٤٠٨	٩٨٩	٩٩٥٢٠
٨٩٠	٩٤٩٣٩	٩١٥	٥٦١٤٢	٩٤٠	٩٧٣١٣	٩٦٥	٩٨٤٥٣	٩٩٠	٩٩٥٦٤
٨٩١	٩٤٩٨٨	٩١٦	٩٦١٩٠	٩٤١	٩٧٣٥٩	٩٦٦	٩٨٤٩٨	٩٩١	٩٩٦٠٧
٨٩٢	٩٥٠٣٦	٩١٧	٩٦٢٣٧	٩٤٢	٩٧٤٠٥	٩٦٧	٩٨٥٤٣	٩٩٢	٩٩٦٥١
٨٩٣	٩٥٠٨٥	٩١٨	٩٦٢٨٤	٩٤٣	٩٧٤٥١	٩٦٨	٩٨٥٨٨	٩٩٣	٩٩٦٩٥
٨٩٤	٩٥١٣٤	٩١٩	٩٦٣٣٢	٩٤٤	٩٧٤٩٧	٩٦٩	٩٨٦٣٢	٩٩٤	٩٩٧٣٩
٨٩٥	٩٥١٨٢	٩٢٠	٩٦٣٧٩	٩٤٥	٩٧٥٤٣	٩٧٠	٩٨٦٧٧	٩٩٥	٩٩٧٨٢
٨٩٦	٩٥٢٣١	٩٢١	٩٦٤٢٦	٩٤٦	٩٧٥٨٩	٩٧١	٩٨٧٢٢	٩٩٦	٩٩٨٢٦
٨٩٧	٩٥٢٧٩	٩٢٢	٩٦٤٧٣	٩٤٧	٩٧٦٣٥	٩٧٢	٩٨٧٦٧	٩٩٧	٩٩٨٧٠
٨٩٨	٩٥٣٢٨	٩٢٣	٩٦٥٢٠	٩٤٨	٩٧٦٨١	٩٧٣	٩٨٨١١	٩٩٨	٩٩٩١٣
٨٩٩	٩٥٣٧٦	٩٢٤	٩٦٥٦٧	٩٤٩	٩٧٧٢٧	٩٧٤	٩٨٨٥٦	٩٩٩	٩٩٩٥٧
٩٠٠	٩٥٤٢٤	٩٢٥	٩٦٦١٤	٩٥٠	٩٧٧٧٢	٩٧٥	٩٨٩٠٠	١٠٠٠	٠٠٠٠٠

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٠٠١	٠٠٠٤٣		١٠٢٦	٠١١١٥	٤٣	١٠٥١	٠٢١٦٠	٤١	١٠٧٦	٠٣١٨١	٤٠	١١٠١	٠٤١٧٩	٤٠
١٠٠٢	٠٠٠٨٧	٤٤	١٠٢٧	٠١١٥٧	٤٢	١٠٥٢	٠٢٢٠٢	٤٢	١٠٧٧	٠٣٢٢٢	٤١	١١٠٢	٠٤٢١٨	٣٩
١٠٠٣	٠٠١٣٠	٤٣	١٠٢٨	٠١١٩٩	٤٢	١٠٥٣	٠٢٢٤٣	٤١	١٠٧٨	٠٣٢٦٢	٤٠	١١٠٣	٠٤٢٥٨	٤٠
١٠٠٤	٠٠١٧٣	٤٣	١٠٢٩	٠١٢٤٢	٤٣	١٠٥٤	٠٢٢٨٤	٤١	١٠٧٩	٠٣٣٠٢	٤٠	١١٠٤	٠٤٢٩٧	٣٩
١٠٠٥	٠٠٢١٧	٤٤	١٠٣٠	٠١٢٨٤	٤٢	١٠٥٥	٠٢٣٢٥	٤١	١٠٨٠	٠٣٣٤٢	٤٠	١١٠٥	٠٤٣٣٦	٣٩
١٠٠٦	٠٠٢٦٠	٤٣	١٠٣١	٠١٣٢٦	٤٢	١٠٥٦	٠٢٣٦٦	٤١	١٠٨١	٠٣٣٨٣	٤١	١١٠٦	٠٤٣٧٦	٤٠
١٠٠٧	٠٠٣٠٣	٤٣	١٠٣٢	٠١٣٦٨	٤٢	١٠٥٧	٠٢٤٠٧	٤١	١٠٨٢	٠٣٤٢٣	٤٠	١١٠٧	٠٤٤١٥	٣٩
١٠٠٨	٠٠٣٤٦	٤٣	١٠٣٣	٠١٤١٠	٤٢	١٠٥٨	٠٢٤٤٩	٤٢	١٠٨٣	٠٣٤٦٣	٤٠	١١٠٨	٠٤٤٥٤	٣٩
١٠٠٩	٠٠٣٨٩	٤٣	١٠٣٤	٠١٤٥٢	٤٢	١٠٥٩	٠٢٤٩٠	٤١	١٠٨٤	٠٣٥٠٣	٤٠	١١٠٩	٠٤٤٩٣	٣٩
١٠١٠	٠٠٤٣٢	٤٣	١٠٣٥	٠١٤٩٤	٤٢	١٠٦٠	٠٢٥٣١	٤١	١٠٨٥	٠٣٥٤٣	٤٠	١١١٠	٠٤٥٣٢	٣٩
١٠١١	٠٠٤٧٥	٤٣	١٠٣٦	٠١٥٣٦	٤٢	١٠٦١	٠٢٥٧٢	٤١	١٠٨٦	٠٣٥٨٣	٤٠	١١١١	٠٤٥٧١	٣٩
١٠١٢	٠٠٥١٨	٤٣	١٠٣٧	٠١٥٧٨	٤٢	١٠٦٢	٠٢٦١٢	٤٠	١٠٨٧	٠٣٦٢٣	٤٠	١١١٢	٠٤٦١٠	٣٩
١٠١٣	٠٠٥٦١	٤٣	١٠٣٨	٠١٦٢٠	٤٢	١٠٦٣	٠٢٦٥٣	٤١	١٠٨٨	٠٣٦٦٣	٤٠	١١١٣	٠٤٦٥٠	٤٠
١٠١٤	٠٠٦٠٤	٤٣	١٠٣٩	٠١٦٦٢	٤٢	١٠٦٤	٠٢٦٩٤	٤١	١٠٨٩	٠٣٧٠٣	٤٠	١١١٤	٠٤٦٨٩	٣٩
١٠١٥	٠٠٦٤٧	٤٣	١٠٤٠	٠١٧٠٣	٤١	١٠٦٥	٠٢٧٣٥	٤١	١٠٩٠	٠٣٧٤٣	٤٠	١١١٥	٠٤٧٢٧	٣٨
١٠١٦	٠٠٦٨٩	٤٢	١٠٤١	٠١٧٤٥	٤٢	١٠٦٦	٠٢٧٧٦	٤١	١٠٩١	٠٣٧٨٢	٣٩	١١١٦	٠٤٧٦٦	٣٩
١٠١٧	٠٠٧٣٢	٤٣	١٠٤٢	٠١٧٨٧	٤٢	١٠٦٧	٠٢٨١٦	٤٠	١٠٩٢	٠٣٨٢٢	٤٠	١١١٧	٠٤٨٠٥	٣٩
١٠١٨	٠٠٧٧٥	٤٣	١٠٤٣	٠١٨٢٨	٤١	١٠٦٨	٠٢٨٥٧	٤١	١٠٩٣	٠٣٨٦٢	٤٠	١١١٨	٠٤٨٤٤	٣٩
١٠١٩	٠٠٨١٧	٤٢	١٠٤٤	٠١٨٧٠	٤٢	١٠٦٩	٠٢٨٩٨	٤١	١٠٩٤	٠٣٩٠٢	٤٠	١١١٩	٠٤٨٨٣	٣٩
١٠٢٠	٠٠٨٦٠	٤٣	١٠٤٥	٠١٩١٢	٤٢	١٠٧٠	٠٢٩٣٨	٤٠	١٠٩٥	٠٣٩٤١	٣٩	١١٢٠	٠٤٩٢٢	٣٩
١٠٢١	٠٠٩٠٣	٤٣	١٠٤٦	٠١٩٥٣	٤١	١٠٧١	٠٢٩٧٩	٤١	١٠٩٦	٠٣٩٨١	٤٠	١١٢١	٠٤٩٦١	٣٩
١٠٢٢	٠٠٩٤٥	٤٢	١٠٤٧	٠١٩٩٥	٤٢	١٠٧٢	٠٣٠١٩	٤٠	١٠٩٧	٠٤٠٢١	٤٠	١١٢٢	٠٤٩٩٩	٣٨
١٠٢٣	٠٠٩٨٨	٤٣	١٠٤٨	٠٢٠٣٦	٤١	١٠٧٣	٠٣٠٦٠	٤١	١٠٩٨	٠٤٠٦٠	٣٩	١١٢٣	٠٥٠٣٨	٣٩
١٠٢٤	٠١٠٣٠	٤٢	١٠٤٩	٠٢٠٧٨	٤٢	١٠٧٤	٠٣١٠٠	٤٠	١٠٩٩	٠٤١٠٠	٤٠	١١٢٤	٠٥٠٧٧	٣٩
١٠٢٥	٠١٠٧٢	٤٢	١٠٥٠	٠٢١١٩	٤١	١٠٧٥	٠٣١٤١	٤١	١١٠٠	٠٤١٣٩	٣٩	١١٢٥	٠٥١١٥	٣٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١١٢٦	٠٥١٥٤	٣٩	١١٥١	٠٦١٠٨	٣٨	١١٧٦	٠٧٠٤١	٣٧	١٢٠١	٠٧٩٥٤	٣٦	١٢٢٦	٠٨٨٤٩	٣٥
١١٢٧	٠٥١٩٢	٣٨	١١٥٢	٠٦١٤٥	٣٧	١١٧٧	٠٧٠٧٨	٣٧	١٢٠٢	٠٧٩٩٠	٣٦	١٢٢٧	٠٨٨٨٤	٣٥
١١٢٨	٠٥٢٣١	٣٩	١١٥٣	٠٦١٨٣	٣٨	١١٧٨	٠٧١١٥	٣٧	١٢٠٣	٠٨٠٢٧	٣٧	١٢٢٨	٠٨٩٢٠	٣٦
١١٢٩	٠٥٢٦٩	٣٨	١١٥٤	٠٦٢٢١	٣٨	١١٧٩	٠٧١٥١	٣٦	١٢٠٤	٠٨٠٦٣	٣٦	١٢٢٩	٠٨٩٥٥	٣٥
١١٣٠	٠٥٣٠٨	٣٩	١١٥٥	٠٦٢٥٨	٣٧	١١٨٠	٠٧١٨٨	٣٧	١٢٠٥	٠٨٠٩٩	٣٦	١٢٣٠	٠٨٩٩١	٣٦
١١٣١	٠٥٣٤٦	٣٨	١١٥٦	٠٦٢٩٦	٣٨	١١٨١	٠٧٢٢٥	٣٧	١٢٠٦	٠٨١٣٥	٣٦	١٢٣١	٠٩٠٢٦	٣٥
١١٣٢	٠٥٣٨٥	٣٩	١١٥٧	٠٦٣٣٣	٣٧	١١٨٢	٠٧٢٦٢	٣٧	١٢٠٧	٠٨١٧١	٣٦	١٢٣٢	٠٩٠٦١	٣٥
١١٣٣	٠٥٤٢٣	٣٨	١١٥٨	٠٦٣٧١	٣٨	١١٨٣	٠٧٢٩٨	٣٦	١٢٠٨	٠٨٢٠٧	٣٦	١٢٣٣	٠٩٠٩٦	٣٥
١١٣٤	٠٥٤٦١	٣٨	١١٥٩	٠٦٤٠٨	٣٧	١١٨٤	٠٧٣٣٥	٣٧	١٢٠٩	٠٨٢٤٣	٣٦	١٢٣٤	٠٩١٣٢	٣٦
١١٣٥	٠٥٥٠٠	٣٩	١١٦٠	٠٦٤٤٦	٣٨	١١٨٥	٠٧٣٧٢	٣٧	١٢١٠	٠٨٢٧٩	٣٦	١٢٣٥	٠٩١٦٧	٣٥
١١٣٦	٠٥٥٣٨	٣٨	١١٦١	٠٦٤٨٣	٣٧	١١٨٦	٠٧٤٠٨	٣٦	١٢١١	٠٨٣١٤	٣٥	١٢٣٦	٠٩٢٠٢	٣٥
١١٣٧	٠٥٥٧٦	٣٨	١١٦٢	٠٦٥٢١	٣٨	١١٨٧	٠٧٤٤٥	٣٧	١٢١٢	٠٨٣٥٠	٣٦	١٢٣٧	٠٩٢٣٧	٣٥
١١٣٨	٠٥٦١٤	٣٨	١١٦٣	٠٦٥٥٨	٣٧	١١٨٨	٠٧٤٨٢	٣٧	١٢١٣	٠٨٣٨٦	٣٦	١٢٣٨	٠٩٢٧٢	٣٥
١١٣٩	٠٥٦٥٢	٣٨	١١٦٤	٠٦٥٩٥	٣٧	١١٨٩	٠٧٥١٨	٣٦	١٢١٤	٠٨٤٢٢	٣٦	١٢٣٩	٠٩٣٠٧	٣٥
١١٤٠	٠٥٦٩٠	٣٨	١١٦٥	٠٦٦٣٣	٣٨	١١٩٠	٠٧٥٥٥	٣٧	١٢١٥	٠٨٤٥٨	٣٦	١٢٤٠	٠٩٣٤٢	٣٥
١١٤١	٠٥٧٢٩	٣٩	١١٦٦	٠٦٦٧٠	٣٧	١١٩١	٠٧٥٩١	٣٦	١٢١٦	٠٨٤٩٣	٣٥	١٢٤١	٠٩٣٧٧	٣٥
١١٤٢	٠٥٧٦٧	٣٨	١١٦٧	٠٦٧٠٧	٣٧	١١٩٢	٠٧٦٢٨	٣٧	١٢١٧	٠٨٥٢٩	٣٦	١٢٤٢	٠٩٤١٢	٣٥
١١٤٣	٠٥٨٠٥	٣٨	١١٦٨	٠٦٧٤٤	٣٧	١١٩٣	٠٧٦٦٤	٣٦	١٢١٨	٠٨٥٦٥	٣٦	١٢٤٣	٠٩٤٤٧	٣٥
١١٤٤	٠٥٨٤٣	٣٨	١١٦٩	٠٦٧٨١	٣٧	١١٩٤	٠٧٧٠٠	٣٦	١٢١٩	٠٨٦٠٠	٣٥	١٢٤٤	٠٩٤٨٢	٣٥
١١٤٥	٠٥٨٨١	٣٨	١١٧٠	٠٦٨١٩	٣٨	١١٩٥	٠٧٧٣٧	٣٧	١٢٢٠	٠٨٦٣٦	٣٦	١٢٤٥	٠٩٥١٧	٣٥
١١٤٦	٠٥٩١٨	٣٧	١١٧١	٠٦٨٥٦	٣٧	١١٩٦	٠٧٧٧٣	٣٦	١٢٢١	٠٨٦٧٢	٣٦	١٢٤٦	٠٩٥٥٢	٣٥
١١٤٧	٠٥٩٥٦	٣٨	١١٧٢	٠٦٨٩٣	٣٧	١١٩٧	٠٧٨٠٩	٣٦	١٢٢٢	٠٨٧٠٧	٣٥	١٢٤٧	٠٩٥٨٧	٣٥
١١٤٨	٠٥٩٩٤	٣٨	١١٧٣	٠٦٩٣٠	٣٧	١١٩٨	٠٧٨٤٦	٣٧	١٢٢٣	٠٨٧٤٣	٣٦	١٢٤٨	٠٩٦٢١	٣٤
١١٤٩	٠٦٠٣٢	٣٨	١١٧٤	٠٦٩٦٧	٣٧	١١٩٩	٠٧٨٨٢	٣٦	١٢٢٤	٠٨٧٧٨	٣٥	١٢٤٩	٠٩٦٥٦	٣٥
١١٥٠	٠٦٠٧٠	٣٨	١١٧٥	٠٧٠٠٤	٣٧	١٢٠٠	٠٧٩١٨	٣٦	١٢٢٥	٠٨٨١٤	٣٦	١٢٥٠	٠٩٦٩١	٣٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد:	لوغا	ف
		٣٥			٣٤			٣٤			٣٢			٣٣
١٢٥١	٠٩٧٢٦		١٢٧٦	١٠٥٨٥		١٣٠١	١١٤٢٨		١٣٢٦	١٢٢٥٤		١٣٥١	١٣٠٦٦	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٢	٠٩٧٦٠		١٢٧٧	١٠٦١٩		١٣٠٢	١١٤٦١		١٣٢٧	١٢٢٨٧		١٣٥٢	١٣٠٩٨	
		٣٥			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٣	٠٩٧٩٥		١٢٧٨	١٠٦٥٣		١٣٠٣	١١٤٩٤		١٣٢٨	١٢٣٢٠		١٣٥٣	١٣١٣٠	
		٣٥			٣٤			٣٤			٣٢			٣٢
١٢٥٤	٠٩٨٣٠		١٢٧٩	١٠٦٨٧		١٣٠٤	١١٥٢٨		١٣٢٩	١٢٣٥٢		١٣٥٤	١٣١٦٢	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٥	٠٩٨٦٤		١٢٨٠	١٠٧٢١		١٣٠٥	١١٥٦١		١٣٣٠	١٢٣٨٥		١٣٥٥	١٣١٩٤	
		٣٥			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٦	٠٩٨٩٩		١٢٨١	١٠٧٥٥		١٣٠٦	١١٥٩٤		١٣٣١	١٢٤١٨		١٣٥٦	١٣٢٢٦	
		٣٥			٣٤			٣٤			٣٢			٣٢
١٢٥٧	٠٩٩٣٤		١٢٨٢	١٠٧٨٩		١٣٠٧	١١٦٢٨		١٣٣٢	١٢٤٥٠		١٣٥٧	١٣٢٥٨	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٨	٠٩٩٦٨		١٢٨٣	١٠٨٢٣		١٣٠٨	١١٦٦١		١٣٣٣	١٢٤٨٣		١٣٥٨	١٣٢٩٠	
		٣٥			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٥٩	١٠٠٠٣		١٢٨٤	١٠٨٥٧		١٣٠٩	١١٦٩٤		١٣٣٤	١٢٥١٦		١٣٥٩	١٣٣٢٢	
		٣٤			٣٣			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٦٠	١٠٠٣٧		١٢٨٥	١٠٨٩٠		١٣١٠	١١٧٢٧		١٣٣٥	١٢٥٤٨		١٣٦٠	١٣٣٥٤	
		٣٥			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٦١	١٠٠٧٢		١٢٨٦	١٠٩٢٤		١٣١١	١١٧٦٠		١٣٣٦	١٢٥٨١		١٣٦١	١٣٣٨٦	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٦٢	١٠١٠٦		١٢٨٧	١٠٩٥٨		١٣١٢	١١٧٩٣		١٣٣٧	١٢٦١٣		١٣٦٢	١٣٤١٨	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٦٣	١٠١٤٠		١٢٨٨	١٠٩٩٢		١٣١٣	١١٨٢٦		١٣٣٨	١٢٦٤٦		١٣٦٣	١٣٤٥٠	
		٣٥			٣٣			٣٤			٣٢			٣١
١٢٦٤	١٠١٧٥		١٢٨٩	١١٠٢٥		١٣١٤	١١٨٦٠		١٣٣٩	١٢٦٧٨		١٣٦٤	١٣٤٨١	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٦٥	١٠٢٠٩		١٢٩٠	١١٠٥٩		١٣١٥	١١٨٩٣		١٣٤٠	١٢٧١٠		١٣٦٥	١٣٥١٣	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٦٦	١٠٢٤٣		١٢٩١	١١٠٩٣		١٣١٦	١١٩٢٦		١٣٤١	١٢٧٤٣		١٣٦٦	١٣٥٤٥	
		٣٥			٣٣			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٦٧	١٠٢٧٨		١٢٩٢	١١١٢٦		١٣١٧	١١٩٥٩		١٣٤٢	١٢٧٧٥		١٣٦٧	١٣٥٧٧	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٦٨	١٠٣١٢		١٢٩٣	١١١٦٠		١٣١٨	١١٩٩٢		١٣٤٣	١٢٨٠٨		١٣٦٨	١٣٦٠٩	
		٣٤			٣٣			٣٣			٣٢			٣١
١٢٦٩	١٠٣٤٦		١٢٩٤	١١١٩٣		١٣١٩	١٢٠٢٤		١٣٤٤	١٢٨٤٠		١٣٦٩	١٣٦٤٠	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٧٠	١٠٣٨٠		١٢٩٥	١١٢٢٧		١٣٢٠	١٢٠٥٧		١٣٤٥	١٢٨٧٢		١٣٧٠	١٣٦٧٢	
		٣٥			٣٤			٣٣			٣٣			٣٢
١٢٧١	١٠٤١٥		١٢٩٦	١١٢٦١		١٣٢١	١٢٠٩٠		١٣٤٦	١٢٩٠٥		١٣٧١	١٣٧٠٤	
		٣٤			٣٣			٣٣			٣٢			٣١
١٢٧٢	١٠٤٤٩		١٢٩٧	١١٢٩٤		١٣٢٢	١٢١٢٣		١٣٤٧	١٢٩٣٧		١٣٧٢	١٣٧٣٥	
		٣٤			٣٣			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٧٣	١٠٤٨٣		١٢٩٨	١١٣٢٧		١٣٢٣	١٢١٥٦		١٣٤٨	١٢٩٦٩		١٣٧٣	١٣٧٦٧	
		٣٤			٣٤			٣٣			٣٢			٣٢
١٢٧٤	١٠٥١٧		١٢٩٩	١١٣٦١		١٣٢٤	١٢١٨٩		١٣٤٩	١٣٠٠١		١٣٧٤	١٣٧٩٩	
		٣٤			٣٣			٣٣			٣٢			٣١
١٢٧٥	١٠٥٥١		١٣٠٠	١١٣٩٤		١٣٢٥	١٢٢٢٢		١٣٥٠	١٣٠٣٣		١٣٧٥	١٣٨٣٠	

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٣٧٦	١٣٨٦٢	٣٢	١٤٠١	١٤٦٤٤	٣١	١٤٢٦	١٥٤١٢	٣١	١٤٥١	١٦١٦٧	٣٠	١٤٧٦	١٦٩٠٩	٣٠
١٣٧٧	١٣٨٩٣	٣١	١٤٠٢	١٤٦٧٥	٣١	١٤٢٧	١٥٤٤٢	٣٠	١٤٥٢	١٦١٩٧	٣٠	١٤٧٧	١٦٩٣٨	٢٩
١٣٧٨	١٣٩٢٥	٣٢	١٤٠٣	١٤٧٠٦	٣١	١٤٢٨	١٥٤٧٣	٣١	١٤٥٣	١٦٢٢٧	٣٠	١٤٧٨	١٦٩٦٧	٢٩
١٣٧٩	١٣٩٥٦	٣١	١٤٠٤	١٤٧٣٧	٣١	١٤٢٩	١٥٥٠٣	٣٠	١٤٥٤	١٦٢٥٦	٢٩	١٤٧٩	١٦٩٩٧	٣٠
١٣٨٠	١٣٩٨٨	٣٢	١٤٠٥	١٤٧٦٨	٣١	١٤٣٠	١٥٥٣٤	٣١	١٤٥٥	١٦٢٨٦	٣٠	١٤٨٠	١٧٠٢٦	٢٩
١٣٨١	١٤٠١٩	٣١	١٤٠٦	١٤٧٩٩	٣١	١٤٣١	١٥٥٦٤	٣٠	١٤٥٦	١٦٣١٦	٣٠	١٤٨١	١٧٠٥٦	٣٠
١٣٨٢	١٤٠٥١	٣٢	١٤٠٧	١٤٨٢٩	٣٠	١٤٣٢	١٥٥٩٤	٣٠	١٤٥٧	١٦٣٤٦	٣٠	١٤٨٢	١٧٠٨٥	٢٩
١٣٨٣	١٤٠٨٢	٣١	١٤٠٨	١٤٨٦٠	٣١	١٤٣٣	١٥٦٢٥	٣١	١٤٥٨	١٦٣٧٦	٣٠	١٤٨٣	١٧١١٤	٢٩
١٣٨٤	١٤١١٤	٣٢	١٤٠٩	١٤٨٩١	٣١	١٤٣٤	١٥٦٥٥	٣٠	١٤٥٩	١٦٤٠٦	٣٠	١٤٨٤	١٧١٤٣	٢٩
١٣٨٥	١٤١٤٥	٣١	١٤١٠	١٤٩٢٢	٣١	١٤٣٥	١٥٦٨٥	٣٠	١٤٦٠	١٦٤٣٥	٢٩	١٤٨٥	١٧١٧٣	٣٠
١٣٨٦	١٤١٧٦	٣١	١٤١١	١٤٩٥٣	٣١	١٤٣٦	١٥٧١٥	٣٠	١٤٦١	١٦٤٦٥	٣٠	١٤٨٦	١٧٢٠٢	٢٩
١٣٨٧	١٤٢٠٨	٣٢	١٤١٢	١٤٩٨٣	٣٠	١٤٣٧	١٥٧٤٦	٣١	١٤٦٢	١٦٤٩٥	٣٠	١٤٨٧	١٧٢٣١	٢٩
١٣٨٨	١٤٢٣٩	٣١	١٤١٣	١٥٠١٤	٣١	١٤٣٨	١٥٧٧٦	٣٠	١٤٦٣	١٦٥٢٤	٢٩	١٤٨٨	١٧٢٦٠	٢٩
١٣٨٩	١٤٢٧٠	٣١	١٤١٤	١٥٠٤٥	٣١	١٤٣٩	١٥٨٠٦	٣٠	١٤٦٤	١٦٥٥٤	٣٠	١٤٨٩	١٧٢٨٩	٢٩
١٣٩٠	١٤٣٠١	٣١	١٤١٥	١٥٠٧٦	٣١	١٤٤٠	١٥٨٣٦	٣٠	١٤٦٥	١٦٥٨٤	٣٠	١٤٩٠	١٧٣١٩	٣٠
١٣٩١	١٤٣٣٣	٣٢	١٤١٦	١٥١٠٦	٣٠	١٤٤١	١٥٨٦٦	٣٠	١٤٦٦	١٦٦١٣	٢٩	١٤٩١	١٧٣٤٨	٢٩
١٣٩٢	١٤٣٦٤	٣١	١٤١٧	١٥١٣٧	٣١	١٤٤٢	١٥٨٩٧	٣١	١٤٦٧	١٦٦٤٣	٣٠	١٤٩٢	١٧٣٧٧	٢٩
١٣٩٣	١٤٣٩٥	٣١	١٤١٨	١٥١٦٨	٣١	١٤٤٣	١٥٩٢٧	٣٠	١٤٦٨	١٦٦٧٣	٣٠	١٤٩٣	١٧٤٠٦	٢٩
١٣٩٤	١٤٤٢٦	٣١	١٤١٩	١٥١٩٨	٣٠	١٤٤٤	١٥٩٥٧	٣٠	١٤٦٩	١٦٧٠٢	٢٩	١٤٩٤	١٧٤٣٥	٢٩
١٣٩٥	١٤٤٥٧	٣١	١٤٢٠	١٥٢٢٩	٣١	١٤٤٥	١٥٩٨٧	٣٠	١٤٧٠	١٦٧٣٢	٣٠	١٤٩٥	١٧٤٦٤	٢٩
١٣٩٦	١٤٤٨٩	٣٢	١٤٢١	١٥٢٥٩	٣٠	١٤٤٦	١٦٠١٧	٣٠	١٤٧١	١٦٧٦١	٢٩	١٤٩٦	١٧٤٩٣	٢٩
١٣٩٧	١٤٥٢٠	٣١	١٤٢٢	١٥٢٩٠	٣١	١٤٤٧	١٦٠٤٧	٣٠	١٤٧٢	١٦٧٩١	٣٠	١٤٩٧	١٧٥٢٢	٢٩
١٣٩٨	١٤٥٥١	٣١	١٤٢٣	١٥٣٢٠	٣٠	١٤٤٨	١٦٠٧٧	٣٠	١٤٧٣	١٦٨٢٠	٢٩	١٤٩٨	١٧٥٥١	٢٩
١٣٩٩	١٤٥٨٢	٣١	١٤٢٤	١٥٣٥١	٣١	١٤٤٩	١٦١٠٧	٣٠	١٤٧٤	١٦٨٥٠	٣٠	١٤٩٩	١٧٥٨٠	٢٩
١٤٠٠	١٤٦١٣	٣١	١٤٢٥	١٥٣٨١	٣٠	١٤٥٠	١٦١٣٧	٣٠	١٤٧٥	١٦٨٧٩	٢٩	١٥٠٠	١٧٦٠٩	٢٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٥٠١	١٧٦٣٨	٢٩	١٥٢٦	١٨٣٥٥	٢٨	١٥٥١	١٩٠٦١	٢٨	١٥٧٦	١٩٧٥٦	٢٨	١٦٠١	٢٠٤٣٩	٢٧
١٥٠٢	١٧٦٦٧	٢٩	١٥٢٧	١٨٣٨٤	٢٩	١٥٥٢	١٩٠٨٩	٢٨	١٥٧٧	١٩٧٨٣	٢٧	١٦٠٢	٢٠٤٦٦	٢٧
١٥٠٣	١٧٦٩٦	٢٩	١٥٢٨	١٨٤١٢	٢٨	١٥٥٣	١٩١١٧	٢٨	١٥٧٨	١٩٨١١	٢٨	١٦٠٣	٢٠٤٩٣	٢٧
١٥٠٤	١٧٧٢٥	٢٩	١٥٢٩	١٨٤٤١	٢٩	١٥٥٤	١٩١٤٥	٢٨	١٥٧٩	١٩٨٣٨	٢٧	١٦٠٤	٢٠٥٢٠	٢٧
١٥٠٥	١٧٧٥٤	٢٩	١٥٣٠	١٨٤٦٩	٢٨	١٥٥٥	١٩١٧٣	٢٨	١٥٨٠	١٩٨٦٦	٢٨	١٦٠٥	٢٠٥٤٨	٢٨
١٥٠٦	١٧٧٨٣	٢٨	١٥٣١	١٨٤٩٨	٢٩	١٥٥٦	١٩٢٠١	٢٨	١٥٨١	١٩٨٩٣	٢٧	١٦٠٦	٢٠٥٧٥	٢٧
١٥٠٧	١٧٨١١	٢٩	١٥٣٢	١٨٥٢٦	٢٨	١٥٥٧	١٩٢٢٩	٢٨	١٥٨٢	١٩٩٢١	٢٨	١٦٠٧	٢٠٦٠٢	٢٧
١٥٠٨	١٧٨٤٠	٢٩	١٥٣٣	١٨٥٥٤	٢٨	١٥٥٨	١٩٢٥٧	٢٨	١٥٨٣	١٩٩٤٨	٢٧	١٦٠٨	٢٠٦٢٩	٢٧
١٥٠٩	١٧٨٦٩	٢٩	١٥٣٤	١٨٥٨٣	٢٩	١٥٥٩	١٩٢٨٥	٢٨	١٥٨٤	١٩٩٧٦	٨	١٦٠٩	٢٠٦٥٦	٢٧
١٥١٠	١٧٨٩٨	٢٩	١٥٣٥	١٨٦١١	٢٨	١٥٦٠	١٩٣١٢	٢٧	١٥٨٥	٢٠٠٠٣	٢٧	١٦١٠	٢٠٦٨٣	٢٧
١٥١١	١٧٩٢٦	٢٨	١٥٣٦	١٨٦٣٩	٢٨	١٥٦١	١٩٣٤٠	٢٨	١٥٨٦	٢٠٠٣٠	٢٧	١٦١١	٢٠٧١٠	٢٧
١٥١٢	١٧٩٥٥	٢٩	١٥٣٧	١٨٦٦٧	٢٨	١٥٦٢	١٩٣٦٨	٢٨	١٥٨٧	٢٠٠٥٨	٢٨	١٦١٢	٢٠٧٣٧	٢٧
١٥١٣	١٧٩٨٤	٢٩	١٥٣٨	١٨٦٩٦	٢٩	١٥٦٣	١٩٣٩٦	٢٨	١٥٨٨	٢٠٠٨٥	٢٧	١٦١٣	٢٠٧٦٣	٢٦
١٥١٤	١٨٠١٣	٢٩	١٥٣٩	١٨٧٢٤	٢٨	١٥٦٤	١٩٤٢٤	٢٨	١٥٨٩	٢٠١١٢	٢٧	١٦١٤	٢٠٧٩٠	٢٧
١٥١٥	١٨٠٤١	٢٨	١٥٤٠	١٨٧٥٢	٢٨	١٥٦٥	١٩٤٥١	٢٧	١٥٩٠	٢٠١٤٠	٢٨	١٦١٥	٢٠٨١٧	٢٧
١٥١٦	١٨٠٧٠	٢٩	١٥٤١	١٨٧٨٠	٢٨	١٥٦٦	١٩٤٧٩	٢٨	١٥٩١	٢٠١٦٧	٢٧	١٦١٦	٢٠٨٤٤	٢٧
١٥١٧	١٨٠٩٩	٢٩	١٥٤٢	١٨٨٠٨	٢٨	١٥٦٧	١٩٥٠٧	٢٨	١٥٩٢	٢٠١٩٤	٢٧	١٦١٧	٢٠٨٧١	٢٧
١٥١٨	١٨١٢٧	٢٨	١٥٤٣	١٨٨٣٧	٢٩	١٥٦٨	١٩٥٣٥	٢٨	١٥٩٣	٢٠٢٢٢	٢٨	١٦١٨	٢٠٨٩٨	٢٧
١٥١٩	١٨١٥٦	٢٩	١٥٤٤	١٨٨٦٥	٢٨	١٥٦٩	١٩٥٦٢	٢٧	١٥٩٤	٢٠٢٤٩	٢٧	١٦١٩	٢٠٩٢٥	٢٧
١٥٢٠	١٨١٨٤	٢٨	١٥٤٥	١٨٨٩٣	٢٨	١٥٧٠	١٩٥٩٠	٢٨	١٥٩٥	٢٠٢٧٦	٢٧	١٦٢٠	٢٠٩٥٢	٢٧
١٥٢١	١٨٢١٣	٢٩	١٥٤٦	١٨٩٢١	٢٨	١٥٧١	١٩٦١٨	٢٨	١٥٩٦	٢٠٣٠٣	٢٧	١٦٢١	٢٠٩٧٨	٢٦
١٥٢٢	١٨٢٤١	٢٨	١٥٤٧	١٨٩٤٩	٢٨	١٥٧٢	١٩٦٤٥	٢٧	١٥٩٧	٢٠٣٣٠	٢٧	١٦٢٢	٢١٠٠٥	٢٧
١٥٢٣	١٨٢٧٠	٢٩	١٥٤٨	١٨٩٧٧	٢٨	١٥٧٣	١٩٦٧٣	٢٨	١٥٩٨	٢٠٣٥٨	٢٨	١٦٢٣	٢١٠٣٢	٢٧
١٥٢٤	١٨٢٩٨	٢٨	١٥٤٩	١٩٠٠٥	٢٨	١٥٧٤	١٩٧٠٠	٢٧	١٥٩٩	٢٠٣٨٥	٢٧	١٦٢٤	٢١٠٥٩	٢٧
١٥٢٥	١٨٣٢٧	٢٩	١٥٥٠	١٩٠٣٣	٢٨	١٥٧٥	١٩٧٢٨	٢٨	١٦٠٠	٢٠٤١٢	٢٧	١٦٢٥	٢١٠٨٥	٢٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٦٢٦	٢١١١٢	٢٧	١٦٥١	٢١٧٧٥	٢٧	١٦٧٦	٢٢٤٢٧	٢٦	١٧٠١	٢٣٠٧٠	٢٥	١٧٢٦	٢٣٧٠٤	٢٥
١٦٢٧	٢١١٣٩	٢٧	١٦٥٢	٢١٨٠١	٢٦	١٦٧٧	٢٢٤٥٣	٢٦	١٧٠٢	٢٣٠٩٦	٢٦	١٧٢٧	٢٣٧٢٩	٢٥
١٦٢٨	٢١١٦٥	٢٦	١٦٥٣	٢١٨٢٧	٢٦	١٦٧٨	٢٢٤٧٩	٢٦	١٧٠٣	٢٣١٢١	٢٥	١٧٢٨	٢٣٧٥٤	٢٥
١٦٢٩	٢١١٩٢	٢٧	١٦٥٤	٢١٨٥٤	٢٧	١٦٧٩	٢٢٥٠٥	٢٦	١٧٠٤	٢٣١٤٧	٢٦	١٧٢٩	٢٣٧٧٩	٢٥
١٦٣٠	٢١٢١٩	٢٧	١٦٥٥	٢١٨٨٠	٢٦	١٦٨٠	٢٢٥٣١	٢٦	١٧٠٥	٢٣١٧٢	٢٥	١٧٣٠	٢٣٨٠٥	٢٦
١٦٣١	٢١٢٤٥	٢٦	١٦٥٦	٢١٩٠٦	٢٦	١٦٨١	٢٢٥٥٧	٢٦	١٧٠٦	٢٣١٩٨	٢٦	١٧٣١	٢٣٨٣٠	٢٥
١٦٣٢	٢١٢٧٢	٢٧	١٦٥٧	٢١٩٣٢	٢٦	١٦٨٢	٢٢٥٨٣	٢٦	١٧٠٧	٢٣٢٢٣	٢٥	١٧٣٢	٢٣٨٥٥	٢٥
١٦٣٣	٢١٢٩٩	٢٧	١٦٥٨	٢١٩٥٨	٢٦	١٦٨٣	٢٢٦٠٨	٢٥	١٧٠٨	٢٣٢٤٩	٢٦	١٧٣٣	٢٣٨٨٠	٢٥
١٦٣٤	٢١٣٢٥	٢٦	١٦٥٩	٢١٩٨٥	٢٧	١٦٨٤	٢٢٦٣٤	٢٦	١٧٠٩	٢٣٢٧٤	٢٥	١٧٣٤	٢٣٩٠٥	٢٥
١٦٣٥	٢١٣٥٢	٢٧	١٦٦٠	٢٢٠١١	٢٦	١٦٨٥	٢٢٦٦٠	٢٦	١٧١٠	٢٣٣٠٠	٢٦	١٧٣٥	٢٣٩٣٠	٢٥
١٦٣٦	٢١٣٧٨	٢٦	١٦٦١	٢٢٠٣٧	٢٦	١٦٨٦	٢٢٦٨٦	٢٦	١٧١١	٢٣٣٢٥	٢٥	١٧٣٦	٢٣٩٥٥	٢٥
١٦٣٧	٢١٤٠٥	٢٧	١٦٦٢	٢٢٠٦٣	٢٦	١٦٨٧	٢٢٧١٢	٢٦	١٧١٢	٢٣٣٥٠	٢٥	١٧٣٧	٢٣٩٨٠	٢٥
١٣٣٨	٢١٤٣١	٢٦	١٦٦٣	٢٢٠٨٩	٢٦	١٦٨٨	٢٢٧٣٧	٢٥	١٧١٣	٢٣٣٧٦	٢٦	١٧٣٨	٢٤٠٠٥	٢٥
١٦٣٩	٢١٤٥٨	٢٧	١٦٦٤	٢٢١١٥	٢٦	١٦٨٩	٢٢٧٦٣	٢٦	١٧١٤	٢٣٤٠١	٢٥	١٧٣٩	٢٤٠٣٠	٢٥
١٦٤٠	٢١٤٨٤	٢٦	١٦٦٥	٢٢١٤١	٢٦	١٦٩٠	٢٢٧٨٩	٢٦	١٧١٥	٢٣٤٢٦	٢٥	١٧٤٠	٢٤٠٥٥	٢٥
١٦٤١	٢١٥١١	٢٧	١٦٦٦	٢٢١٦٧	٢٦	١٦٩١	٢٢٨١٤	٢٥	١٧١٦	٢٣٤٥٢	٢٦	١٧٤١	٢٤٠٨٠	٢٥
١٦٤٢	٢١٥٣٧	٢٦	١٦٦٧	٢٢١٩٤	٢٧	١٦٩٢	٢٢٨٤٠	٢٦	١٧١٧	٢٣٤٧٧	٢٥	١٧٤٢	٢٤١٠٥	٢٥
١٦٤٣	٢١٥٦٤	٢٧	١٦٦٨	٢٢٢٢٠	٢٦	١٦٩٣	٢٢٨٦٦	٢٦	١٧١٨	٢٣٥٠٢	٢٥	١٧٤٣	٢٤١٣٠	٢٥
١٦٤٤	٢١٥٩٠	٢٦	١٦٦٩	٢٢٢٤٦	٢٦	١٦٩٤	٢٢٨٩١	٢٥	١٧١٩	٢٣٥٢٨	٢٦	١٧٤٤	٢٤١٥٥	٢٥
١٦٤٥	٢١٦١٧	٢٧	١٦٧٠	٢٢٢٧٢	٢٦	١٦٩٥	٢٢٩١٧	٢٦	١٧٢٠	٢٣٥٥٣	٢٥	١٧٤٥	٢٤١٨٠	٢٥
١٦٤٦	٢١٦٤٣	٢٦	١٦٧١	٢٢٢٩٨	٢٦	١٦٩٦	٢٢٩٤٣	٢٦	١٧٢١	٢٣٥٧٨	٢٥	١٧٤٦	٢٤٢٠٤	٢٤
١٦٤٧	٢١٦٦٩	٢٦	١٦٧٢	٢٢٣٢٤	٢٦	١٦٩٧	٢٢٩٦٨	٢٥	١٧٢٢	٢٣٦٠٣	٢٥	١٧٤٧	٢٤٢٢٩	٢٥
١٦٤٨	٢١٦٩٦	٢٧	١٦٧٣	٢٢٣٥٠	٢٦	١٦٩٨	٢٢٩٩٤	٢٦	١٧٢٣	٢٣٦٢٩	٢٦	١٧٤٨	٢٤٢٥٤	٢٥
١٦٤٩	٢١٧٢٢	٢٦	١٦٧٤	٢٢٣٧٦	٢٦	١٦٩٩	٢٣٠١٩	٢٥	١٧٢٤	٢٣٦٥٤	٢٥	١٧٤٩	٢٤٢٧٩	٢٥
١٦٥٠	٢١٧٤٨	٢٦	١٦٧٥	٢٢٤٠١	٢٥	١٧٠٠	٢٣٠٤٥	٢٦	١٧٢٥	٢٣٦٧٩	٢٥	١٧٥٠	٢٤٣٠٤	٢٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٧٥١	٢٤٣٢٩	٢٥	١٧٧٦	٢٤٩٤٤	٢٤	١٨٠١	٢٥٥٥١	٢٤	١٨٢٦	٢٦١٥٠	٢٤	١٨٥١	٢٦٧٤١	٢٤
١٧٥٢	٢٤٣٥٣	٢٤	١٧٧٧	٢٤٩٦٩	٢٥	١٨٠٢	٢٥٥٧٥	٢٤	١٨٢٧	٢٦١٧٤	٢٤	١٨٥٢	٢٦٧٦٤	٢٣
١٧٥٣	٢٤٣٧٨	٢٥	١٧٧٨	٢٤٩٩٣	٢٤	١٨٠٣	٢٥٦٠٠	٢٥	١٨٢٨	٢٦١٩٨	٢٤	١٨٥٣	٢٦٧٨٨	٢٤
١٧٥٤	٢٤٤٠٣	٢٥	١٧٧٩	٢٥٠١٨	٢٥	١٨٠٤	٢٥٦٢٤	٢٤	١٨٢٩	٢٦٢٢١	٢٣	١٨٥٤	٢٦٨١١	٢٣
١٧٥٥	٢٤٤٢٨	٢٥	١٧٨٠	٢٥٠٤٢	٢٤	١٨٠٥	٢٥٦٤٨	٢٤	١٨٣٠	٢٦٢٤٥	٢٤	١٨٥٥	٢٦٨٣٤	٢٣
١٧٥٦	٢٤٤٥٢	٢٤	١٧٨١	٢٥٠٦٦	٢٤	١٨٠٦	٢٥٦٧٢	٢٤	١٨٣١	٢٦٢٦٩	٢٤	١٨٥٦	٢٦٨٥٨	٢٤
١٧٥٧	٢٤٤٧٧	٢٥	١٧٨٢	٢٥٠٩١	٢٥	١٨٠٧	٢٥٦٩٦	٢٤	١٨٣٢	٢٦٢٩٣	٢٤	١٨٥٧	٢٦٨٨١	٢٣
١٧٥٨	٢٤٥٠٢	٢٥	١٧٨٣	٢٥١١٥	٢٤	١٨٠٨	٢٥٧٢٠	٢٤	١٨٣٣	٢٦٣١٦	٢٣	١٨٥٨	٢٦٩٠٥	٢٤
١٧٥٩	٢٤٥٢٧	٢٥	١٧٨٤	٢٥١٣٩	٢٤	١٨٠٩	٢٥٧٤٤	٢٤	١٨٣٤	٢٦٣٤٠	٢٤	١٨٥٩	٢٦٩٢٨	٢٣
١٧٦٠	٢٤٥٥١	٢٤	١٧٨٥	٢٥١٦٤	٢٥	١٨١٠	٢٥٧٦٨	٢٤	١٨٣٥	٢٦٣٦٤	٢٤	١٨٦٠	٢٦٩٥١	٢٣
١٧٦١	٢٤٥٧٦	٢٥	١٧٨٦	٢٥١٨٨	٢٤	١٨١١	٢٥٧٩٢	٢٤	١٨٣٦	٢٦٣٨٧	٢٣	١٨٦١	٢٦٩٧٥	٢٤
١٧٦٢	٢٤٦٠١	٢٥	١٧٨٧	٢٥٢١٢	٢٤	١٨١٢	٢٥٨١٦	٢٤	١٨٣٧	٢٦٤١١	٢٤	١٨٦٢	٢٦٩٩٨	٢٣
١٧٦٣	٢٤٦٢٥	٢٤	١٧٨٨	٢٥٢٣٧	٢٥	١٨١٣	٢٥٨٤٠	٢٤	١٨٣٨	٢٦٤٣٥	٢٤	١٨٦٣	٢٧٠٢١	٢٣
١٧٦٤	٢٤٦٥٠	٢٥	١٧٨٩	٢٥٢٦١	٢٤	١٨١٤	٢٥٨٦٤	٢٤	١٨٣٩	٢٦٤٥٨	٢٣	١٨٦٤	٢٧٠٤٥	٢٣
١٧٦٥	٢٤٦٧٤	٢٤	١٧٩٠	٢٥٢٨٥	٢٤	١٨١٥	٢٥٨٨٨	٢٤	١٨٤٠	٢٦٤٨٢	٢٤	١٨٦٥	٢٧٠٦٨	٢٣
١٧٦٦	٢٤٦٩٩	٢٥	١٧٩١	٢٥٣١٠	٢٥	١٨١٦	٢٥٩١٢	٢٤	١٨٤١	٢٦٥٠٥	٢٣	١٨٦٦	٢٧٠٩١	٢٣
١٧٦٧	٢٤٧٢٤	٢٥	١٧٩٢	٢٥٣٣٤	٢٤	١٨١٧	٢٥٩٣٥	٢٣	١٨٤٢	٢٦٥٢٩	٢٤	١٨٦٧	٢٧١١٤	٣
١٧٦٨	٢٤٧٤٨	٢٤	١٧٩٣	٢٥٣٥٨	٢٤	١٨١٨	٢٥٩٥٩	٢٤	١٨٤٣	٢٦٥٥٣	٢٤	١٨٦٨	٢٧١٣٨	٢٤
١٧٦٩	٢٤٧٧٣	٢٥	١٧٩٤	٢٥٣٨٢	٢٤	١٨١٩	٢٥٩٨٣	٢٤	١٨٤٤	٢٦٥٧٦	٢٣	١٨٦٩	٢٧١٦١	٢٣
١٧٧٠	٢٤٧٩٧	٢٤	١٧٩٥	٢٥٤٠٦	٢٤	١٨٢٠	٢٦٠٠٧	٢٤	١٨٤٥	٢٦٦٠٠	٢٤	١٨٧٠	٢٧١٨٤	٢٣
١٧٧١	٢٤٨٢٢	٢٥	١٧٩٦	٢٥٤٣١	٢٥	١٨٢١	٢٦٠٣١	٢٤	١٨٤٦	٢٦٦٢٣	٢٣	١٨٧١	٢٧٢٠٧	٢٣
١٧٧٢	٢٤٨٤٦	٢٤	١٧٩٧	٢٥٤٥٥	٢٤	١٨٢٢	٢٦٠٥٥	٢٤	١٨٤٧	٢٦٦٤٧	٢٤	١٨٧٢	٢٧٢٣١	٢٤
١٧٧٣	٢٤٨٧١	٢٥	١٧٩٨	٢٥٤٧٩	٢٤	١٨٢٣	٢٦٠٧٩	٢٤	١٨٤٨	٢٦٦٧٠	٢٣	١٨٧٣	٢٧٢٥٤	٢٣
١٧٧٤	٢٤٨٩٥	٢٤	١٧٩٩	٢٥٥٠٣	٢٤	١٨٢٤	٢٦١٠٢	٢٣	١٨٤٩	٢٦٦٩٤	٢٤	١٨٧٤	٢٧٢٧٧	٢٣
١٧٧٥	٢٤٩٢٠	٢٥	١٨٠٠	٢٥٥٢٧	٢٤	١٨٢٥	٢٦١٢٦	٢٤	١٨٥٠	٢٦٧١٧	٢٣	١٨٧٥	٢٧٣٠٠	٢٣

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
١٨٧٦	٢٧٣٢٣	٢٣	١٩٠١	٢٧٨٩٨	٢٣	١٩٢٦	٢٨٤٦٦	٢٣	١٩٥١	٢٩٠٢٦	٢٣	١٩٧٦	٢٩٥٧٩	٢٢
١٨٧٧	٢٧٣٤٦	٢٣	١٩٠٢	٢٧٩٢١	٢٣	١٩٢٧	٢٨٤٨٨	٢٢	١٩٥٢	٢٩٠٤٨	٢٢	١٩٧٧	٢٩٦٠١	٢٢
١٨٧٨	٢٧٣٧٠	٢٤	١٩٠٣	٢٧٩٤٤	٢٣	١٩٢٨	٢٨٥١١	٢٣	١٩٥٣	٢٩٠٧٠	٢٢	١٩٧٨	٢٩٦٢٣	٢٢
١٨٧٩	٢٧٣٩٣	٢٣	١٩٠٤	٢٧٩٦٧	٢٣	١٩٢٩	٢٨٥٣٣	٢٢	١٩٥٤	٢٩٠٩٢	٢٢	١٩٧٩	٢٩٦٤٥	٢٢
١٨٨٠	٢٧٤١٦	٢٣	١٩٠٥	٢٧٩٨٩	٢٢	١٩٣٠	٢٨٥٥٦	٢٣	١٩٥٥	٢٩١١٥	٢٣	١٩٨٠	٢٩٦٦٧	٢٢
١٨٨١	٢٧٤٣٩	٢٣	١٩٠٦	٢٨٠١٢	٢٣	١٩٣١	٢٨٥٧٨	٢٢	١٩٥٦	٢٩١٣٧	٢٢	١٩٨١	٢٩٦٨٨	٢١
١٨٨٢	٢٧٤٦٢	٢٣	١٩٠٧	٢٨٠٣٥	٢٣	١٩٣٢	٢٨٦٠١	٢٣	١٩٥٧	٢٩١٥٩	٢٢	١٩٨٢	٢٩٧١٠	٢٢
١٨٨٣	٢٧٤٨٥	٢٣	١٩٠٨	٢٨٠٥٨	٢٣	١٩٣٣	٢٨٦٢٣	٢٢	١٩٥٨	٢٩١٨١	٢٢	١٩٨٣	٢٩٧٣٢	٢٢
١٨٨٤	٢٧٥٠٨	٢٣	١٩٠٩	٢٨٠٨١	٢٣	١٩٣٤	٢٨٦٤٦	٢٣	١٩٥٩	٢٩٢٠٣	٢٢	١٩٨٤	٢٩٧٥٤	٢٢
١٨٨٥	٢٧٥٣١	٢٣	١٩١٠	٢٨١٠٣	٢٢	١٩٣٥	٢٨٦٦٨	٢٢	١٩٦٠	٢٩٢٢٦	٢٣	١٩٨٥	٢٩٧٧٦	٢٢
١٨٨٦	٢٧٥٥٤	٢٣	١٩١١	٢٨١٢٦	٢٣	١٩٣٦	٢٨٦٩١	٢٣	١٩٦١	٢٩٢٤٨	٢٢	١٩٨٦	٢٩٧٩٨	٢٢
١٨٨٧	٢٧٥٧٧	٢٣	١٩١٢	٢٨١٤٩	٢٣	١٩٣٧	٢٨٧١٣	٢٢	١٩٦٢	٢٩٢٧٠	٢٢	١٩٨٧	٢٩٨٢٠	٢٢
١٨٨٨	٢٧٦٠٠	٢٣	١٩١٣	٢٨١٧١	٢٢	١٩٣٨	٢٨٧٣٥	٢٢	١٩٦٣	٢٩٢٩٢	٢٢	١٩٨٨	٢٩٨٤٢	٢٢
١٨٨٩	٢٧٦٢٣	٢٣	١٩١٤	٢٨١٩٤	٢٣	١٩٣٩	٢٨٧٥٨	٢٣	١٩٦٤	٢٩٣١٤	٢٢	١٩٨٩	٢٩٨٦٣	٢١
١٨٩٠	٢٧٦٤٦	٢٣	١٩١٥	٢٨٢١٧	٢٣	١٩٤٠	٢٨٧٨٠	٢٢	١٩٦٥	٢٩٣٣٦	٢٢	١٩٩٠	٢٩٨٨٥	٢٢
١٨٩١	٢٧٦٦٩	٢٣	١٩١٦	٢٨٢٤٠	٢٣	١٩٤١	٢٨٨٠٣	٢٣	١٩٦٦	٢٩٣٥٨	٢٢	١٩٩١	٢٩٩٠٧	٢٢
١٨٩٢	٢٧٦٩٢	٢٣	١٩١٧	٢٨٢٦٢	٢٢	١٩٤٢	٢٨٨٢٥	٢٢	١٩٦٧	٢٩٣٨٠	٢٢	١٩٩٢	٢٩٩٢٩	٢٢
١٨٩٣	٢٧٧١٥	٢٣	١٩١٨	٢٨٢٨٥	٢٣	١٩٤٣	٢٨٨٤٧	٢٢	١٩٦٨	٢٩٤٠٣	٢٣	١٩٩٣	٢٩٩٥١	٢٢
١٨٩٤	٢٧٧٣٨	٢٣	١٩١٩	٢٨٣٠٧	٢٢	١٩٤٤	٢٨٨٧٠	٢٣	١٩٦٩	٢٩٤٢٥	٢٢	١٩٩٤	٢٩٩٧٣	٢٢
١٨٩٥	٢٧٧٦١	٢٣	١٩٢٠	٢٨٣٣٠	٢٣	١٩٤٥	٢٨٨٩٢	٢٢	١٩٧٠	٢٩٤٤٧	٢٢	١٩٩٥	٢٩٩٩٤	٢١
١٨٩٦	٢٧٧٨٤	٢٣	١٩٢١	٢٨٣٥٣	٢٣	١٩٤٦	٢٨[illegible]٤	٢٢	١٩٧١	٢٩٤٦٩	٢٢	١٩٩٦	٣٠٠١٦	٢٢
١٨٩٧	٢٧٨٠٧	٢٣	١٩٢٢	٢٨٣٧٥	٢٢	١٩٤٧	٢٨٩٣٧	٢٣	١٩٧٢	٢٩٤٩١	٢٢	١٩٩٧	٣٠٠٣٨	٢٢
١٨٩٨	٢٧٨٣٠	٢٣	١٩٢٣	٢٨٣٩٨	٢٣	١٩٤٨	٢٨٩٥٩	٢٢	١٩٧٣	٢٩٥١٣	٢٢	١٩٩٨	٣٠٠٦٠	٢٢
١٨٩٩	٢٧٨٥٢	٢٢	١٩٢٤	٢٨٤٢١	٢٣	١٩٤٩	٢٨٩٨١	٢٢	١٩٧٤	٢٩٥٣٥	٢٢	١٩٩٩	٣٠٠٨١	٢١
١٩٠٠	٢٧٨٧٥	٢٣	١٩٢٥	٢٨٤٤٣	٢٢	١٩٥٠	٢٩٠٠٣	٢٢	١٧٧٥	٢٩٥٥٧	٢٢	٢٠٠٠	٣٠١٠٣	٢٢

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢٠٠١	٣٠١٢٥	٢٢	٢٠٢٦	٣٠٦٦٤	٢١	٢٠٥١	٣١١٩٧	٢٢	٢٠٧٦	٣١٧٢٣	٢١	٢١٠١	٣٢٢٤٣	٢١
٢٠٠٢	٣٠١٤٦	٢١	٢٠٢٧	٣٠٦٨٥	٢١	٢٠٥٢	٣١٢١٨	٢١	٢٠٧٧	٣١٧٤٤	٢١	٢١٠٢	٣٢٢٦٣	٢٠
٢٠٠٣	٣٠١٦٨	٢٢	٢٠٢٨	٣٠٧٠٧	٢٢	٢٠٥٣	٣١٢٣٩	٢١	٢٠٧٨	٣١٧٦٥	٢١	٢١٠٣	٣٢٢٨٤	٢١
٢٠٠٤	٣٠١٩٠	٢٢	٢٠٢٩	٣٠٧٢٨	٢١	٢٠٥٤	٣١٢٦٠	٢١	٢٠٧٩	٣١٧٨٥	٢٠	٢١٠٤	٣٢٣٠٥	٢١
٢٠٠٥	٣٠٢١١	٢١	٢٠٣٠	٣٠٧٥٠	٢٢	٢٠٥٥	٣١٢٨١	٢١	٢٠٨٠	٣١٨٠٦	٢١	٢١٠٥	٣٢٣٢٥	٢٠
٢٠٠٦	٣٠٢٣٣	٢٢	٢٠٣١	٣٠٧٧١	٢١	٢٠٥٦	٣١٣٠٢	٢١	٢٠٨١	٣١٨٢٧	٢١	٢١٠٦	٣٢٣٤٦	٢١
٢٠٠٧	٣٠٢٥٥	٢٢	٢٠٣٢	٣٠٧٩٢	٢١	٢٠٥٧	٣١٣٢٣	٢١	٢٠٨٢	٣١٨٤٨	٢١	٢١٠٧	٣٢٣٦٦	٢٠
٢٠٠٨	٣٠٢٧٦	٢١	٢٠٣٣	٣٠٨١٤	٢٢	٢٠٩٨	٣١٣٤٥	٢٢	٢٠٨٣	٣١٨٦٩	٢١	٢١٠٨	٣٢٣٨٧	٢١
٢٠٠٩	٣٠٢٩٨	٢٢	٢٠٣٤	٣٠٨٣٥	٢١	٢٠٥٩	٣١٣٦٦	٢١	٢٠٨٤	٣١٨٩٠	٢١	٢١٠٩	٣٢٤٠٨	٢١
٢٠١٠	٣٠٣٢٠	٢٢	٢٠٣٥	٣٠٨٥٦	٢١	٢٠٦٠	٣١٣٨٧	٢١	٢٠٨٥	٣١٩١١	٢١	٢١١٠	٣٢٤٢٨	٢٠
٢٠١١	٣٠٣٤١	٢١	٢٠٣٦	٣٠٨٧٨	٢٢	٢٠٦١	٣١٤٠٨	٢١	٢٠٨٦	٣١٩٣١	٢٠	٢١١١	٣٢٤٤٩	٢١
٢٠١٢	٣٠٣٦٣	٢٢	٢٠٣٧	٣٠٨٩٩	٢١	٢٠٦٢	٣١٤٢٩	٢١	٢٠٨٧	٣١٩٥٢	٢١	٢١١٢	٣٢٤٦٩	٢٠
٢٠١٣	٣٠٣٨٤	٢١	٢٠٣٨	٣٠٩٢٠	٢١	٢٠٦٣	٣١٤٥٠	٢١	٢٠٨٨	٣١٩٧٣	٢١	٢١١٣	٣٢٤٩٠	٢١
٢٠١٤	٣٠٤٠٦	٢٢	٢٠٣٩	٣٠٩٤٢	٢٢	٢٠٦٤	٣١٤٧١	٢١	٢٠٨٩	٣١٩٩٤	٢١	٢١١٤	٣٢٥١٠	٢٠
٢٠١٥	٣٠٤٢٨	٢٢	٢٠٤٠	٣٠٩٦٣	٢١	٢٠٦٥	٣١٤٩٢	٢١	٢٠٩٠	٣٢٠١٥	٢١	٢١١٥	٣٢٥٣١	٢١
٢٠١٦	٣٠٤٤٩	٢١	٢٠٤١	٣٠٩٨٤	٢١	٢٠٦٦	٣١٥١٣	٢١	٢٠٩١	٣٢٠٣٥	٢٠	٢١١٦	٣٢٥٥٢	٢١
٢٠١٧	٣٠٤٧١	٢٢	٢٠٤٢	٣١٠٠٦	٢٢	٢٠٦٧	٣١٥٣٤	٢١	٢٠٩٢	٣٢٠٥٦	٢١	٢١١٧	٣٢٥٧٢	٢٠
٢٠١٨	٣٠٤٩٢	٢١	٢٠٤٣	٣١٠٢٧	٢١	٢٠٦٨	٣١٥٥٥	٢١	٢٠٩٣	٣٢٠٧٧	٢١	٢١١٨	٣٢٥٩٣	٢١
٢٠١٩	٣٠٥١٤	٢٢	٢٠٤٤	٣١٠٤٨	٢١	٢٠٦٩	٣١٥٧٦	٢١	٢٠٩٤	٣٢٠٩٨	٢١	٢١١٩	٣٢٦١٣	٢٠
٢٠٢٠	٣٠٥٣٥	٢١	٢٠٤٥	٣١٠٦٩	٢١	٢٠٧٠	٣١٥٩٧	٢١	٢٠٩٥	٣٢١١٨	٢٠	٢١٢٠	٣٢٦٣٤	٢١
٢٠٢١	٣٠٥٥٧	٢٢	٢٠٤٦	٣١٠٩١	٢٢	٢٠٧١	٣١٦١٨	٢١	٢٠٩٦	٣٢١٣٩	٢١	٢١٢١	٣٢٦٥٤	٢٠
٢٠٢٢	٣٠٥٧٨	٢١	٢٠٤٧	٣١١١٢	٢١	٢٠٧٢	٣١٦٣٩	٢١	٢٠٩٧	٣٢١٦٠	٢١	٢١٢٢	٣٢٦٧٥	٢١
٢٠٢٣	٣٠٦٠٠	٢٢	٢٠٤٨	٣١١٣٣	٢١	٢٠٧٣	٣١٦٦٠	٢١	٢٠٩٨	٣٢١٨١	٢١	٢١٢٣	٣٢٦٩٥	٢٠
٢٠٢٤	٣٠٦٢١	٢١	٢٠٤٩	٣١١٥٤	٢١	٢٠٧٤	٣١٦٨١	٢١	٢٠٩٩	٣٢٢٠١	٢٠	٢١٢٤	٣٢٧١٥	٢٠
٢٠٢٥	٣٠٦٤٣	٢٢	٢٠٥٠	٣١١٧٥	٢١	٢٠٧٥	٣١٧٠٢	٢١	٢١٠٠	٣٢٢٢٢	٢١	٢١٢٥	٣٢٧٣٦	٢١

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢١٢٦	٣٢٧٥٦	٢٠	٢١٥١	٣٣٢٦٤	٢٠	٢١٧٦	٣٣٧٦٦	٢٠	٢٢٠١	٣٤٢٦٢	٢٠	٢٢٢٦	٣٤٧٥٣	٢٠
٢١٢٧	٣٢٧٧٧	٢١	٢١٥٢	٣٣٢٨٤	٢٠	٢١٧٧	٣٣٧٨٦	٢٠	٢٢٠٢	٣٤٢٨٢	٢٠	٢٢٢٧	٣٤٧٧٢	١٩
٢١٢٨	٣٢٧٩٧	٢٠	٢١٥٣	٣٣٣٠٤	٢٠	٢١٧٨	٣٣٨٠٦	٢٠	٢٢٠٣	٣٤٣٠١	١٩	٢٢٢٨	٣٤٧٩٢	٢٠
٢١٢٩	٣٢٨١٨	٢١	٢١٥٤	٣٣٣٢٥	٢١	٢١٧٩	٣٣٨٢٦	٢٠	٢٢٠٤	٣٤٣٢١	٢٠	٢٢٢٩	٣٤٨١١	١٩
٢١٣٠	٣٢٨٣٨	٢٠	٢١٥٥	٣٣٣٤٥	٢٠	٢١٨٠	٣٣٨٤٦	٢٠	٢٢٠٥	٣٤٣٤١	٢٠	٢٢٣٠	٣٤٨٣٠	١٩
٢١٣١	٣٢٨٥٨	٢٠	٢١٥٦	٣٣٣٦٥	٢٠	٢١٨١	٣٣٨٦٦	٢٠	٢٢٠٦	٣٤٣٦١	٢٠	٢٢٣١	٣٤٨٥٠	٢٠
٢١٣٢	٣٢٨٧٩	٢١	٢١٥٧	٣٣٣٨٥	٢٠	٢١٨٢	٣٣٨٨٥	١٩	٢٢٠٧	٣٤٣٨٠	١٩	٢٢٣٢	٣٤٨٦٩	١٩
٢١٣٣	٣٢٨٩٩	٢٠	٢١٥٨	٣٣٤٠٥	٢٠	٢١٨٣	٣٣٩٠٥	٢٠	٢٢٠٨	٣٤٤٠٠	٢٠	٢٢٣٣	٣٤٨٨٩	٢٠
٢١٣٤	٣٢٩١٩	٢٠	٢١٥٩	٣٣٤٢٥	٢٠	٢١٨٤	٣٣٩٢٥	٢٠	٢٢٠٩	٣٤٤٢٠	٢٠	٢٢٣٤	٣٤٩٠٨	١٩
٢١٣٥	٣٢٩٤٠	٢١	٢١٦٠	٣٣٤٤٥	٢٠	٢١٨٥	٣٣٩٤٥	٢٠	٢٢١٠	٣٤٤٣٩	١٩	٢٢٣٥	٣٤٩٢٨	٢٠
٢١٣٦	٣٢٩٦٠	٢٠	٢١٦١	٣٣٤٦٥	٢٠	٢١٨٦	٣٣٩٦٥	٢٠	٢٢١١	٣٤٤٥٩	٢٠	٢٢٣٦	٣٤٩٤٧	١٩
٢١٣٧	٣٢٩٨٠	٢٠	٢١٦٢	٣٣٤٨٦	٢١	٢١٨٧	٣٣٩٨٥	٢٠	٢٢١٢	٣٤٤٧٩	٢٠	٢٢٣٧	٣٤٩٦٧	٢٠
٢١٣٨	٣٣٠٠١	٢١	٢١٦٣	٣٣٥٠٦	٢٠	٢١٨٨	٣٤٠٠٥	٢٠	٢٢١٣	٣٤٤٩٨	١٩	٢٢٣٨	٣٤٩٨٦	١٩
٢١٣٩	٣٣٠٢١	٢٠	٢١٦٤	٣٣٥٢٦	٢٠	٢١٨٩	٣٤٠٢٥	٢٠	٢٢١٤	٣٤٥١٨	٢٠	٢٢٣٩	٣٥٠٠٥	١٩
٢١٤٠	٣٣٠٤١	٢٠	٢١٦٥	٣٣٥٤٦	٢٠	٢١٩٠	٣٤٠٤٤	١٩	٢٢١٥	٣٤٥٣٧	١٩	٢٢٤٠	٣٥٠٢٥	٢٠
٢١٤١	٣٣٠٦٢	٢١	٢١٦٦	٣٣٥٦٦	٢٠	٢١٩١	٣٤٠٦٤	٢٠	٢٢١٦	٣٤٥٥٧	٢٠	٢٢٤١	٣٥٠٤٤	١٩
٢١٤٢	٣٣٠٨٢	٢٠	٢١٦٧	٣٣٥٨٦	٢٠	٢١٩٢	٣٤٠٨٤	٢٠	٢٢١٧	٣٤٥٧٧	٢٠	٢٢٤٢	٣٥٠٦٤	٢٠
٢١٤٣	٣٣١٠٢	٢٠	٢١٦٨	٣٣٦٠٦	٢٠	٢١٩٣	٣٤١٠٤	٢٠	٢٢١٨	٣٤٥٩٦	١٩	٢٢٤٣	٣٥٠٨٣	١٩
٢١٤٤	٣٣١٢٢	٢٠	٢١٦٩	٣٣٦٢٦	٢٠	٢١٩٤	٣٤١٢٤	٢٠	٢٢١٩	٣٤٦١٦	٢٠	٢٢٤٤	٣٥١٠٢	١٩
٢١٤٥	٣٣١٤٣	٢١	٢١٧٠	٣٣٦٤٦	٢٠	٢١٩٥	٣٤١٤٣	١٩	٢٢٢٠	٣٤٦٣٥	١٩	٢٢٤٥	٣٥١٢٢	٢٠
٢١٤٦	٣٣١٦٣	٢٠	٢١٧١	٣٣٦٦٦	٢٠	٢١٩٦	٣٤١٦٣	٢٠	٢٢٢١	٣٤٦٥٥	٢٠	٢٢٤٦	٣٥١٤١	١٩
٢١٤٧	٣٣١٨٣	٢٠	٢١٧٢	٣٣٦٨٦	٢٠	٢١٩٧	٣٤١٨٣	٢٠	٢٢٢٢	٣٤٦٧٤	١٩	٢٢٤٧	٣٥١٦٠	١٩
٢١٤٨	٣٣٢٠٣	٢٠	٢١٧٣	٣٣٧٠٦	٢٠	٢١٩٨	٣٤٢٠٣	٢٠	٢٢٢٣	٣٤٦٩٤	٢٠	٢٢٤٨	٣٥١٨٠	٢٠
٢١٤٩	٣٣٢٢٤	٢١	٢١٧٤	٣٣٧٢٦	٢٠	٢١٩٩	٣٤٢٢٣	٢٠	٢٢٢٤	٣٤٧١٣	١٩	٢٢٤٩	٣٥١٩٩	١٩
٢١٥٠	٣٣٢٤٤	٢٠	٢١٧٥	٣٣٧٤٦	٢٠	٢٢٠٠	٣٤٢٤٢	١٩	٢٢٢٥	٣٤٧٣٣	٢٠	٢٢٥٠	٣٥٢١٨	١٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		٢٠			١٩			١٩			١٩			١٨
٢٢٥١	٣٥٢٣٨		٢٢٧٦	٣٥٧١٧		٢٣٠١	٣٦١٩٢		٢٣٢٦	٣٦٦٦١		٢٣٥١	٣٧١٢٥	
٢٢٥٢	٣٥٢٥٧	١٩	٢٢٧٧	٣٥٧٣٦	١٩	٢٣٠٢	٣٦٢١١	١٩	٢٣٢٧	٣٦٦٨٠	١٩	٢٣٥٢	٣٧١٤٤	١٩
٢٢٥٣	٣٥٢٧٦	١٩	٢٢٧٨	٣٥٧٥٥	١٩	٢٣٠٣	٣٦٢٢٩	١٨	٢٣٢٨	٣٦٦٩٨	١٨	٢٣٥٣	٣٧١٦٢	١٨
٢٢٥٤	٣٥٢٩٥	١٩	٢٢٧٩	٣٥٧٧٤	١٩	٢٣٠٤	٣٦٢٤٧	١٩	٢٣٢٩	٣٦٧١٧	١٨	٢٣٥٤	٣٧١٨١	١٩
٢٢٥٥	٣٥٣١٥	٢٠	٢٢٨٠	٣٥٧٩٣	١٩	٢٣٠٥	٣٦٢٦٧	١٩	٢٣٣٠	٣٦٧٣٦	١٩	٢٣٥٥	٣٧١٩٩	١٨
		١٩			٢٠			١٩			١٨			١٩
٢٢٥٦	٣٥٣٣٤		٢٢٨١	٣٥٨١٣		٢٣٠٦	٣٦٢٨٦		٢٣٣١	٣٦٧٥٤		٢٣٥٦	٣٧٢١٨	
٢٢٥٧	٣٥٣٥٣	١٩	٢٢٨٢	٣٥٨٣٢	١٩	٢٣٠٧	٣٦٣٠٥	١٩	٢٣٣٢	٣٦٧٧٣	١٩	٢٣٥٧	٣٧٢٣٦	١٨
٢٢٥٨	٣٥٣٧٢	١٩	٢٢٨٣	٣٥٨٥١	١٩	٢٣٠٨	٣٦٣٢٤	١٩	٢٣٣٣	٣٦٧٩١	١٨	٢٣٥٨	٣٧٢٥٤	١٨
٢٢٥٩	٣٥٣٩٢	٢٠	٢٢٨٤	٣٥٨٧٠	١٩	٢٣٠٩	٣٦٣٤٢	١٨	٢٣٣٤	٣٦٨١٠	١٩	٢٣٥٩	٣٧٢٧٣	١٩
٢٢٦٠	٣٥٤١١	١٩	٢٢٨٥	٣٥٨٨٩	١٩	٢٣١٠	٣٦٣٦١	١٩	٢٣٣٥	٣٦٨٢٩	١٩	٢٣٦٠	٣٧٢٩١	١٨
		١٩			١٩			١٩			١٨			١٩
٢٢٦١	٣٥٤٣٠		٢٢٨٦	٣٥٩٠٨		٢٣١١	٣٦٣٨٠		٢٣٣٦	٣٦٨٤٧		٢٣٦١	٣٧٣١٠	
٢٢٦٢	٣٥٤٤٩	١٩	٢٢٨٧	٣٥٩٢٧	١٩	٢٣١٢	٣٦٣٩٩	١٩	٢٣٣٧	٣٦٨٦٦	١٩	٢٣٦٢	٣٧٣٢٨	١٨
٢٢٦٣	٣٥٤٦٨	١٩	٢٢٨٨	٣٥٩٤٦	١٩	٢٣١٣	٣٦٤١٨	١٩	٢٣٣٨	٣٦٨٨٤	١٨	٢٣٦٣	٣٧٣٤٦	١٨
٢٢٦٤	٣٥٤٨٨	٢٠	٢٢٨٩	٣٥٩٦٥	١٩	٢٣١٤	٣٦٤٣٦	١٨	٢٣٣٩	٣٦٩٠٣	١٩	٢٣٦٤	٣٧٣٦٥	١٩
٢٢٦٥	٣٥٥٠٧	١٩	٢٢٩٠	٣٥٩٨٤	١٩	٢٣١٥	٣٦٤٥٥	١٩	٢٣٤٠	٣٦٩٢٢	١٨	٢٣٦٥	٣٧٣٨٣	١٨
		١٩			١٩			١٩			١٩			١٨
٢٢٦٦	٣٥٥٢٦		٢٢٩١	٣٦٠٠٣		٢٣١٦	٣٦٤٧٤		٢٣٤١	٣٦٩٤٠		٢٣٦٦	٣٧٤٠١	
٢٢٦٧	٣٥٥٤٥	١٩	٢٢٩٢	٣٦٠٢١	١٨	٢٣١٧	٣٦٤٩٣	١٩	٢٣٤٢	٣٦٩٥٩	١٨	٢٣٦٧	٣٧٤٢٠	١٩
٢٢٦٨	٣٥٥٦٤	١٩	٢٢٩٣	٣٦٠٤٠	١٩	٢٣١٨	٣٦٥١١	١٨	٢٣٤٣	٣٦٩٧٧	١٨	٢٣٦٨	٣٧٤٣٨	١٨
٢٢٦٩	٣٥٥٨٣	١٩	٢٢٩٤	٣٦٠٥٩	١٩	٢٣١٩	٣٦٥٣٠	١٩	٢٣٤٤	٣٦٩٩٦	١٩	٢٣٦٩	٣٧٤٥٧	١٩
٢٢٧٠	٣٥٦٠٣	٢٠	٢٢٩٥	٣٦٠٧٨	١٩	٢٣٢٠	٣٦٥٤٩	١٩	٢٣٤٥	٣٧٠١٤	١٩	٢٣٧٠	٣٧٤٧٥	١٨
		١٩			١٩			١٩			١٩			١٨
٢٢٧١	٣٥٦٢٢		٢٢٩٦	٣٦٠٩٧		٢٣٢١	٣٦٥٦٨		٢٣٤٦	٣٧٠٣٣		٢٣٧١	٣٧٤٩٣	
٢٢٧٢	٣٥٦٤١	١٩	٢٢٩٧	٣٦١١٦	١٩	٢٣٢٢	٣٦٥٨٦	١٨	٢٣٤٧	٣٧٠٥١	١٨	٢٣٧٢	٣٧٥١١	١٨
٢٢٧٣	٣٥٦٦٠	١٩	٢٢٩٨	٣٦١٣٥	١٩	٢٣٢٣	٣٦٦٠٥	١٩	٢٣٤٨	٣٧٠٧٠	١٩	٢٣٧٣	٣٧٥٣٠	١٩
٢٢٧٤	٣٥٦٧٩	١٩	٢٢٩٩	٣٦١٥٤	١٩	٢٣٢٤	٣٦٦٢٤	١٩	٢٣٤٩	٣٧٠٨٨	١٨	٢٣٧٤	٣٧٥٤٨	١٨
٢٢٧٥	٣٥٦٩٨	١٩	٢٣٠٠	٣٦١٧٣	١٩	٢٣٢٥	٣٦٦٤٢	١٨	٢٣٥٠	٣٧١٠٧	١٩	٢٣٧٥	٣٧٥٦٦	١٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		١٩			١٨			١٨			١٧			١٧
٢٣٧٦	٣٧٥٨٥		٢٤٠١	٣٨٠٣٩		٢٤٢٦	٣٨٤٨٩		٢٤٥١	٣٨٩٣٤		٢٤٧٦	٣٩٣٧٥	
٢٣٧٧	٣٧٦٠٣	١٨	٢٤٠٢	٣٨٠٥٧	١٨	٢٤٢٧	٣٨٥٠٧	١٨	٢٤٥٢	٣٨٩٥٢	١٨	٢٤٧٧	٣٩٣٩٣	١٨
٢٣٧٨	٣٧٦٢١	١٨	٢٤٠٣	٣٨٠٧٥	١٨	٢٤٢٨	٣٨٥٢٥	١٨	٢٤٥٣	٣٨٩٧٠	١٨	٢٤٧٨	٣٩٤١٠	١٧
٢٣٧٩	٣٧٦٣٩	١٨	٢٤٠٤	٣٨٠٩٣	١٨	٢٤٢٩	٣٨٥٤٣	١٨	٢٤٥٤	٣٨٩٨٧	١٧	٢٤٧٩	٣٩٤٢٨	١٨
٢٣٨٠	٣٧٦٥٨	١٩	٢٤٠٥	٣٨١١٢	١٩	٢٤٣٠	٣٨٥٦١	١٨	٢٤٥٥	٣٩٠٠٥	١٨	٢٤٨٠	٣٩٤٤٥	١٧
		١٨			١٨			١٧			١٨			١٨
٢٣٨١	٣٧٦٧٦		٢٤٠٦	٣٨١٣٠		٢٤٣١	٣٨٥٧٨		٢٤٥٦	٣٩٠٢٣		٢٤٨١	٣٩٤٦٣	
٢٣٨٢	٣٧٦٩٤	١٨	٢٤٠٧	٣٨١٤٨	١٨	٢٤٣٢	٣٨٥٩٦	١٨	٢٤٥٧	٣٩٠٤١	١٨	٢٤٨٢	٣٩٤٨٠	١٧
٢٣٨٣	٣٧٧١٢	١٨	٢٤٠٨	٣٨١٦٦	١٨	٢٤٣٣	٣٨٦١٤	١٨	٢٤٥٨	٣٩٠٥٨	١٧	٢٤٨٣	٣٩٤٩٨	١٨
٢٣٨٤	٣٧٧٣١	١٩	٢٤٠٩	٣٨١٨٤	١٨	٢٤٣٤	٣٨٦٣٢	١٨	٢٤٥٩	٣٩٠٧٦	١٨	٢٤٨٤	٣٩٥١٥	١٧
٢٣٨٥	٣٧٧٤٩	١٨	٢٤١٠	٣٨٢٠٢	١٨	٢٤٣٥	٣٨٦٥٠	١٨	٢٤٦٠	٣٩٠٩٤	١٨	٢٤٨٥	٣٩٥٣٣	١٨
		١٨			١٨			١٨			١٧			١٧
٢٣٨٦	٣٧٧٦٧		٢٤١١	٣٨٢٢٠		٢٤٣٦	٣٨٦٦٨		٢٤٦١	٣٩١١١		٢٤٨٦	٣٩٥٥٠	
٢٣٨٧	٣٧٧٨٥	١٨	٢٤١٢	٣٨٢٣٨	١٨	٢٤٣٧	٣٨٦٨٦	١٨	٢٤٦٢	٣٩١٢٩	١٨	٢٤٨٧	٣٩٥٦٨	١٨
٢٣٨٨	٣٧٨٠٣	١٨	٢٤١٣	٣٨٢٥٦	١٨	٢٤٣٨	٣٨٧٠٣	١٧	٢٤٦٣	٣٩١٤٦	١٧	٢٤٨٨	٣٩٥٨٥	١٧
٢٣٨٩	٣٧٨٢٢	١٩	٢٤١٤	٣٨٢٧٤	١٨	٢٤٣٩	٣٨٧٢١	١٨	٢٤٦٤	٣٩١٦٤	١٨	٢٤٨٩	٣٩٦٠٢	١٧
٢٣٩٠	٣٧٨٤٠	١٨	٢٤١٥	٣٨٢٩٢	١٨	٢٤٤٠	٣٨٧٣٩	١٨	٢٤٦٥	٣٩١٨٢	١٨	٢٤٩٠	٣٩٦٢٠	١٨
		١٨			١٨			١٨			١٧			١٧
٢٣٩١	٣٧٨٥٨		٢٤١٦	٣٨٣١٠		٢٤٤١	٣٨٧٥٧		٢٤٦٦	٣٩١٩٩		٢٤٩١	٣٩٦٣٧	
٢٣٩٢	٣٧٨٧٦	١٨	٢٤١٧	٣٨٣٢٨	١٨	٢٤٤٢	٣٨٧٧٥	١٨	٢٤٦٧	٣٩٢١٧	١٨	٢٤٩٢	٣٩٦٥٥	١٨
٢٣٩٣	٣٧٨٩٤	١٨	٢٤١٨	٣٨٣٤٦	١٨	٢٤٤٣	٣٨٧٩٢	١٧	٢٤٦٨	٣٩٢٣٥	١٨	٢٤٩٣	٣٩٦٧٢	١٧
٢٣٩٤	٣٧٩١٢	١٨	٢٤١٩	٣٨٣٦٤	١٨	٢٤٤٤	٣٨٨١٠	١٨	٢٤٦٩	٣٩٢٥٢	١٧	٢٤٩٤	٣٩٦٩٠	١٨
٢٣٩٥	٣٧٩٣١	١٩	٢٤٢٠	٣٨٣٨٢	١٨	٢٤٤٥	٣٨٨٢٨	١٨	٢٤٧٠	٣٩٢٧٠	١٨	٢٤٩٥	٣٩٧٠٧	١٧
		١٨			١٧			١٨			١٧			١٧
٢٣٩٦	٣٧٩٤٩		٢٤٢١	٣٨٣٩٩		٢٤٤٦	٣٨٨٤٦		٢٤٧١	٣٩٢٨٧		٢٤٩٦	٣٩٧٢٤	
٢٣٩٧	٣٧٩٦٧	١٨	٢٤٢٢	٣٨٤١٧	١٨	٢٤٤٧	٣٨٨٦٣	١٧	٢٤٧٢	٣٩٣٠٥	١٨	٢٤٩٧	٣٩٧٤٢	١٨
٢٣٩٨	٣٧٩٨٥	١٨	٢٤٢٣	٣٨٤٣٥	١٨	٢٤٤٨	٣٨٨٨١	١٨	٢٤٧٣	٣٩٣٢٢	١٧	٢٤٩٨	٣٩٧٥٩	١٧
٢٣٩٩	٣٨٠٠٣	١٨	٢٤٢٤	٣٨٤٥٣	١٨	٢٤٤٩	٣٨٨٩٩	١٨	٢٤٧٤	٣٩٣٤٠	١٨	٢٤٩٩	٣٩٧٧٧	١٨
٢٤٠٠	٣٨٠٢١	١٨	٢٤٢٥	٣٨٤٧١	١٨	٢٤٥٠	٣٨٩١٧	١٨	٢٤٧٥	٣٩٣٥٨	١٨	٢٥٠٠	٣٩٧٩٤	١٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		١٧			١٧			١٧			١٧			١٧
٢٥٠١	٣٩٨١١		٢٥٢٦	٤٠٢٤٣		٢٥٥١	٤٠٦٧١		٢٥٧٦	٤١٠٩٥		٢٦٠١	٤١٥١٤	
٢٥٠٢	٣٩٨٢٩	١٨	٢٥٢٧	٤٠٢٦١	١٨	٢٥٥٢	٤٠٦٨٨	١٧	٢٥٧٧	٤١١١١	١٦	٢٦٠٢	٤١٥٣١	١٧
٢٥٠٣	٣٩٨٤٦	١٧	٢٥٢٨	٤٠٢٧٨	١٧	٢٥٥٣	٤٠٧٠٥	١٧	٢٥٧٨	٤١١٢٨	١٧	٢٦٠٣	٤١٥٤٧	١٦
٢٥٠٤	٣٩٨٦٣	١٧	٢٥٢٩	٤٠٢٩٥	١٧	٢٥٥٤	٤٠٧٢٢	١٧	٢٥٧٩	٤١١٤٥	١٧	٢٦٠٤	٤١٥٦٤	١٧
٢٥٠٥	٣٩٨٨١	١٨	٢٥٣٠	٤٠٣١٢	١٧	٢٥٥٥	٤٠٧٣٩	١٧	٢٥٨٠	٤١١٦٢	١٧	٢٦٠٥	٤١٥٨١	١٧
		١٧			١٧			١٧			١٧			١٦
٢٥٠٦	٣٩٨٩٨		٢٥٣١	٤٠٣٢٩		٢٥٥٦	٤٠٧٥٦		٢٥٨١	٤١١٧٩		٢٦٠٦	٤١٥٩٧	
٢٥٠٧	٣٩٩١٥	١٧	٢٥٣٢	٤٠٣٤٦	١٧	٢٥٥٧	٤٠٧٧٣	١٧	٢٥٨٢	٤١١٩٦	١٧	٢٦٠٧	٤١٦١٤	١٧
٢٥٠٨	٣٩٩٣٣	١٨	٢٥٣٣	٤٠٣٦٤	١٨	٢٥٥٨	٤٠٧٩٠	١٧	٢٥٨٣	٤١٢١٢	١٦	٢٦٠٨	٤١٦٣١	١٧
٢٥٠٩	٣٩٩٥٠	١٧	٢٥٣٤	٤٠٣٨١	١٧	٢٥٥٩	٤٠٨٠٧	١٧	٢٥٨٤	٤١٢٢٩	١٧	٢٦٠٩	٤١٦٤٧	١٦
٢٥١٠	٣٩٩٦٧	١٧	٢٥٣٥	٤٠٣٩٨	١٧	٢٥٦٠	٤٠٨٢٤	١٧	٢٥٨٥	٤١٢٤٦	١٧	٢٦١٠	٤١٦٦٤	١٧
		١٨			١٧			١٧			١٧			١٧
٢٥١١	٣٩٩٨٥		٢٥٣٦	٤٠٤١٥		٢٥٦١	٤٠٨٤١		٢٥٨٦	٤١٢٦٣		٢٦١١	٤١٦٨١	
٢٥١٢	٤٠٠٠٢	١٧	٢٥٣٧	٤٠٤٣٢	١٧	٢٥٦٢	٤٠٨٥٨	١٧	٢٥٨٧	٤١٢٨٠	١٧	٢٦١٢	٤١٦٩٧	١٦
٢٥١٣	٤٠٠١٩	١٧	٢٥٣٨	٤٠٤٤٩	١٧	٢٥٦٣	٤٠٨٧٥	١٧	٢٥٨٨	٤١٢٩٦	١٦	٢٦١٣	٤١٧١٤	١٧
٢٥١٤	٤٠٠٣٧	١٨	٢٥٣٩	٤٠٤٦٩	١٧	٢٥٦٤	٤٠٨٩٢	١٧	٢٥٨٩	٤١٣١٣	١٧	٢٦١٤	٤١٧٣١	١٧
٢٥١٥	٤٠٠٥٤	١٧	٢٥٤٠	٤٠٤٨٣	١٧	٢٥٦٥	٤٠٩٠٩	١٧	٢٥٩٠	٤١٣٣٠	١٧	٢٦١٥	٤١٧٤٧	١٦
		١٧			١٧			١٧			١٧			١٧
٢٥١٦	٤٠٠٧١		٢٥٤١	٤٠٥٠٠		٢٥٦٦	٤٠٩٢٦		٢٥٩١	٤١٣٤٧		٢٦١٦	٤١٧٦٤	
٢٥١٧	٤٠٠٨٨	١٧	٢٥٤٢	٤٠٥١٨	١٨	٢٥٦٧	٤٠٩٤٣	١٧	٢٥٩٢	٤١٣٦٣	١٦	٢٦١٧	٤١٧٨٠	١٦
٢٥١٨	٤٠١٠٦	١٨	٢٥٤٣	٤٠٥٣٥	١٧	٢٥٦٨	٤٠٩٦٠	١٧	٢٥٩٣	٤١٣٨٠	١٧	٢٦١٨	٤١٧٩٧	١٧
٢٥١٩	٤٠١٢٣	١٧	٢٥٤٤	٤٠٥٥٢	١٧	٢٥٦٩	٤٠٩٧٦	١٦	٢٥٩٤	٤١٣٩٧	١٧	٢٦١٩	٤١٨١٤	١٧
٢٥٢٠	٤٠١٤٠	١٧	٢٥٤٥	٤٠٥٦٩	١٧	٢٥٧٠	٤٠٩٩٣	١٧	٢٥٩٥	٤١٤١٤	١٧	٢٦٢٠	٤١٨٣٠	١٦
		١٧			١٧			١٧			١٦			١٧
٢٥٢١	٤٠١٥٧		٢٥٤٦	٤٠٥٨٦		٢٥٧١	٤١٠١٠		٢٥٩٦	٤١٤٣٠		٢٦٢١	٤١٨٤٧	
٢٥٢٢	٤٠١٧٥	١٨	٢٥٤٧	٤٠٦٠٣	١٧	٢٥٧٢	٤١٠٢٧	١٧	٢٥٩٧	٤١٤٤٧	١٧	٢٦٢٢	٤١٨٦٣	١٦
٢٥٢٣	٤٠١٩٢	١٧	٢٥٤٨	٤٠٦٢٠	١٧	٢٥٧٣	٤١٠٤٤	١٧	٢٥٩٨	٤١٤٦٤	١٧	٢٦٢٣	٤١٨٨٠	١٧
٢٥٢٤	٤٠٢٠٩	١٧	٢٥٤٩	٤٠٦٣٧	١٧	٢٥٧٤	٤١٠٦١	١٧	٢٥٩٩	٤١٤٨١	١٧	٢٦٢٤	٤١٨٩٦	١٦
٢٥٢٥	٤٠٢٢٦	١٧	٢٥٥٠	٤٠٦٥٤	١٧	٢٥٧٥	٤١٠٧٨	١٧	٢٦٠٠	٤١٤٩٧	١٦	٢٦٢٥	٤١٩١٣	١٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢٦٢٦	٤١٩٢٩	١٦	٢٦٥١	٤٢٣٤١	١٦	٢٦٧٦	٤٢٧٤٩	١٧	٢٧٠١	٤٣١٥٢	١٦	٢٧٢٦	٤٣٥٥٣	١٦
٢٦٢٧	٤١٩٤٦	١٧	٢٦٥٢	٤٢٣٥٧	١٦	٢٦٧٧	٤٢٧٦٥	١٦	٢٧٠٢	٤٣١٦٩	١٧	٢٧٢٧	٤٣٥٦٩	١٦
٢٦٢٨	٤١٩٦٣	١٧	٢٦٥٣	٤٢٣٧٤	١٧	٢٦٧٨	٤٢٧٨١	١٦	٢٧٠٣	٤٣١٨٥	١٦	٢٧٢٨	٤٣٥٨٤	١٥
٢٦٢٩	٤١٩٧٩	١٦	٢٦٥٤	٤٢٣٩٠	١٦	٢٦٧٩	٤٢٧٩٧	١٦	٢٧٠٤	٤٣٢٠١	١٦	٢٧٢٩	٤٣٦٠٠	١٦
٢٦٣٠	٤١٩٩٦	١٧	٢٦٥٥	٤٢٤٠٦	١٦	٢٦٨٠	٤٢٨١٣	١٦	٢٧٠٥	٤٣٢١٧	١٦	٢٧٣٠	٤٣٦١٦	١٦
٢٦٣١	٤٢٠١٢	١٦	٢٦٥٦	٤٢٤٢٣	١٧	٢٦٨١	٤٢٨٣٠	١٧	٢٧٠٦	٤٣٢٣٣	١٦	٢٧٣١	٤٣٦٣٢	١٦
٢٦٣٢	٤٢٠٢٩	١٧	٢٦٥٧	٤٢٤٣٩	١٦	٢٦٨٢	٤٢٨٤٦	١٦	٢٧٠٧	٤٣٢٤٩	١٦	٢٧٣٢	٤٣٦٤٨	١٦
٢٦٣٣	٤٢٠٤٥	١٦	٢٦٥٨	٤٢٤٥٥	١٦	٢٦٨٣	٤٢٨٦٢	١٦	٢٧٠٨	٤٣٢٦٥	١٦	٢٧٣٣	٤٣٦٦٤	١٦
٢٦٣٤	٤٢٠٦٢	١٧	٢٦٥٩	٤٢٤٧٢	١٧	٢٦٨٤	٤٢٨٧٨	١٦	٢٧٠٩	٤٣٢٣٤	١٦	٢٧٣٤	٤٣٦٨٠	١٦
٢٦٣٥	٤٢٠٧٨	١٦	٢٦٦٠	٤٢٤٨٨	١٦	٢٦٨٥	٤٢٨٩٤	١٦	٢٧١٠	٤٣٢٩٧	١٦	٢٧٣٥	٤٣٦٩٦	١٦
٢٦٣٦	٤٢٠٩٥	١٧	٢٦٦١	٤٢٥٠٤	١٦	٢٦٨٦	٤٢٩١١	١٧	٢٧١١	٤٣٣١٣	١٦	٢٧٣٦	٤٣٧١٢	١٦
٢٦٣٧	٤٢١١١	١٦	٢٦٦٢	٤٢٥٢١	١٧	٢٦٨٧	٤٢٩٢٧	١٦	٢٧١٢	٤٣٣٢٩	١٦	٢٧٣٧	٤٣٧٢٧	١٥
٢٦٣٨	٤٢١٢٧	١٦	٢٦٦٣	٤٢٥٣٧	١٦	٢٦٨٨	٤٢٩٤٣	١٦	٢٧١٣	٤٣٣٤٥	١٦	٢٧٣٨	٤٣٧٤٣	١٦
٢٦٣٩	٤٢١٤٤	١٧	٢٦٦٤	٤٢٥٥٣	١٦	٢٦٨٩	٤٢٩٥٩	١٦	٢٧١٤	٤٣٣٦١	١٦	٢٧٣٩	٤٣٧٥٩	١٦
٢٦٤٠	٤٢١٦٠	١٦	٢٦٦٥	٤٢٥٧٠	١٧	٢٦٩٠	٤٢٩٧٥	١٦	٢٧١٥	٤٣٣٧٧	١٦	٢٧٤٠	٤٣٧٧٥	١٦
٢٦٤١	٤٢١٧٧	١٧	٢٦٦٦	٤٢٥٨٦	١٦	٢٦٩١	٤٢٩٩١	١٦	٢٧١٦	٤٣٣٩٣	١٦	٢٧٤١	٤٣٧٩١	١٦
٢٦٤٢	٤٢١٩٣	١٦	٢٦٦٧	٤٢٦٠٢	١٦	٢٦٩٢	٤٣٠٠٨	١٧	٢٧١٧	٤٣٤٠٩	١٦	٢٧٤٢	٤٣٨٠٧	١٦
٢٦٤٣	٤٢٢١٠	١٧	٢٦٦٨	٤٢٦١٩	١٧	٢٦٩٣	٤٣٠٢٤	١٦	٢٧١٨	٤٣٤٢٥	١٦	٢٧٤٣	٤٣٨٢٣	١٦
٢٦٤٤	٤٢٢٢٦	١٦	٢٦٦٩	٤٢٦٣٥	١٦	٢٦٩٤	٤٣٠٤٠	١٦	٢٧١٩	٤٣٤٤١	١٦	٢٧٤٤	٤٣٨٣٨	١٥
٢٦٤٥	٤٢٢٤٢	١٧	٢٦٧٠	٤٢٦٥١	١٦	٢٦٩٥	٤٣٠٥٦	١٦	٢٧٢٠	٤٣٤٥٧	١٦	٢٧٤٥	٤٣٨٥٤	١٦
٢٦٤٦	٤٢٢٥٩	١٦	٢٦٧١	٤٢٦٦٧	١٦	٢٦٩٦	٤٣٠٧٢	١٦	٢٧٢١	٤٣٤٧٣	١٦	٢٧٤٦	٤٣٨٧٠	١٦
٢٦٤٧	٤٢٢٧٥	١٦	٢٦٧٢	٤٢٦٨٤	١٧	٢٦٩٧	٤٣٠٨٨	١٦	٢٧٢٢	٤٣٤٨٩	١٦	٢٧٤٧	٤٣٨٨٦	١٦
٢٦٤٨	٤٢٢٩٢	١٧	٢٦٧٣	٤٢٧٠٠	١٦	٢٦٩٨	٤٣١٠٤	١٦	٢٧٢٣	٤٣٥٠٥	١٦	٢٧٤٨	٤٣٩٠٢	١٦
٢٦٤٩	٤٢٣٠٨	١٦	٢٦٧٤	٤٢٧١٦	١٦	٢٦٩٩	٤٣١٢٠	١٦	٢٧٢٤	٤٣٥٢١	١٦	٢٧٤٩	٤٣٩١٧	١٥
٢٦٥٠	٤٢٣٢٥	١٧	٢٦٧٥	٤٢٧٣٢	١٦	٢٧٠٠	٤٣١٣٦	١٦	٢٧٢٥	٤٣٥٣٧	١٦	٢٧٥٠	٤٣٩٣٣	١٦

ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد
١٦			١٥			١٥			١٦			١٦		
	٤٥٥٠٠	٢٨٥١		٤٥١١٧	٢٨٢٦		٤٤٧٣١	٢٨٠١		٤٤٣٤٢	٢٧٧٦		٤٣٩٤٩	٢٧٥١
١٥	٤٥٥١٥	٢٨٥٢	١٦	٤٥١٣٣	٢٨٢٧	١٦	٤٤٧٤٧	٢٨٠٢	١٦	٤٤٣٥٨	٢٧٧٧	١٦	٤٣٩٦٥	٢٧٥٢
١٥	٤٥٥٣٠	٢٨٥٣	١٥	٤٥١٤٨	٢٨٢٨	١٥	٤٤٧٦٢	٢٨٠٣	١٥	٤٤٣٧٣	٢٧٧٨	١٦	٤٣٩٨١	٢٧٥٣
١٥	٤٥٥٤٥	٢٨٥٤	١٥	٤٥١٦٣	٢٨٢٩	١٦	٤٤٧٧٨	٢٨٠٤	١٦	٤٤٣٨٩	٢٧٧٩	١٥	٤٣٩٩٦	٢٧٥٤
١٦	٤٥٥٦١	٢٨٥٥	١٦	٤٥١٧٩	٢٨٣٠	١٥	٤٤٧٩٣	٢٨٠٥	١٥	٤٤٤٠٤	٢٧٨٠	١٦	٤٤٠١٢	٢٧٥٥
١٥			١٥			١٦			١٦			١٦		
	٤٥٥٧٦	٢٨٥٦		٤٥١٩٤	٢٨٣١		٤٤٨٠٩	٢٨٠٦		٤٤٤٢٠	٢٧٨١		٤٤٠٢٨	٢٧٥٦
١٥	٤٥٥٩١	٢٨٥٧	١٥	٤٥٢٠٩	٢٨٣٢	١٥	٤٤٨٢٤	٢٨٠٧	١٦	٤٤٤٣٦	٢٧٨٢	١٦	٤٤٠٤٤	٢٧٥٧
١٥	٤٥٦٠٦	٢٨٥٨	١٦	٤٥٢٢٥	٢٨٣٣	١٦	٤٤٨٤٠	٢٨٠٨	١٥	٤٤٤٥١	٢٧٨٣	١٥	٤٤٠٥٩	٢٧٥٨
١٥	٤٥٦٢١	٢٨٥٩	١٥	٤٥٢٤٠	٢٨٣٤	١٥	٤٤٨٥٥	٢٨٠٩	١٦	٤٤٤٦٧	٢٧٨٤	١٦	٤٤٠٧٥	٢٧٥٩
١٦	٤٥٦٣٧	٢٨٦٠	١٥	٤٥٢٥٥	٢٨٣٥	١٦	٤٤٨٧١	٢٨١٠	١٦	٤٤٤٨٣	٢٧٨٥	١٦	٤٤٠٩١	٢٧٦٠
١٥			١٦			١٥			١٥			١٦		
	٤٥٦٥٢	٢٨٦١		٤٥٢٧١	٢٨٣٦		٤٤٨٨٦	٢٨١١		٤٤٤٩٨	٢٧٨٦		٤٤١٠٧	٢٧٦١
١٥	٤٥٦٦٧	٢٨٦٢	١٥	٤٥٢٨٦	٢٨٣٧	١٦	٤٤٩٠٢	٢٨١٢	١٦	٤٤٥١٤	٢٧٨٧	١٥	٤٤١٢٢	٢٧٦٢
١٥	٤٥٦٨٢	٢٨٦٣	١٥	٤٥٣٠١	٢٨٣٨	١٥	٤٤٩١٧	٢٨١٣	١٥	٤٤٥٢٩	٢٧٨٨	١٦	٤٤١٣٨	٢٧٦٣
١٥	٤٥٦٩٧	٢٨٦٤	١٦	٤٥٣١٧	٢٨٣٩	١٥	٤٤٩٣٢	٢٨١٤	١٦	٤٤٥٤٥	٢٧٨٩	١٦	٤٤١٥٤	٢٧٦٤
١٥	٤٥٧١٢	٢٨٦٥	١٥	٤٥٣٣٢	٢٨٤٠	١٦	٤٤٩٤٨	٢٨١٥	١٥	٤٤٥٦٠	٢٧٩٠	١٦	٤٤١٧٠	٢٧٦٥
١٦			١٥			١٥			١٦			١٥		
	٤٥٧٢٨	٢٨٦٦		٤٥٣٤٧	٢٨٤١		٤٤٩٦٣	٢٨١٦		٤٤٥٧٦	٢٧٩١		٤٤١٨٥	٢٧٦٦
١٥	٤٥٧٤٣	٢٨٦٧	١٥	٤٥٣٦٢	٢٨٤٢	١٦	٤٤٩٧٩	٢٨١٧	١٦	٤٤٥٩٢	٢٧٩٢	١٦	٤٤٢٠١	٢٧٦٧
١٥	٤٥٧٥٨	٢٨٦٨	١٦	٤٥٣٧٨	٢٨٤٣	١٥	٤٤٩٩٤	٢٨١٨	١٥	٤٤٦٠٧	٢٧٩٣	١٦	٤٤٢١٧	٢٧٦٨
١٥	٤٥٧٧٣	٢٨٦٩	١٥	٤٥٣٩٣	٢٨٤٤	١٦	٤٥٠١٠	٢٨١٩	١٦	٤٤٦٢٣	٢٧٩٤	١٥	٤٤٢٣٢	٢٧٦٩
١٥	٤٥٧٨٨	٢٨٧٠	١٥	٤٥٤٠٨	٢٨٤٥	١٥	٤٥٠٢٥	٢٨٢٠	١٥	٤٤٦٣٨	٢٧٩٥	١٦	٤٤٢٤٨	٢٧٧٠
١٥			١٥			١٥			١٦			١٦		
	٤٥٨٠٣	٢٨٧١		٤٥٤٢٣	٢٨٤٦		٤٥٠٤٠	٢٨٢١		٤٤٦٥٤	٢٧٩٦		٤٤٢٦٤	٢٧٧١
١٥	٤٥٨١٨	٢٨٧٢	١٦	٤٥٤٣٩	٢٨٤٧	١٦	٤٥٠٥٦	٢٨٢٢	١٥	٤٤٦٦٩	٢٧٩٧	١٥	٤٤٢٧٩	٢٧٧٢
١٦	٤٥٨٣٤	٢٨٧٣	١٥	٤٥٤٥٤	٢٨٤٨	١٥	٤٥٠٧١	٢٨٢٣	١٦	٤٤٦٨٥	٢٧٩٨	١٦	٤٤٢٩٥	٢٧٧٣
١٥	٤٥٨٤٩	٢٨٧٤	١٥	٤٥٤٦٩	٢٨٤٩	١٥	٤٥٠٨٦	٢٨٢٤	١٥	٤٤٧٠٠	٢٧٩٩	١٦	٤٤٣١١	٢٧٧٤
١٥	٤٥٨٦٤	٢٨٧٥	١٥	٤٥٤٨٤	٢٨٥٠	١٦	٤٥١٠٢	٢٨٢٥	١٦	٤٤٧١٦	٢٨٠٠	١٥	٤٤٣٢٦	٢٧٧٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٢٨٧٦	٤٥٨٧٩	١٥	٢٩٠١	٤٦٢٥٥	١٥	٢٩٢٦	٤٦٦٢٧	١٤	٢٩٥١	٤٦٩٩٧	١٥	٢٩٧٦	٤٧٣٦٣	١٤
٢٨٧٧	٤٥٨٩٤	١٥	٢٩٠٢	٤٦٢٧٠	١٥	٢٩٢٧	٤٦٦٤٢	١٥	٢٩٥٢	٤٧٠١٢	١٥	٢٩٧٧	٤٧٣٧٨	١٥
٢٨٧٨	٤٥٩٠٩	١٥	٢٩٠٣	٤٦٢٨٥	١٥	٢٩٢٨	٤٦٦٥٧	١٥	٢٩٥٣	٤٧٠٢٦	١٤	٢٩٧٨	٤٧٣٩٢	١٤
٢٨٧٩	٤٥٩٢٤	١٥	٢٩٠٤	٤٦٣٠٠	١٥	٢٩٢٩	٤٦٦٧٢	١٥	٢٩٥٤	٤٧٠٤١	١٥	٢٩٧٩	٤٧٤٠٧	١٥
٢٨٨٠	٤٥٩٣٩	١٥	٢٩٠٥	٤٦٣١٥	١٥	٢٩٣٠	٤٦٦٨٧	١٥	٢٩٥٥	٤٧٠٥٦	١٥	٢٩٨٠	٤٧٤٢٢	١٥
٢٨٨١	٤٥٩٥٤	١٥	٢٩٠٦	٤٦٣٣٠	١٥	٢٩٣١	٤٦٧٠٢	١٥	٢٩٥٦	٤٧٠٧٠	١٤	٢٩٨١	٤٧٤٣٦	١٤
٢٨٨٢	٤٥٩٦٩	١٥	٢٩٠٧	٤٦٣٤٥	١٥	٢٩٣٢	٤٦٧١٦	١٤	٢٩٥٧	٤٧٠٨٥	١٥	٢٩٨٢	٤٧٤٥١	١٥
٢٨٨٣	٤٥٩٨٤	١٥	٢٩٠٨	٤٦٣٥٩	١٤	٢٩٣٣	٤٦٧٣١	١٥	٢٩٥٨	٤٧١٠٠	١٥	٢٩٨٣	٤٧٤٦٥	١٤
٢٨٨٤	٤٦٠٠٠	١٦	٢٩٠٩	٤٦٣٧٤	١٥	٢٩٣٤	٤٦٧٤٦	١٥	٢٩٥٩	٤٧١١٤	١٤	٢٩٨٤	٤٧٤٨٠	١٥
٢٨٨٥	٤٦٠١٥	١٥	٢٩١٠	٤٦٣٨٩	١٥	٢٩٣٥	٤٦٧٦١	١٥	٢٩٦٠	٤٧١٢٩	١٥	٢٩٨٥	٤٧٤٩٤	١٤
٢٨٨٦	٤٦٠٣٠	١٥	٢٩١١	٤٦٤٠٤	١٥	٢٩٣٦	٤٦٧٧٦	١٥	٢٩٦١	٤٧١٤٤	١٥	٢٩٨٦	٤٧٥٠٩	١٥
٢٨٨٧	٤٦٠٤٥	١٥	٢٩١٢	٤٦٤١٩	١٥	٢٩٣٧	٤٦٧٩٠	١٤	٢٩٦٢	٤٧١٥٩	١٥	٢٩٨٧	٤٧٥٢٤	١٥
٢٨٨٨	٤٦٠٦٠	١٥	٢٩١٣	٤٦٤٣٤	١٥	٢٩٣٨	٤٦٨٠٥	١٥	٢٩٦٣	٤٧١٧٣	١٤	٢٩٨٨	٤٧٥٣٨	١٤
٢٨٨٩	٤٦٠٧٥	١٥	٢٩١٤	٤٦٤٤٩	١٥	٢٩٣٩	٤٦٨٢٠	١٥	٢٩٦٤	٤٧١٨٨	١٥	٢٩٨٩	٤٧٥٥٣	١٥
٢٨٩٠	٤٦٠٩٠	١٥	٢٩١٥	٤٦٤٦٤	١٥	٢٩٤٠	٤٦٨٣٥	١٥	٢٩٦٥	٤٧٢٠٢	١٤	٢٩٩٠	٤٧٥٦٧	١٤
٢٨٩١	٤٦١٠٥	١٥	٢٩١٦	٤٦٤٧٩	١٥	٢٩٤١	٤٦٨٥٠	١٥	٢٩٦٦	٤٧٢١٧	١٥	٢٩٩١	٤٧٥٨٢	١٥
٢٨٩٢	٤٦١٢٠	١٥	٢٩١٧	٤٦٤٩٤	١٥	٢٩٤٢	٤٦٨٦٤	١٤	٢٩٦٧	٤٧٢٣٢	١٥	٢٩٩٢	٤٧٥٩٦	١٤
٢٨٩٣	٤٦١٣٥	١٥	٢٩١٨	٤٦٥٠٩	١٥	٢٩٤٣	٤٦٨٧٩	١٥	٢٩٦٨	٤٧٢٤٦	١٤	٢٩٩٣	٤٧٦١١	١٥
٢٨٩٤	٤٦١٥٠	١٥	٢٩١٩	٤٦٥٢٣	١٤	٢٩٤٤	٤٦٨٩٤	١٥	٢٩٦٩	٤٧٢٦١	١٥	٢٩٩٤	٤٧٦٢٥	١٤
٢٨٩٥	٤٦١٦٥	١٥	٢٩٢٠	٤٦٥٣٨	١٥	٢٩٤٥	٤٦٩٠٩	١٥	٢٩٧٠	٤٧٢٧٦	١٥	٢٩٩٥	٤٧٦٤٠	١٥
٢٨٩٦	٤٦١٨٠	١٥	٢٩٢١	٤٦٥٥٣	١٥	٢٩٤٦	٤٦٩٢٣	١٤	٢٩٧١	٤٧٢٩٠	١٤	٢٩٩٦	٤٧٦٥٤	١٤
٢٨٩٧	٤٦١٩٥	١٥	٢٩٢٢	٤٦٥٦٨	١٥	٢٩٤٧	٤٦٩٣٨	١٥	٢٩٧٢	٤٧٣٠٥	١٥	٢٩٩٧	٤٧٦٦٩	١٥
٢٨٩٨	٤٦٢١٠	١٥	٢٩٢٣	٤٦٥٨٣	١٥	٢٩٤٨	٤٦٩٥٣	١٥	٢٩٧٣	٤٧٣١٩	١٤	٢٩٩٨	٤٧٦٨٣	١٤
٢٨٩٩	٤٦٢٢٥	١٥	٢٩٢٤	٤٦٥٩٨	١٥	٢٩٤٩	٤٦٩٦٧	١٤	٢٩٧٤	٤٧٣٣٤	١٥	٢٩٩٩	٤٧٦٩٨	١٥
٢٩٠٠	٤٦٢٤٠	١٥	٢٩٢٥	٤٦٦١٣	١٥	٢٩٥٠	٤٦٩٨٢	١٥	٢٩٧٥	٤٧٣٤٩	١٥	٣٠٠٠	٤٧٧١٢	١٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٠٠١	٤٧٧٢٧	١٥	٣٠٢٦	٤٨٠٨٧	١٤	٣٠٥١	٤٨٤٤٤	١٤	٣٠٧٦	٤٨٧٩٩	١٤	٣١٠١	٤٩١٥٠	١٤
٣٠٠٢	٤٧٧٤١	١٤	٣٠٢٧	٤٨١٠١	١٤	٣٠٥٢	٤٨٤٥٨	١٤	٣٠٧٧	٤٨٨١٣	١٤	٣١٠٢	٤٩١٦٤	١٤
٣٠٠٣	٤٧٧٥٦	١٥	٣٠٢٨	٤٨١١٦	١٥	٣٠٥٣	٤٨٤٧٣	١٥	٣٠٧٨	٤٨٨٢٧	١٤	٣١٠٣	٤٩١٧٨	١٤
٣٠٠٤	٤٧٧٧٠	١٤	٣٠٢٩	٤٨١٣٠	١٤	٣٠٥٤	٤٨٤٨٧	١٤	٣٠٧٩	٤٨٨٤١	١٤	٣١٠٤	٤٩١٩٢	١٤
٣٠٠٥	٤٧٧٨٤	١٤	٣٠٣٠	٤٨١٤٤	١٤	٣٠٥٥	٤٨٥٠١	١٤	٣٠٨٠	٤٨٨٥٥	١٤	٣١٠٥	٤٩٢٠٦	١٤
٣٠٠٦	٤٧٧٩٩	١٥	٣٠٣١	٤٨١٥٩	١٥	٣٠٥٦	٤٨٥١٥	١٤	٣٠٨١	٤٨٨٦٩	١٤	٣١٠٦	٤٩٢٢٠	١٤
٣٠٠٧	٤٧٨١٣	١٤	٣٠٣٢	٤٨١٧٣	١٤	٣٠٥٧	٤٨٥٣٠	١٥	٣٠٨٢	٤٨٨٨٣	١٤	٣١٠٧	٤٩٢٣٤	١٤
٣٠٠٨	٤٧٨٢٨	١٥	٣٠٣٣	٤٨١٨٧	١٤	٣٠٥٨	٤٨٥٤٤	١٤	٣٠٨٣	٤٨٨٩٧	١٤	٣١٠٨	٤٩٢٤٨	١٤
٣٠٠٩	٤٧٨٤٢	١٤	٣٠٣٤	٤٨٢٠٢	١٥	٣٠٥٩	٤٨٥٥٨	١٤	٣٠٨٤	٤٨٩١١	١٤	٣١٠٩	٤٩٢٦٢	١٤
٣٠١٠	٤٧٨٥٧	١٥	٣٠٣٥	٤٨٢١٦	١٤	٣٠٦٠	٤٨٥٧٢	١٤	٣٠٨٥	٤٨٩٢٦	١٥	٣١١٠	٤٩٢٧٦	١٤
٣٠١١	٤٧٨٧١	١٤	٣٠٣٦	٤٨٢٣٠	١٤	٣٠٦١	٤٨٥٨٦	١٤	٣٠٨٦	٤٨٩٤٠	١٤	٣١١١	٤٩٢٩٠	١٤
٣٠١٢	٤٧٨٨٥	١٤	٣٠٣٧	٤٨٢٤٤	١٤	٣٠٦٢	٤٨٦٠١	١٥	٣٠٨٧	٤٨٩٥٤	١٤	٣١١٢	٤٩٣٠٤	١٤
٣٠١٣	٤٧٩٠٠	١٥	٣٠٣٨	٤٨٢٥٩	١٥	٣٠٦٣	٤٨٦١٥	١٤	٣٠٨٨	٤٨٩٦٨	١٤	٣١١٣	٤٩٣١٨	١٤
٣٠١٤	٤٧٩١٤	١٤	٣٠٣٩	٤٨٢٧٣	١٤	٣٠٦٤	٤٨٦٢٩	١٤	٣٠٨٩	٤٨٩٨٢	١٤	٣١١٤	٤٩٣٣٢	١٤
٣٠١٥	٤٧٩٢٩	١٥	٣٠٤٠	٤٨٢٨٧	١٤	٣٠٦٥	٤٨٦٤٣	١٤	٣٠٩٠	٤٨٩٩٦	١٤	٢١١٥	٤٩٣٤٦	١٤
٣٠١٦	٤٧٩٤٣	١٤	٣٠٤١	٤٨٣٠٢	١٥	٣٠٦٦	٤٨٦٥٧	١٤	٣٠٩١	٤٩٠١٠	١٤	٣١١٦	٤٩٣٦٠	١٤
٣٠١٧	٤٧٩٥٨	١٥	٣٠٤٢	٤٨٣١٦	١٤	٣٠٦٧	٤٨٦٧١	١٤	٣٠٩١	٤٩٠٢٤	١٤	٣١١٧	٤٩٣٧٤	١٤
٣٠١٨	٤٧٩٧٢	١٤	٣٠٤٣	٤٨٣٣٠	١٤	٣٠٦٨	٤٨٦٨٦	١٥	٣٠٩٣	٤٩٠٣٨	١٤	٣١١٨	٤٩٣٨٨	١٤
٣٠١٩	٤٧٩٨٦	١٤	٣٠٤٤	٤٨٣٤٤	١٤	٣٠٦٩	٤٨٧٠٠	١٤	٣٠٩٤	٤٩٠٥٢	١٤	٣١١٩	٤٩٤٠٢	١٤
٣٠٢٠	٤٨٠٠١	١٥	٣٠٤٥	٤٨٣٥٩	١٥	٣٠٧٠	٤٨٧١٤	١٤	٣٠٩٥	٤٩٠٦٦	١٤	٣١٢٠	٤٩٤١٥	١٣
٣٠٢١	٤٨٠١٥	١٤	٣٠٤٦	٤٨٣٧٣	١٤	٣٠٧١	٤٨٧٢٨	١٤	٣٠٩٦	٤٩٠٨٠	١٤	٣١٢١	٤٩٤٢٩	١٤
٣٠٢٢	٤٨٠٢٩	١٤	٣٠٤٧	٤٨٣٨٧	١٤	٣٠٧٢	٤٨٧٤٢	١٤	٣٠٩٧	٤٩٠٩٤	١٤	٣١٢٢	٤٩٤٤٣	١٤
٣٠٢٣	٤٨٠٤٤	١٥	٣٠٤٨	٤٨٤٠١	١٤	٣٠٧٣	٤٨٧٥٦	١٤	٣٠٩٨	٤٩١٠٨	١٤	٣١٢٣	٤٩٤٥٧	١٤
٣٠٢٤	٤٨٠٥٨	١٤	٣٠٤٩	٤٨٤١٦	١٥	٣٠٧٤	٤٨٧٧٠	١٤	٣٠٩٩	٤٩١٢٢	١٤	٣١٢٤	٤٩٤٧١	١٤
٣٠٢٥	٤٨٠٧٣	١٥	٣٠٥٠	٤٨٤٣٠	١٤	٣٠٧٥	٤٨٧٨٥	١٥	٣١٠٠	٤٩١٣٦	١٤	٣١٢٥	٤٩٤٨٥	١٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		١٤			١٤			١٤			١٤			١٣
٣١٢٦	٤٩٤٩٩	١٤	٣١٥١	٤٩٨٤٥	١٤	٣١٧٦	٥٠١٨٨	١٤	٣٢٠١	٥٠٥٢٩	١٣	٣٢٢٦	٥٠٨٦٦	١٤
٣١٢٧	٤٩٥١٣	١٤	٣١٥٢	٤٩٨٥٩	١٣	٣١٧٧	٥٠٢٠٢	١٣	٣٢٠٢	٥٠٥٤٢	١٤	٣٢٢٧	٥٠٨٨٠	١٣
٣١٢٨	٤٩٥٢٧	١٤	٣١٥٣	٤٩٨٧٢	١٤	٣١٧٨	٥٠٢١٥	١٤	٣٢٠٣	٥٠٥٥٦	١٣	٣٢٢٨	٥٠٨٩٣	١٤
٣١٢٩	٤٩٥٤١	١٣	٣١٥٤	٤٩٨٨٦	١٤	٣١٧٩	٥٠٢٢٩	١٤	٣٢٠٤	٥٠٥٦٩	١٤	٣٢٢٩	٥٠٩٠٧	١٣
٣١٣٠	٤٩٥٥٤	١٤	٣١٥٥	٤٩٩٠٠	١٤	٣١٨٠	٥٠٢٤٣	١٣	٣٢٠٥	٥٠٥٨٣	١٣	٣٢٣٠	٥٠٩٢٠	١٤
٣١٣١	٤٩٥٦٨	١٤	٣١٥٦	٤٩٩١٤	١٣	٣١٨١	٥٠٢٥٦	١٤	٣٢٠٦	٥٠٥٩٦	١٤	٣٢٣١	٥٠٩٣٤	١٣
٣١٣٢	٤٩٥٨٢	١٤	٣١٥٧	٤٩٩٢٧	١٤	٣١٨٢	٥٠٢٧٠	١٤	٣٢٠٧	٥٠٦١٠	١٣	٣٢٣٢	٥٠٩٤٧	١٤
٣١٣٣	٤٩٥٩٦	١٤	٣١٥٨	٤٩٩٤١	١٤	٣١٨٣	٥٠٢٨٤	١٣	٣٢٠٨	٥٠٦٢٣	١٤	٣٢٣٣	٥٠٩٦١	١٣
٣١٣٤	٤٩٦١٠	١٤	٣١٥٩	٤٩٩٥٥	١٤	٣١٨٤	٥٠٢٩٧	١٤	٣٢٠٩	٥٠٦٣٧	١٤	٣٢٣٤	٥٠٩٧٤	١٣
٣١٣٥	٤٩٦٢٤	١٤	٣١٦٠	٤٩٩٦٩	١٣	٣١٨٥	٥٠٣١١	١٤	٣٢١٠	٥٠٦٥١	١٣	٣٢٣٥	٥٠٩٨٧	١٤
٣١٣٦	٤٩٦٣٨	١٣	٣١٦١	٤٩٩٨٢	١٤	٣١٨٦	٥٠٣٢٥	١٣	٣٢١١	٥٠٦٦٤	١٤	٣٢٣٦	٥١٠٠١	١٣
٣١٣٧	٤٩٦٥١	١٤	٣١٦٢	٤٩٩٩٦	١٤	٣١٨٧	٥٠٣٣٨	١٤	٣٢١٢	٥٠٦٧٨	١٣	٣٢٣٧	٥١٠١٤	١٤
٣١٣٨	٤٩٦٦٥	١٤	٣١٦٣	٥٠٠١٠	١٤	٣١٨٨	٥٠٣٥٢	١٣	٣٢١٣	٥٠٦٩١	١٤	٣٢٣٨	٥١٠٢٨	١٣
٣١٣٩	٤٩٦٧٩	١٤	٣١٦٤	٥٠٠٢٤	١٣	٣١٨٩	٥٠٣٦٥	١٤	٣٢١٤	٥٠٧٠٥	١٣	٣٢٣٩	٥١٠٤١	١٤
٣١٤٠	٤٩٦٩٣	١٤	٣١٦٥	٥٠٠٣٧	١٤	٣١٩٠	٥٠٣٧٩	١٤	٣٢١٥	٥٠٧١٨	١٤	٣٢٤٠	٥١٠٥٥	١٣
٣١٤١	٤٩٧٠٧	١٤	٣١٦٦	٥٠٠٥١	١٤	٣١٩١	٥٠٣٩٣	١٣	٣٢١٦	٥٠٧٣٢	١٣	٣٢٤١	٥١٠٦٨	١٣
٣١٤٢	٤٩٧٢١	١٣	٣١٦٧	٥٠٠٦٥	١٤	٣١٩٢	٥٠٤٠٦	١٤	٣٢١٧	٥٠٧٤٥	١٤	٣٢٤٢	٥١٠٨١	١٤
٣١٤٣	٤٩٧٣٤	١٤	٣١٦٨	٥٠٠٧٩	١٣	٣١٩٣	٥٠٤٢٠	١٣	٣٢١٨	٥٠٧٥٩	١٣	٣٢٤٣	٥١٠٩٥	١٣
٣١٤٤	٤٩٧٤٨	١٤	٣١٦٩	٥٠٠٩٢	١٤	٣١٩٤	٥٠٤٣٣	١٤	٣٢١٩	٥٠٧٧٢	١٤	٣٢٤٤	٥١١٠٨	١٣
٣١٤٥	٤٩٧٦٢	١٤	٣١٧٠	٥٠١٠٦	١٤	٣١٩٥	٥٠٤٤٧	١٤	٣٢٢٠	٥٠٧٨٦	١٣	٣٢٤٥	٥١١٢١	١٤
٣١٤٦	٤٩٧٧٦	١٤	٣١٧١	٥٠١٢٠	١٣	٣١٩٦	٥٠٤٦١	١٣	٣٢٢١	٥٠٧٩٩	١٤	٣٢٤٦	٥١١٣٥	١٣
٣١٤٧	٤٩٧٩٠	١٣	٣١٧٢	٥٠١٣٣	١٤	٣١٩٧	٥٠٤٧٤	١٤	٣٢٢٢	٥٠٨١٣	١٣	٣٢٤٧	٥١١٤٨	١٤
٣١٤٨	٤٩٨٠٣	١٤	٣١٧٣	٥٠١٤٧	١٤	٣١٩٨	٥٠٤٨٨	١٣	٣٢٢٣	٥٠٨٢٦	١٤	٣٢٤٨	٥١١٦٢	١٣
٣١٤٩	٤٩٨١٧	١٤	٣١٧٤	٥٠١٦١	١٣	٣١٩٩	٥٠٥٠١	١٤	٣٢٢٤	٥٠٨٤٠	١٣	٣٢٤٩	٥١١٧٥	١٣
٣١٥٠	٤٩٨٣١		٣١٧٥	٥٠١٧٤		٣٢٠٠	٥٠٥١٥		٣٢٢٥	٥٠٨٥٣		٣٢٥٠	٥١١٨٨	

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٢٥١	٥١٢٠٢	١٤	٣٢٧٦	٥١٥٣٤	١٣	٣٣٠١	٥١٨٦٥	١٤	٣٣٢٦	٥٢١٩٢	١٣	٣٣٥١	٥٢٥١٧	١٣
٣٢٥٢	٥١٢١٥	١٣	٣٢٧٧	٥١٥٤٨	١٤	٣٣٠٢	٥١٨٧٨	١٣	٣٣٢٧	٥٢٢٠٥	١٣	٣٣٥٢	٥٢٥٣٠	١٣
٣٢٥٣	٥١٢٢٨	١٣	٣٢٧٨	٥١٥٦١	١٣	٣٣٠٣	٥١٨٩١	١٣	٣٣٢٨	٥٢٢١٨	١٣	٣٣٥٣	٥٢٥٤٣	١٣
٣٢٥٤	٥١٢٤٢	١٤	٣٢٧٩	٥١٥٧٤	١٣	٣٣٠٤	٥١٩٠٤	١٣	٣٣٢٩	٥٢٢٣١	١٣	٣٣٥٤	٥٢٥٥٦	١٣
٣٢٥٥	٥١٢٥٥	١٣	٣٢٨٠	٥١٥٨٧	١٣	٣٣٠٥	٥١٩١٧	١٣	٣٣٣٠	٥٢٢٤٤	١٣	٣٣٥٥	٥٢٥٦٩	١٣
٣٢٥٦	٥١٢٦٨	١٣	٣٢٨١	٥١٦٠١	١٤	٣٣٠٦	٥١٩٣٠	١٣	٣٣٣١	٥٢٢٥٧	١٣	٣٣٥٦	٥٢٥٨٢	١٣
٣٢٥٧	٥١٢٨٢	١٤	٣٢٨٢	٥١٦١٤	١٣	٣٣٠٧	٥١٩٤٣	١٣	٣٣٣٢	٥٢٢٧٠	١٣	٣٣٥٧	٥٢٥٩٥	١٣
٣٢٥٨	٥١٢٩٥	١٣	٣٢٨٣	٥١٦٢٧	١٣	٣٣٠٨	٥١٩٥٧	١٤	٣٣٣٣	٥٢٢٨٤	١٤	٣٣٥٨	٥٢٦٠٨	١٣
٣٢٥٩	٥١٣٠٨	١٣	٣٢٨٤	٥١٦٤٠	١٣	٣٣٠٩	٥١٩٧٠	١٣	٣٣٣٤	٥٢٢٩٧	١٣	٣٣٥٩	٥٢٦٢١	١٣
٣٢٦٠	٥١٣٢٢	١٤	٣٢٨٥	٥١٦٥٤	١٤	٣٣١٠	٥١٩٨٣	١٣	٣٣٣٥	٥٢٣١٠	١٣	٣٣٦٠	٥٢٦٣٤	١٣
٣٢٦١	٥١٣٣٥	١٣	٣٢٨٦	٥١٦٦٧	١٣	٣٣١١	٥١٩٩٦	١٣	٣٣٣٦	٥٢٣٢٣	١٣	٣٣٦١	٥٢٦٤٧	١٣
٣٢٦٢	٥١٣٤٨	١٣	٣٢٨٧	٥١٦٨٠	١٣	٣٣١٢	٥٢٠٠٩	١٣	٣٣٣٧	٥٢٣٣٦	١٣	٣٣٦٢	٥٢٦٦٠	١٣
٣٢٦٣	٥١٣٦٢	١٤	٣٢٨٨	٥١٦٩٣	١٣	٣٣١٣	٥٢٠٢٢	١٣	٣٣٣٨	٥٢٣٤٩	١٣	٣٣٦٣	٥٢٦٧٢	١٣
٣٢٦٤	٥١٣٧٥	١٣	٣٢٨٩	٥١٧٠٦	١٣	٣٣١٤	٥٢٠٣٥	١٣	٣٣٣٩	٥٢٣٦٢	١٣	٣٣٦٤	٥٢٦٨٦	١٣
٣٢٦٥	٥١٣٨٨	١٣	٣٢٩٠	٥١٧٢٠	١٤	٣٣١٥	٥٢٠٤٨	١٣	٣٣٤٠	٥٢٣٧٥	١٣	٣٣٦٥	٥٢٦٩٩	١٣
٣٢٦٦	٥١٤٠٢	١٤	٣٢٩١	٥١٧٣٣	١٣	٣٣١٦	٥٢٠٦١	١٣	٣٣٤١	٥٢٣٨٨	١٣	٣٣٦٦	٥٢٧١١	١٣
٣٢٦٧	٥١٤١٥	١٣	٣٢٩٢	٥١٧٤٦	١٣	٣٣١٧	٥٢٠٧٥	١٤	٣٣٤٢	٥٢٤٠١	١٣	٣٣٦٧	٥٢٧٢٤	١٣
٣٢٦٨	٥١٤٢٨	١٣	٣٢٩٣	٥١٧٥٩	١٣	٣٣١٨	٥٢٠٨٨	١٣	٣٣٤٣	٥٢٤١٤	١٣	٣٣٦٨	٥٢٧٣٧	١٣
٣٢٦٩	٥١٤٤١	١٣	٣٢٩٤	٥١٧٧٢	١٣	٣٣١٩	٥٢١٠١	١٣	٣٣٤٤	٥٢٤٢٧	١٣	٣٣٦٩	٥٢٧٥٠	١٣
٣٢٧٠	٥١٤٥٥	١٤	٣٢٩٥	٥١٧٨٦	١٤	٣٣٢٠	٥٢١١٤	١٣	٣٣٤٥	٥٢٤٤٠	١٣	٣٣٧٠	٥٢٧٦٣	١٣
٣٢٧١	٥١٤٦٨	١٣	٣٢٩٦	٥١٧٩٩	١٣	٣٣٢١	٥٢١٢٧	١٣	٣٣٤٦	٥٢٤٥٣	١٣	٣٣٧١	٥٢٧٧٦	١٣
٣٢٧٢	٥١٤٨١	١٣	٣٢٩٧	٥١٨١٢	١٣	٣٣٢٢	٥٢١٤٠	١٣	٣٣٤٧	٥٢٤٦٦	١٣	٣٣٧٢	٥٢٧٨٩	١٣
٣٢٧٣	٥١٤٩٥	١٤	٣٢٩٨	٥١٨٢٥	١٣	٣٣٢٣	٥٢١٥٣	١٣	٣٣٤٨	٥٢٤٧٩	١٣	٣٣٧٣	٥٢٨٠٢	١٣
٣٢٧٤	٥١٥٠٨	١٣	٣٢٩٩	٥١٨٣٨	١٣	٣٣٢٤	٥٢١٦٦	١٣	٣٣٤٩	٥٢٤٩٢	١٣	٣٣٧٤	٥٢٨١٥	١٣
٣٢٧٥	٥١٥٢١	١٣	٣٣٠٠	٥١٨٥١	١٣	٣٣٢٥	٥٢١٧٩	١٣	٣٣٥٠	٥٢٥٠٤	١٣	٣٣٧٥	٥٢٨٢٧	١٣

ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد	ف	لوغا	عدد
١٣			١٢			١٣			١٣			١٣		
١٢	٥٤١٠٨	٣٤٧٦	١٣	٥٣٧٩٤	٣٤٥١	١٢	٥٣٤٧٩	٣٤٢٦	١٢	٥٣١٦١	٣٤٠١	١٣	٥٢٨٤٠	٣٣٧٦
١٣	٥٤١٢٠	٣٤٧٧	١٣	٥٣٨٠٧	٣٤٥٢	١٣	٥٣٤٩١	٣٤٢٧	١٣	٥٣١٧٣	٣٤٠٢	١٣	٥٢٨٥٣	٣٣٧٧
١٢	٥٤١٣٣	٣٤٧٨	١٢	٥٣٨٢٠	٣٤٥٣	١٣	٥٣٥٠٤	٣٤٢٨	١٣	٥٣١٨٦	٣٤٠٣	١٣	٥٢٨٦٦	٣٣٧٨
١٣	٥٤١٤٥	٣٤٧٩	١٣	٥٣٨٣٢	٣٤٥٤	١٢	٥٣٥١٧	٣٤٢٩	١٣	٥٣١٩٩	٣٤٠٤	١٣	٥٢٨٧٩	٣٣٧٩
	٥٤١٥٨	٣٤٨٠		٥٣٨٤٥	٣٤٥٥		٥٣٥٢٩	٣٤٣٠		٥٣٢١٢	٣٤٠٥		٥٢٨٩٢	٣٣٨٠
١٢			١٢			١٣			١٢			١٣		
١٣	٥٤١٧٠	٣٤٨١	١٣	٥٣٨٥٧	٣٤٥٦	١٣	٥٣٥٤٢	٣٤٣١	١٣	٥٣٢٢٤	٣٤٠٦	١٢	٥٢٩٠٥	٣٣٨١
١٢	٥٤١٨٣	٣٤٨٢	١٢	٥٣٨٧٠	٣٤٥٧	١٢	٥٣٥٥٥	٣٤٣٢	١٣	٥٣٢٣٧	٣٤٠٧	١٣	٥٢٩١٧	٣٣٨٢
١٣	٥٤١٩٥	٣٤٨٣	١٣	٥٣٨٨٢	٣٤٥٨	١٣	٥٣٥٦٧	٣٤٣٣	١٣	٥٣٢٥٠	٣٤٠٨	١٣	٥٢٩٣٠	٣٣٨٣
١٢	٥٤٢٠٨	٣٤٨٤	١٣	٥٣٨٩٥	٣٤٥٩	١٣	٥٣٥٨٠	٣٤٣٤	١٢	٥٣٢٦٣	٣٤٠٩	١٣	٥٢٩٤٣	٣٣٨٤
	٥٤٢٢٠	٣٤٨٥		٥٣٩٠٨	٣٤٦٠		٥٣٥٩٣	٣٤٣٥		٥٣٢٧٥	٣٤١٠		٥٢٩٥٦	٣٣٨٥
١٣			١٢			١٢			١٣			١٣		
١٢	٥٤٢٣٣	٣٤٨٦	١٣	٥٣٩٢٠	٣٤٦١	١٣	٥٣٦٠٥	٣٤٣٦	١٣	٥٣٢٨٨	٣٤١١	١٣	٥٢٩٦٩	٣٣٨٦
١٣	٥٤٢٤٥	٣٤٨٧	١٢	٥٣٩٣٣	٣٤٦٢	١٣	٥٣٦١٨	٣٤٣٧	١٣	٥٣٣٠١	٣٤١٢	١٢	٥٢٩٨٢	٣٣٨٧
١٢	٥٤٢٥٨	٣٤٨٨	١٣	٥٣٩٤٥	٣٤٦٣	١٢	٥٣٦٣١	٣٤٣٨	١٢	٥٣٣١٤	٣٤١٣	١٢	٥٢٩٩٥	٣٣٨٨
١٣	٥٤٢٧٠	٣٤٨٩	١٢	٥٣٩٥٨	٣٤٦٤	١٣	٥٣٦٤٣	٣٤٣٩	١٣	٥٣٣٢٦	٣٤١٤	١٣	٥٣٠٠٧	٣٣٨٩
	٥٤٢٨٣	٣٤٩٠		٥٣٩٧٠	٣٤٦٥		٥٣٦٥٦	٣٤٤٠		٥٣٣٣٩	٣٤١٥		٥٣٠٢٠	٣٣٩٠
١٢			١٣			١٢			١٣			١٣		
١٢	٥٤٢٩٥	٣٤٩١	١٢	٥٣٩٨٣	٣٤٦٦	١٣	٥٣٦٦٨	٣٤٤١	١٢	٥٣٣٥٢	٣٤١٦	١٣	٥٣٠٣٣	٣٣٩١
١٣	٥٤٣٠٧	٣٤٩٢	١٣	٥٣٩٩٥	٣٤٦٧	١٣	٥٣٦٨١	٣٤٤٢	١٣	٥٣٣٦٤	٣٤١٧	١٢	٥٣٠٤٦	٣٣٩٢
١٢	٥٤٣٢٠	٣٤٩٣	١٢	٥٤٠٠٨	٣٤٦٨	١٢	٥٣٦٩٤	٣٤٤٣	١٣	٥٣٣٧٧	٣٤١٨	١٣	٥٣٠٥٨	٣٣٩٣
١٣	٥٤٣٣٢	٣٤٩٤	١٣	٥٤٠٢٠	٣٤٦٩	١٣	٥٣٧٠٦	٣٤٤٤	١٣	٥٣٣٩٠	٣٤١٩	١٣	٥٣٠٧١	٣٣٩٤
	٥٤٣٤٥	٣٤٩٥		٥٤٠٣٣	٣٤٧٠		٥٣٧١٩	٣٤٤٥		٥٣٤٠٣	٣٤٢٠		٥٣٠٨٤	٣٣٩٥
١٢			١٢			١٣			١٢			١٣		
١٣	٥٤٣٥٧	٣٤٩٦	١٣	٥٤٠٤٥	٣٤٧١	١٢	٥٣٧٣٢	٣٤٤٦	١٣	٥٣٤١٥	٣٤٢١	١٣	٥٣٠٩٧	٣٣٩٦
١٢	٥٤٣٧٠	٣٤٩٧	١٢	٥٤٠٥٨	٣٤٧٢	١٣	٥٣٧٤٤	٣٤٤٧	١٣	٥٣٤٢٨	٣٤٢٢	١٢	٥٣١١٠	٣٣٩٧
١٢	٥٤٣٨٢	٣٤٩٨	١٣	٥٤٠٧٠	٣٤٧٣	١٢	٥٣٧٥٧	٣٤٤٨	١٢	٥٣٤٤١	٣٤٢٣	١٣	٥٣١٢٢	٣٣٩٨
١٣	٥٤٣٩٤	٣٤٩٩	١٢	٥٤٠٨٣	٣٤٧٤	١٣	٥٣٧٦٩	٣٤٤٩	١٣	٥٣٤٥٣	٣٤٢٤	١٣	٥٣١٣٥	٣٣٩٩
	٥٤٤٠٧	٣٥٠٠		٥٤٠٩٥	٣٤٧٥		٥٣٧٨٢	٣٤٥٠		٥٣٤٦٦	٣٤٢٥		٥٣١٤٨	٣٤٠٠

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٥٠١	٥٤٤١٩	١٢	٣٥٢٦	٥٤٧٢٨	١٢	٣٥٥١	٥٥٠٣٥	١٢	٣٥٧٦	٥٥٣٤٠	١٢	٣٦٠١	٥٥٦٤٢	١٢
٣٥٠٢	٥٤٤٣٢	١٣	٣٥٢٧	٥٤٧٤١	١٣	٣٥٥٢	٥٥٠٤٧	١٢	٣٥٧٧	٥٥٣٥٢	١٢	٣٦٠٢	٥٥٦٥٤	١٢
٣٥٠٣	٥٤٤٤٤	١٢	٣٥٢٨	٥٤٧٥٣	١٢	٣٥٥٣	٥٥٠٦٠	١٣	٣٥٧٨	٥٥٣٦٤	١٢	٣٦٠٣	٥٥٦٦٦	١٢
٣٥٠٤	٥٤٤٥٦	١٢	٣٥٢٩	٥٤٧٦٥	١٣	٣٥٥٤	٥٥٠٧٢	١٢	٣٥٧٩	٥٥٣٧٦	١٢	٣٦٠٤	٥٥٦٧٨	١٢
٣٥٠٥	٥٤٤٦٩	١٣	٣٥٣٠	٥٤٧٧٧	١٢	٣٥٥٥	٥٥٠٨٤	١٢	٣٥٨٠	٥٥٣٨٨	١٢	٣٦٠٥	٥٥٦٩١	١٣
٣٥٠٦	٥٤٤٨١	١٢	٣٥٣١	٥٤٧٩٠	١٢	٣٥٥٦	٥٥٠٩٦	١٢	٣٥٨١	٥٥٤٠٠	١٢	٣٦٠٦	٥٥٧٠٣	١٢
٣٥٠٧	٥٤٤٩٤	١٣	٣٥٣٢	٥٤٨٠٢	١٣	٣٥٥٧	٥٥١٠٨	١٢	٣٥٨٢	٥٥٤١٣	١٣	٣٦٠٧	٥٥٧١٥	١٢
٣٥٠٨	٥٤٥٠٦	١٢	٣٥٣٣	٥٤٨١٤	١٢	٣٥٥٨	٥٥١٢١	١٣	٣٥٨٣	٥٥٤٢٥	١٢	٣٦٠٨	٥٥٧٢٧	١٢
٣٥٠٩	٥٤٥١٨	١٢	٣٥٣٤	٥٤٨٢٧	١٢	٣٥٥٩	٥٥١٣٣	١٢	٣٥٨٤	٥٥٤٣٧	١٢	٣٦٠٩	٥٥٧٣٩	١٢
٣٥١٠	٥٤٥٣١	١٣	٣٥٣٥	٥٤٨٣٩	١٣	٣٥٦٠	٥٥١٤٥	١٢	٣٥٨٥	٥٥٤٤٩	١٢	٣٦١٠	٥٥٧٥١	١٢
٣٥١١	٥٤٥٤٣	١٢	٣٥٣٦	٥٤٨٥١	١٢	٣٥٦١	٥٥١٥٧	١٢	٣٥٨٦	٥٥٤٦١	١٢	٣٦١١	٥٥٧٦٣	١٢
٣٥١٢	٥٤٥٥٥	١٢	٣٥٣٧	٥٤٨٦٤	١٢	٣٥٦٢	٥٥١٦٩	١٢	٣٥٨٧	٥٥٤٧٣	١٢	٣٦١٢	٥٥٧٧٥	١٢
٣٥١٣	٥٤٥٦٨	١٣	٣٥٣٨	٥٤٨٧٦	١٣	٣٥٦٣	٥٥١٨٢	١٣	٣٥٨٨	٥٥٤٨٥	١٢	٣٦١٣	٥٥٧٨٧	١٢
٣٥١٤	٥٤٥٨٠	١٢	٣٥٣٩	٥٤٨٨٨	١٢	٣٥٦٤	٥٥١٩٤	١٢	٣٥٨٩	٥٥٤٩٧	١٢	٣٦١٤	٥٥٧٩٩	١٢
٣٥١٥	٥٤٥٩٣	١٣	٣٥٤٠	٥٤٩٠٠	١٢	٣٥٦٥	٥٥٢٠٦	١٢	٣٥٩٠	٥٥٥٠٩	١٢	٣٦١٥	٥٥٨١١	١٢
٣٥١٦	٥٤٦٠٥	١٢	٣٥٤١	٥٤٩١٣	١٢	٣٥٦٦	٥٥٢١٨	١٢	٣٥٩١	٥٥٥٢٢	١٣	٣٦١٦	٥٥٨٢٣	١٢
٣٥١٧	٥٤٦١٧	١٢	٣٥٤٢	٥٤٩٢٥	١٣	٣٥٦٧	٥٥٢٣٠	١٢	٣٥٩٢	٥٥٥٣٤	١٢	٣٦١٧	٥٥٨٣٥	١٢
٣٥١٨	٥٤٦٣٠	١٣	٣٥٤٣	٥٤٩٣٧	١٢	٣٥٦٨	٥٥٢٤٢	١٢	٣٥٩٣	٥٥٥٤٦	١٢	٣٦١٨	٥٥٨٤٧	١٢
٣٥١٩	٥٤٦٤٢	١٢	٣٥٤٤	٥٤٩٤٩	١٢	٣٥٦٩	٥٥٢٥٥	١٣	٣٥٩٤	٥٥٥٥٨	١٢	٣٦١٩	٥٥٨٥٩	١٢
٣٥٢٠	٥٤٦٥٤	١٢	٣٥٤٥	٥٤٩٦٢	١٢	٣٥٧٠	٥٥٢٦٧	١٢	٣٥٩٥	٥٥٥٧٠	١٢	٣٦٢٠	٥٥٨٧١	١٢
٣٥٢١	٥٤٦٦٧	١٣	٣٥٤٦	٥٤٩٧٤	١٣	٣٥٧١	٥٥٢٧٩	١٢	٣٥٩٦	٥٥٥٨٢	١٢	٣٦٢١	٥٥٨٨٣	١٢
٣٥٢٢	٥٤٦٧٩	١٢	٣٥٤٧	٥٤٩٨٦	١٢	٣٥٧٢	٥٥٢٩١	١٢	٣٥٩٧	٥٥٥٩٤	١٢	٣٦٢٢	٥٥٨٩٥	١٢
٣٥٢٣	٥٤٦٩١	١٢	٣٥٤٨	٥٤٩٩٨	١٢	٣٥٧٣	٥٥٣٠٣	١٢	٣٥٩٨	٥٥٦٠٦	١٢	٣٦٢٣	٥٥٩٠٧	١٢
٣٥٢٤	٥٤٧٠٤	١٣	٣٥٤٩	٥٥٠١١	١٣	٣٥٧٤	٥٥٣١٥	١٢	٣٥٩٩	٥٥٦١٨	١٢	٣٦٢٤	٥٥٩١٩	١٢
٣٥٢٥	٥٤٧١٦	١٢	٣٥٥٠	٥٥٠٢٣	١٢	٣٥٧٥	٥٥٣٢٨	١٣	٣٦٠٠	٥٥٦٣٠	١٢	٣٦٢٥	٥٥٩٣١	١٢

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٦٢٦	٥٥٩٤٣	١٢	٣٦٥١	٥٦٢٤١	١٢	٣٦٧٦	٥٦٥٣٨	١٢	٣٧٠١	٥٦٨٣٢	١٢	٣٧٢٦	٥٧١٢٤	١١
٣٦٢٧	٥٥٩٥٥	١٢	٣٦٥٢	٥٦٢٥٣	١٢	٣٦٧٧	٥٦٥٤٩	١١	٣٧٠٢	٥٦٨٤٤	١٢	٣٧٢٧	٥٧١٣٦	١٢
٣٦٢٨	٥٥٩٦٧	١٢	٣٦٥٣	٥٦٢٦٥	١٢	٣٦٧٨	٥٦٥٦١	١٢	٣٧٠٣	٥٦٨٥٥	١١	٣٧٢٨	٥٧١٤٨	١٢
٣٦٢٩	٥٥٩٧٩	١٢	٣٦٥٤	٥٦٢٧٧	١٢	٣٦٧٩	٥٦٥٧٣	١٢	٣٧٠٤	٥٦٨٦٧	١٢	٣٧٢٩	٥٧١٥٩	١١
٣٦٣٠	٥٥٩٩١	١٢	٣٦٥٥	٥٦٢٨٩	١٢	٣٦٨٠	٥٦٥٨٥	١٢	٣٧٠٥	٥٦٨٧٩	١٢	٣٧٣٠	٥٧١٧١	١٢
٣٦٣١	٥٦٠٠٣	١٢	٣٦٥٦	٥٦٣٠١	١٢	٣٦٨١	٥٦٥٩٧	١٢	٣٧٠٦	٥٦٨٩١	١٢	٣٧٣١	٥٧١٨٣	١٢
٣٦٣٢	٥٦٠١٥	١٢	٣٦٥٧	٥٦٣١٢	١١	٣٦٨٢	٥٦٦٠٨	١١	٣٧٠٧	٥٦٩٠٢	١١	٣٧٣٢	٥٧١٩٤	١١
٣٦٣٣	٥٦٠٢٧	١٢	٣٦٥٨	٥٦٣٢٤	١٢	٣٦٨٣	٥٦٦٢٠	١٢	٣٧٠٨	٥٦٩١٤	١٢	٣٧٣٣	٥٧٢٠٦	١٢
٣٦٣٤	٥٦٠٣٨	١١	٣٦٥٩	٥٦٣٣٦	١٢	٣٦٨٤	٥٦٦٣٢	١٢	٣٧٠٩	٥٦٩٢٦	١٢	٣٧٣٤	٥٧٢١٧	١١
٣٦٣٥	٥٦٠٥٠	١٢	٣٦٦٠	٥٦٣٤٨	١٢	٣٦٨٥	٥٦٦٤٤	١٢	٣٧١٠	٥٦٩٣٧	١١	٣٧٣٥	٥٧٢٢٩	١٢
٣٦٣٦	٥٦٠٦٢	١٢	٣٦٦١	٥٦٣٦٠	١٢	٣٦٨٦	٥٦٦٥٦	١٢	٣٧١١	٥٦٩٤٩	١٢	٣٧٣٦	٥٧٢٤١	١٢
٣٦٣٧	٥٦٠٧٤	١٢	٣٦٦٢	٥٦٣٧٢	١٢	٣٦٨٧	٥٦٦٦٧	١١	٣٧١٢	٥٦٩٦١	١٢	٣٧٣٧	٥٧٢٥٢	١١
٣٦٣٨	٥٦٠٨٦	١٢	٣٦٦٣	٥٦٣٨٤	١٢	٣٦٨٨	٥٦٦٧٩	١٢	٣٧١٣	٥٦٩٧٢	١١	٣٧٣٨	٥٧٢٦٤	١٢
٣٦٣٩	٥٦٠٩٨	١٢	٣٦٦٤	٥٦٣٩٦	١٢	٣٦٨٩	٥٦٦٩١	١٢	٣٧١٤	٥٦٩٨٤	١٢	٣٧٣٩	٥٧٢٧٦	١٢
٣٦٤٠	٥٦١١٠	١٢	٣٦٦٥	٥٦٤٠٧	١١	٣٦٩٠	٥٦٧٠٣	١٢	٣٧١٥	٥٦٩٩٦	١٢	٣٧٤٠	٥٧٢٨٧	١١
٣٦٤١	٥٦١٢٢	١٢	٣٦٦٦	٥٦٤١٩	١٢	٣٦٩١	٥٦٧١٤	١١	٣٧١٦	٥٧٠٠٨	١٢	٣٧٤١	٥٧٢٩٩	١٢
٣٦٤٢	٥٦١٣٤	١٢	٣٦٦٧	٥٦٤٣١	١٢	٣٦٩٢	٥٦٧٢٦	١٢	٣٧١٧	٥٧٠١٩	١١	٣٧٤٢	٥٧٣١٠	١١
٣٦٤٣	٥٦١٤٦	١٢	٣٦٦٨	٥٦٤٤٣	١٢	٣٦٩٣	٥٦٧٣٨	١٢	٣٧١٨	٥٧٠٣١	١٢	٣٧٤٣	٥٧٣٢٢	١٢
٣٦٤٤	٥٦١٥٨	١٢	٣٦٦٩	٥٦٤٥٥	١٢	٣٦٩٤	٥٦٧٥٠	١٢	٣٧١٩	٥٧٠٤٣	١٢	٣٧٤٤	٥٧٣٣٤	١٢
٣٦٤٥	٥٦١٧٠	١٢	٣٦٧٠	٥٦٤٦٧	١٢	٣٦٩٥	٥٦٧٦١	١١	٣٧٢٠	٥٧٠٥٤	١١	٣٧٤٥	٥٧٣٤٥	١١
٣٦٤٦	٥٦١٨٢	١٢	٣٦٧١	٥٦٤٧٨	١١	٣٦٩٦	٥٦٧٧٣	١٢	٣٧٢١	٥٧٠٦٦	١٢	٣٧٤٦	٥٧٣٥٧	١٢
٣٦٤٧	٥٦١٩٤	١٢	٣٦٧٢	٥٦٤٩٠	١٢	٣٦٩٧	٥٦٧٨٥	١٢	٣٧٢٢	٥٧٠٧٨	١٢	٣٧٤٧	٥٧٣٦٨	١١
٣٦٤٨	٥٦٢٠٥	١١	٣٦٧٣	٥٦٥٠٢	١٢	٣٦٩٨	٥٦٧٩٧	١٢	٣٧٢٣	٥٧٠٨٩	١١	٣٧٤٨	٥٧٣٨٠	١٢
٣٦٤٩	٥٦٢١٧	١٢	٣٦٧٤	٥٦٥١٤	١٢	٣٦٩٩	٥٦٨٠٨	١١	٣٧٢٤	٥٧١٠١	١٢	٣٧٤٩	٥٧٣٩٢	١٢
٣٦٥٠	٥٦٢٢٩	١٢	٣٦٧٥	٥٦٥٢٦	١٢	٣٧٠٠	٥٦٨٢٠	١٢	٣٧٢٥	٥٧١١٣	١٢	٣٧٥٠	٥٧٤٠٣	١١

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٧٥١	٥٧٤١٥	١٢	٣٧٧٦	٥٧٧٠٣	١١	٣٨٠١	٥٧٩٩٠	١٢	٣٨٢٦	٥٨٢٧٤	١١	٣٨٥١	٥٨٥٥٧	١١
٣٧٥٢	٥٧٤٢٦	١١	٣٧٧٧	٥٧٧١٥	١٢	٣٨٠٢	٥٨٠٠١	١١	٣٨٢٧	٥٨٢٨٦	١٢	٣٨٥٢	٥٨٥٦٩	١٢
٣٧٥٣	٥٧٤٣٨	١٢	٣٧٧٨	٥٧٧٢٦	١١	٣٨٠٣	٥٨٠١٣	١٢	٣٨٢٨	٥٨٢٩٧	١١	٣٨٥٣	٥٨٥٨٠	١١
٣٧٥٤	٥٧٤٤٩	١١	٣٧٧٩	٥٧٧٣٨	١٢	٣٨٠٤	٥٨٠٢٤	١١	٣٨٢٩	٥٨٣٠٩	١٢	٣٨٥٤	٥٨٥٩١	١١
٣٧٥٥	٥٧٤٦١	١٢	٣٧٨٠	٥٧٧٤٩	١١	٣٨٠٥	٥٨٠٣٥	١١	٣٨٣٠	٥٨٣٢٠	١١	٣٨٥٥	٥٨٦٠٢	١١
٣٧٥٦	٥٧٤٧٣	١٢	٣٧٨١	٥٧٧٦١	١٢	٣٨٠٦	٥٨٠٤٧	١٢	٣٨٣١	٥٨٣٣١	١١	٣٨٥٦	٥٨٦١٤	١٢
٣٧٥٧	٥٧٤٨٤	١١	٣٧٨٢	٥٧٧٧٢	١١	٣٨٠٧	٥٨٠٥٨	١١	٣٨٣٢	٥٨٣٤٣	١٢	٣٨٥٧	٥٨٦٢٥	١١
٣٧٥٨	٥٧٤٩٦	١٢	٣٧٨٣	٥٧٧٨٤	١٢	٣٨٠٨	٥٨٠٧٠	١٢	٣٨٣٣	٥٨٣٥٤	١١	٣٨٥٨	٥٨٦٣٦	١١
٣٧٥٩	٥٧٥٠٧	١١	٣٧٨٤	٥٧٧٩٥	١١	٣٨٠٩	٥٨٠٨١	١١	٣٨٣٤	٥٨٣٦٥	١١	٣٨٥٩	٥٨٦٤٧	١١
٣٧٦٠	٥٧٥١٩	١٢	٣٧٨٥	٥٧٨٠٧	١٢	٣٨١٠	٥٨٠٩٢	١١	٣٨٣٥	٥٨٣٧٧	١٢	٣٨٦٠	٥٨٦٥٩	١٢
٣٧٦١	٥٧٥٣٠	١١	٣٧٨٦	٥٧٨١٨	١١	٣٨١١	٥٨١٠٤	١٢	٣٨٣٦	٥٨٣٨٨	١١	٣٨٦١	٥٨٦٧٠	١١
٣٧٦٢	٥٧٥٤٢	١٢	٣٧٨٧	٥٧٨٣٠	١٢	٣٨١٢	٥٨١١٥	١١	٣٨٣٧	٥٨٣٩٩	١١	٣٨٦٢	٥٨٦٨١	١١
٣٧٦٣	٥٧٥٥٣	١١	٣٧٨٨	٥٧٨٤١	١١	٣٨١٣	٥٨١٢٧	١٢	٣٨٣٨	٥٨٤١٠	١١	٣٨٦٣	٥٨٦٩٢	١١
٣٧٦٤	٥٧٥٦٥	١٢	٣٧٨٩	٥٧٨٥٢	١١	٣٨١٤	٥٨١٣٨	١١	٣٨٣٩	٥٨٤٢٢	١٢	٣٨٦٤	٥٨٧٠٤	١٢
٣٧٦٥	٥٧٥٧٦	١١	٣٧٩٠	٥٧٨٦٤	١٢	٣٨١٥	٥٨١٤٩	١١	٣٨٤٠	٥٨٤٣٣	١١	٣٨٦٥	٥٨٧١٥	١١
٣٧٦٦	٥٧٥٨٨	١٢	٣٧٩١	٥٧٨٧٥	١١	٣٨١٦	٥٨١٦١	١٢	٣٨٤١	٥٨٤٤٤	١١	٣٨٦٦	٥٨٧٢٦	١١
٣٧٦٧	٥٧٦٠٠	١٢	٣٧٩٢	٥٧٨٨٧	١٢	٣٨١٧	٥٨١٧٢	١١	٣٨٤٢	٥٨٤٥٦	١٢	٣٨٦٧	٥٨٧٣٧	١١
٣٧٦٨	٥٧٦١١	١١	٣٧٩٣	٥٧٨٩٨	١١	٣٨١٨	٥٨١٨٤	١٢	٣٨٤٣	٥٨٤٦٧	١١	٣٨٦٨	٥٨٧٤٩	١٢
٣٧٦٩	٥٧٦٢٣	١٢	٣٧٩٤	٥٧٩١٠	١٢	٣٨١٩	٥٨١٩٥	١١	٣٨٤٤	٥٨٤٧٨	١١	٣٨٦٩	٥٨٧٦٠	١١
٣٧٧٠	٥٧٦٣٤	١١	٣٧٩٥	٥٧٩٢١	١١	٣٨٢٠	٥٨٢٠٦	١١	٣٨٤٥	٥٨٤٩٤	١٢	٣٨٧٠	٥٨٧٧١	١١
٣٧٧١	٥٧٦٤٦	١٢	٣٧٩٦	٥٧٩٣٣	١٢	٣٨٢١	٥٨٢١٨	١٢	٣٨٤٦	٥٨٥٠١	١١	٣٨٧١	٥٨٧٨٢	١١
٣٧٧٢	٥٧٦٥٧	١١	٣٧٩٧	٥٧٩٤٤	١٢	٣٨٢٢	٥٨٢٢٩	١١	٣٨٤٧	٥٨٥١٢	١١	٣٨٧٢	٥٨٧٩٤	١٢
٣٧٧٣	٥٧٦٦٩	١٢	٣٧٩٨	٥٧٩٥٥	١١	٣٨٢٣	٥٨٢٤٠	١١	٣٨٤٨	٥٨٥٢٤	١٢	٣٨٧٣	٥٨٨٠٥	١١
٣٧٧٤	٥٧٦٨٠	١١	٣٧٩٩	٥٧٩٦٧	١٢	٣٨٢٤	٥٨٢٥٢	١٢	٣٨٤٩	٥٨٥٣٥	١١	٣٨٧٤	٥٨٨١٦	١١
٣٧٧٥	٥٧٦٩٢	١٢	٣٨٠٠	٥٧٩٧٨	١١	٣٨٢٥	٥٨٢٦٣	١١	٣٨٥٠	٥٨٥٤٦	١١	٣٨٧٥	٥٨٨٢٧	١١

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٣٨٧٦	٥٨٨٣٨	١١	٣٩٠١	٥٩١١٨	١٢	٣٩٢٦	٥٩٣٩٥	١١	٣٩٥١	٥٩٦٧١	١١	٣٩٧٦	٥٩٩٤٥	١١
٣٨٧٧	٥٨٨٥٠	١٢	٣٩٠٢	٥٩١٢٩	١١	٣٩٢٧	٥٩٤٠٦	١١	٣٩٥٢	٥٩٦٨٢	١١	٣٩٧٧	٥٩٩٥٦	١١
٣٨٧٨	٥٨٨٦١	١١	٣٩٠٣	٥٩١٤٠	١١	٣٩٢٨	٥٩٤١٧	١١	٣٩٥٣	٥٩٦٩٣	١١	٣٩٧٨	٥٩٩٦٦	١٠
٣٨٧٩	٥٨٨٧٢	١١	٣٩٠٤	٥٩١٥١	١١	٣٩٢٩	٥٩٤٢٨	١١	٣٩٥٤	٥٩٧٠٤	١١	٣٩٧٩	٥٩٩٧٧	١١
٣٨٨٠	٥٨٨٨٣	١١	٣٩٠٥	٥٩١٦٢	١١	٣٩٣٠	٥٩٤٣٩	١١	٣٩٥٥	٥٩٧١٥	١١	٣٩٨٠	٥٩٩٨٨	١١
٣٨٨١	٥٨٨٩٤	١١	٣٩٠٦	٥٩١٧٣	١١	٣٩٣١	٥٩٤٥٠	١١	٣٩٥٦	٥٩٧٢٦	١١	٣٩٨١	٥٩٩٩٩	١١
٣٨٨٢	٥٨٩٠٦	١٢	٣٩٠٧	٥٩١٨٤	١١	٣٩٣٢	٥٩٤٦١	١١	٣٩٥٧	٥٩٧٣٧	١١	٣٩٨٢	٦٠٠١٠	١١
٣٨٨٣	٥٨٩١٧	١١	٣٩٠٨	٥٩١٩٥	١١	٣٩٣٣	٥٩٤٧٢	١١	٣٩٥٨	٥٩٧٤٨	١١	٣٩٨٣	٦٠٠٢١	١١
٣٨٨٤	٥٨٩٢٨	١١	٣٩٠٩	٥٩٢٠٧	١٢	٣٩٣٤	٥٩٤٨٣	١١	٣٩٥٩	٥٩٧٥٩	١١	٣٩٨٤	٦٠٠٣٢	١١
٣٨٨٥	٥٨٩٣٩	١١	٣٩١٠	٥٩٢١٨	١١	٣٩٣٥	٥٩٤٩٤	١١	٣٩٦٠	٥٩٧٧٠	١١	٣٩٨٥	٦٠٠٤٣	١١
٣٨٨٦	٥٨٩٥٠	١١	٣٩١١	٥٩٢٢٩	١١	٣٩٣٦	٥٩٥٠٦	١٢	٣٩٦١	٥٩٧٨٠	١٠	٣٩٨٦	٦٠٠٥٤	١١
٣٨٨٧	٥٨٩٦١	١١	٣٩١٢	٥٩٢٤٠	١١	٣٩٣٧	٥٩٥١٧	١١	٣٩٦٢	٥٩٧٩١	١١	٣٩٨٧	٦٠٠٦٥	١١
٣٨٨٨	٥٨٩٧٢	١٢	٣٩١٣	٥٩٢٥١	١١	٣٩٣٨	٥٩٥٢٨	١١	٣٩٦٣	٥٩٨٠٢	١١	٣٩٨٨	٦٠٠٧٦	١١
٣٨٨٩	٥٨٩٨٤	١١	٣٩١٤	٥٩٢٦٢	١١	٣٩٣٩	٥٩٥٣٩	١١	٣٩٦٤	٥٩٨١٣	١١	٣٩٨٩	٦٠٠٨٦	١٠
٣٨٩٠	٥٨٩٩٥	١١	٣٩١٥	٥٩٢٧٣	١١	٣٩٤٠	٥٩٥٥٠	١١	٣٩٦٥	٥٩٨٢٤	١١	٣٩٩٠	٦٠٠٩٧	١١
٣٨٩١	٥٩٠٠٦	١١	٣٩١٦	٥٩٢٨٤	١١	٣٩٤١	٥٩٥٦١	١١	٣٩٦٦	٥٩٨٣٥	١١	٣٩٩١	٦٠١٠٨	١١
٣٨٩٢	٥٩٠١٧	١١	٣٩١٧	٥٩٢٩٥	١١	٣٩٤٢	٥٩٥٧٢	١١	٣٩٦٧	٥٩٨٤٦	١١	٣٩٩٢	٦٠١١٩	١١
٣٨٩٣	٥٩٠٢٨	١١	٣٩١٨	٥٩٣٠٦	١١	٣٩٤٣	٥٩٥٨٣	١١	٣٩٦٨	٥٩٨٥٧	١١	٣٩٩٣	٦٠١٣٠	١١
٣٨٩٤	٥٩٠٤٠	١٢	٣٩١٩	٥٩٣١٨	١١	٣٩٤٤	٥٩٥٩٤	١١	٣٩٦٩	٥٩٨٦٨	١١	٣٩٩٤	٦٠١٤١	١١
٣٨٩٥	٥٩٠٥١	١١	٣٩٢٠	٥٩٣٢٩	١١	٣٩٤٥	٥٩٦٠٥	١١	٣٩٧٠	٥٩٨٧٩	١١	٣٩٩٥	٦٠١٥٢	١١
٣٨٩٦	٥٩٠٦٢	١١	٣٩٢١	٥٩٣٤٠	١١	٣٩٤٦	٥٩٦١٦	١١	٣٩٧١	٥٩٨٩٠	١١	٣٩٩٦	٦٠١٦٣	١١
٣٨٩٧	٥٩٠٧٣	١١	٣٩٢٢	٥٩٣٥١	١١	٣٩٤٧	٥٩٦٢٧	١١	٣٩٧٢	٥٩٩٠١	١١	٣٩٩٧	٦٠١٧٣	١٠
٣٨٩٨	٥٩٠٨٤	١١	٣٩٢٣	٥٩٣٦٢	١١	٣٩٤٨	٥٩٦٣٨	١١	٣٩٧٣	٥٩٩١٢	١١	٣٩٩٨	٦٠١٨٤	١١
٣٨٩٩	٥٩٠٩٥	١١	٣٩٢٤	٥٩٣٧٣	١١	٣٩٤٩	٥٩٦٤٩	١١	٣٩٧٤	٥٩٩٢٣	١١	٣٩٩٩	٦٠١٩٥	١١
٣٩٠٠	٥٩١٠٦	١١	٣٩٢٥	٥٩٣٨٤	١١	٣٩٥٠	٥٩٦٦٠	١١	٣٩٧٥	٥٩٩٣٤	١١	٤٠٠٠	٦٠٢٠٦	١١

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٠٠١	٦٠٢١٧	١١	٤٠٢٦	٦٠٤٨٧	١٠	٤٠٥١	٦٠٧٥٦	١٠	٤٠٧٦	٦١٠٢٣	١٠	٤١٠١	٦١٢٨٩	١١
٤٠٠٢	٦٠٢٢٨	١١	٤٠٢٧	٦٠٤٩٨	١١	٤٠٥٢	٦٠٧٦٧	١١	٤٠٧٧	٦١٠٣٤	١١	٤١٠٢	٦١٣٠٠	١١
٤٠٠٣	٦٠٢٣٩	١١	٤٠٢٨	٦٠٥٠٩	١١	٤٠٥٣	٦٠٧٧٨	١١	٤٠٧٨	٦١٠٤٥	١١	٤١٠٣	٦١٣١٠	١٠
٤٠٠٤	٦٠٢٤٩	١٠	٤٠٢٩	٦٠٥٢٠	١١	٤٠٥٤	٦٠٧٨٨	١٠	٤٠٧٩	٦١٠٥٥	١٠	٤١٠٤	٦١٣٢١	١١
٤٠٠٥	٦٠٢٦٠	١١	٤٠٣٠	٦٠٥٣١	١١	٤٠٥٥	٦٠٧٩٩	١١	٤٠٨٠	٦١٠٦٦	١١	٤١٠٥	٦١٣٣١	١٠
٤٠٠٦	٦٠٢٧١	١١	٤٠٣١	٦٠٥٤١	١٠	٤٠٥٦	٦٠٨١٠	١١	٤٠٨١	٦١٠٧٧	١١	٤١٠٦	٦١٣٤٢	١١
٤٠٠٧	٦٠٢٨٢	١١	٤٠٣٢	٦٠٥٥٢	١١	٤٠٥٧	٦٠٨٢١	١١	٤٠٨٢	٦١٠٨٧	١٠	٤١٠٧	٦١٣٥٢	١٠
٤٠٠٨	٦٠٢٩٣	١١	٤٠٣٣	٦٠٥٦٣	١١	٤٠٥٨	٦٠٨٣١	١٠	٤٠٨٣	٦١٠٩٨	١١	٤١٠٨	٦١٣٦٣	١١
٤٠٠٩	٦٠٣٠٤	١١	٤٠٣٤	٦٠٥٧٤	١١	٤٠٥٩	٦٠٨:٢	١١	٤٠٨٤	٦١١٠٩	١١	٤١٠٩	٦١٣٧٤	١١
٤٠١٠	٦٠٣١٤	١٠	٤٠٣٥	٦٠٥٨٤	١٠	٤٠٦٠	٦٠٨٥٣	١١	٤٠٨٥	٦١١١٩	١٠	٤١١٠	٦١٣٨٤	١٠
٤٠١١	٦٠٣٢٥	١١	٤٠٣٦	٦٠٥٩٥	١١	٤٠٦١	٦٠٨٦٣	١٠	٤٠٨٦	٦١١٣٠	١١	٤١١١	٦١٣٩٥	١١
٤٠١٢	٦٠٣٣٦	١١	٤٠٣٧	٦٠٦٠٦	١١	٤٠٦٢	٦٠٨٧٤	١١	٤٠٨٧	٦١١٤٠	١٠	٤١١٢	٦١٤٠٥	١٠
٤٠١٣	٦٠٣٤٧	١١	٤٠٣٨	٦٠٦١٧	١١	٤٠٦٣	٦٠٨٨٥	١١	٤٠٨٨	٦١١٦١	١١	٤١١٣	٦١٤١٦	١١
٤٠١٤	٦٠٣٥٨	١١	٤٠٣٩	٦٠٦٢٧	١٠	٤٠٦٤	٦٠٨٩٥	١٠	٤٠٨٩	٦١١٦٢	١١	٤١١٤	٦١٤٢٦	١٠
٤٠١٥	٦٠٣٦٩	١١	٤٠٤٠	٦٠٦٣٨	١١	٤٠٦٥	٦٠٩٠٦	١١	٤٠٩٠	٦١١٧٢	١٠	٤١١٥	٦١٤٣٧	١١
٤٠١٦	٦٠٣٧٩	١٠	٤٠٤١	٦٠٦٤٩	١١	٤٠٦٦	٦٠٩١٧	١١	٤٠٩١	٦١١٨٣	١١	٤١١٦	٦١٤٤٨	١١
٤٠١٧	٦٠٣٩٠	١١	٤٠٤٢	٦٠٦٦٠	١١	٤٠٦٧	٦٠٩٢٧	١٠	٤٠٩٢	٦١١٩٤	١١	٤١١٧	٦١:٥٨	١٠
٤٠١٨	٦٠٤٠١	١١	٤٠٤٣	٦٠٦٧٠	١٠	٠٦٨	٦٠٩٣٨	١١	٤٠٩٣	٦١٢٠٤	١٠	٤١١٨	٦١٤٦٩	١١
٤٠١٩	٦٠٤١٢	١١	٤٠٤٤	٦٠٦٨١	١١	٤٠٦٩	٦٠٩٤٩	١١	٤٠٩٤	٦١٢١٥	١١	٤١١٩	٦١٤٧٩	١٠
٤٠٢٠	٦٠٤٢٣	١١	٤٠٤٥	٦٠٦٩٢	١١	٤٠٧٠	٦٠٩٥٩	١٠	٤٠٩٥	٦١٢٢٥	١٠	٤١٢٠	٦١٤٩٠	١١
٤٠٢١	٦٠٤٣٣	١٠	٤٠٤٦	٦٠٧٠٣	١١	٤٠٧١	٦٠٩٧٠	١١	٤٠٩٦	٦١٢٣٦	١١	٤١٢١	٦١٥٠٠	١٠
٤٠٢٢	٦٠٤٤٤	١١	٤٠٤٧	٦٠٧١٣	١٠	٤٠٧٢	٦٠٩٨١	١١	٤٠٩٧	٦١٢٤٧	١١	٤١٢٢	٦١٥١١	١١
٤٠٢٣	٦٠٤٥٥	١١	٤٠٤٨	٦٠٧٢٤	١١	٤٠٧٣	٦٠٩٩١	١٠	٤٠٩٨	٦١٢٥٧	١٠	٤١٢٣	٦ ٥٢١	١٠
٤٠٢٤	٦٠٤٦٦	١١	٤٠٤٩	٦٠٧٣٥	١١	٤٠٧٤	٦١٠٠٢	١١	٤٠٩٩	٦١٢٦٨	١١	٤١٢٤	٦١٥٣٢	١١
٤٠٢٥	٦٠٤٧٧	١١	٤٠٥٠	٦٠٧٤٦	١١	٤٠٧٥	٦١٠١٣	١١	٤١٠٠	٦١٢٧٨	١٠	٤١٢٥	٦١٥:٢	١٠

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		١١			١٠			١٠			١٠			١٠
٤١٢٦	٦١٥٥٣	١٠	٤١٥١	٦١٨١٥	١١	٤١٧٦	٦٢٠٧٦	١٠	٤٢٠١	٦٢٣٣٥	١١	٤٢٢٦	٦٢٥٩٣	١٠
٤١٢٧	٦١٥٦٣	١١	٤١٥٢	٦١٨٢٦	١٠	٤١٧٧	٦٢٠٨٦	١١	٤٢٠٢	٦٢٣٤٦	١٠	٤٢٢٧	٦٢٦٠٣	١٠
٤١٢٨	٦١٥٧٤	١٠	٤١٥٣	٦١٨٣٦	١١	٤١٧٨	٦٢٠٩٧	١٠	٤٢٠٣	٦٢٣٥٦	١٠	٤٢٢٨	٦٢٦١٣	١١
٤١٢٩	٦١٥٨٤	١١	٤١٥٤	٦١٨٤٧	١٠	٤١٧٩	٦٢١٠٧	١١	٤٢٠٤	٦٢٣٦٦	١١	٤٢٢٩	٦٢٦٢٤	١٠
٤١٣٠	٦١٥٩٥		٤١٥٥	٦١٨٥٧		٤١٨٠	٦٢١١٨		٤٢٠٥	٦٢٣٧٧		٤٢٣٠	٦٢٦٣٤	
		١١			١١			١٠			١٠			١٠
٤١٣١	٦١٦٠٦	١٠	٤١٥٦	٦١٨٦٨	١٠	٤١٨١	٦٢١٢٨	١٠	٤٢٠٦	٦٢٣٨٧	١٠	٤٢٣١	٦٢٦٤٤	١١
٤١٣٢	٦١٦١٦	١١	٤١٥٧	٦١٨٧٨	١٠	٤١٨٢	٦٢١٣٨	١١	٤٢٠٧	٦٢٣٩٧	١١	٤٢٣٢	٦٢٦٥٥	١٠
٤١٣٣	٦١٦٢٧	١٠	٤١٥٨	٦١٨٨٨	١١	٤١٨٣	٦٢١٤٩	١٠	٤٢٠٨	٦٢٤٠٨	١٠	٤٢٣٣	٦٢٦٦٥	١٠
٤١٣٤	٦١٦٣٧	١١	٤١٥٩	٦١٨٩٩	١٠	٤١٨٤	٦٢١٥٩	١١	٤٢٠٩	٦٢٤١٨	١٠	٤٢٣٤	٦٢٦٧٥	١٠
٤١٣٥	٦١٦٤٨		٤١٦٠	٦١٩٠٩		٤١٨٥	٦٢١٧٠		٤٢١٠	٦٢٤٢٨		٤٢٣٥	٦٢٦٨٥	
		١٠			١١			١٠			١١			١١
٤١٣٦	٦١٦٥٨	١١	٤١٦١	٦١٩٢٠	١٠	٤١٨٦	٦٢١٨٠	١٠	٤٢١١	٦٢٤٣٩	١٠	٤٢٣٦	٦٢٦٩٦	١٠
٤١٣٧	٦١٦٦٩	١٠	٤١٦٢	٦١٩٣٠	١١	٤١٨٧	٦٢١٩٠	١١	٤٢١٢	٦٢٤٤٩	١٠	٤٢٣٧	٦٢٧٠٦	١٠
٤١٣٨	٦١٦٧٩	١١	٤١٦٣	٦١٩٤١	١٠	٤١٨٨	٦٢٢٠١	١٠	٤٢١٣	٦٢٤٥٩	١٠	٤٢٣٨	٦٢٧١٦	١٠
٤١٣٩	٦١٦٩٠	١٠	٤١٦٤	٦١٩٥١	١١	٤١٨٩	٦٢٢١١	١٠	٤٢١٤	٦٢٤٦٩	١١	٤٢٣٩	٦٢٧٢٦	١١
٤١٤٠	٦١٧٠٠		٤١٦٥	٦١٩٦٢		٤١٩٠	٦٢٢٢١		٤٢١٥	٦٢٤٨٠		٤٢٤٠	٦٢٧٣٧	
		١١			١٠			١١			١٠			١٠
٤١٤١	٦١٧١١	١٠	٤١٦٦	٦١٩٧٢	١٠	٤١٩١	٦٢٢٣٢	١٠	٤٢١٦	٦٢٤٩٠	١٠	٤٢٤١	٦٢٧٤٧	١٠
٤١٤٢	٦١٧٢١	١٠	٤١٦٧	٦١٩٨٢	١١	٤١٩٢	٦٢٢٤٢	١٠	٤٢١٧	٦٢٥٠٠	١١	٤٢٤٢	٦٢٧٥٧	١٠
٤١٤٣	٦١٧٣١	١١	٤١٦٨	٦١٩٩٣	١٠	٤١٩٣	٦٢٢٥٢	١١	٤٢١٨	٦٢٥١١	١٠	٤٢٤٣	٦٢٧٦٧	١١
٤١٤٤	٦١٧٤٢	١٠	٤١٦٩	٦٢٠٠٣	١١	٤١٩٤	٦٢٢٦٣	١٠	٤٢١٩	٦٢٥٢١	١٠	٤٢٤٤	٦٢٧٧٨	١٠
٤١٤٥	٦١٧٥٢		٤١٧٠	٦٢٠١٤		٤١٩٥	٦٢٢٧٣		٤٢٢٠	٦٢٥٣١		٤٢٤٥	٦٢٧٨٨	
		١١			١٠			١١			١١			١٠
٤١٤٦	٦١٧٦٣	١٠	٤١٧١	٦٢٠٢٤	١٠	٤١٩٦	٦٢٢٨٤	١٠	٤٢٢١	٦٢٥٤٢	١٠	٤٢٤٦	٦٢٧٩٨	١٠
٤١٤٧	٦١٧٧٣	١١	٤١٧٢	٦٢٠٣٤	١١	٤١٩٧	٦٢٢٩٤	١٠	٤٢٢٢	٦٢٥٥٢	١٠	٤٢٤٧	٦٢٨٠٨	١٠
٤١٤٨	٦١٧٨٤	١٠	٤١٧٣	٦٢٠٤٥	١٠	٤١٩٨	٦٢٣٠٤	١١	٤٢٢٣	٦٢٥٦٢	١٠	٤٢٤٨	٦٢٨١٨	١١
٤١٤٩	٦١٧٩٤	١١	٤١٧٤	٦٢٠٥٥	١١	٤١٩٩	٦٢٣١٥	١٠	٤٢٢٤	٦٢٥٧٢	١١	٤٢٤٩	٦٢٨٢٩	١٠
٤١٥٠	٦١٨٠٥		٤١٧٥	٦٢٠٦٦		٤٢٠٠	٦٢٣٢٥		٤٢٢٥	٦٢٥٨٣		٤٢٥٠	٦٢٨٣٩	

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		١٠			١٠			١٠			١٠			١٠
٤٢٥١	٦٢٨٤٩		٤٢٧٦	٦٣١٠٤		٤٣٠١	٦٣٣٥٧		٤٣٢٦	٦٣٦٠٩		٤٣٥١	٦٣٨٥٩	
٤٢٥٢	٦٢٨٥٩	١٠	٤٢٧٧	٦٣١١٤	١٠	٤٣٠٢	٦٣٣٦٧	١٠	٤٣٢٧	٦٣٦١٩	١٠	٤٣٥٢	٦٣٨٦٩	١٠
٤٢٥٣	٦٢٨٧٠	١١	٤٢٧٨	٦٣١٢٤	١٠	٤٣٠٣	٦٣٣٧٧	١٠	٤٣٢٨	٦٣٦٢٩	١٠	٤٣٥٣	٦٣٨٧٩	١٠
٤٢٥٤	٦٢٨٨٠	١٠	٤٢٧٩	٦٣١٣٤	١٠	٤٣٠٤	٦٣٣٨٧	١٠	٤٣٢٩	٦٣٦٣٩	١٠	٤٣٥٤	٦٣٨٨٩	١٠
٤٢٥٥	٦٢٨٩٠	١٠	٤٢٨٠	٦٣١٤٤	١٠	٤٣٠٥	٦٣٣٩٧	١٠	٤٣٣٠	٦٣٦٤٩	١٠	٤٣٥٥	٦٣٨٩٩	١٠
		١٠			١١			١٠			١٠			١٠
٤٢٥٦	٦٢٩٠٠		٤٢٨١	٦٣١٥٥		٤٣٠٦	٦٣٤٠٧		٤٣٣١	٦٣٦٥٩		٤٣٥٦	٦٣٩٠٩	
٤٢٥٧	٦٢٩١٠	١٠	٤٢٨٢	٦٣١٦٥	١٠	٤٣٠٧	٦٣٤١٧	١٠	٤٣٣٢	٦٣٦٦٩	١٠	٤٣٥٧	٦٣٩١٩	١٠
٤٢٥٨	٦٢٩٢١	١١	٤٢٨٣	٦٣١٧٥	١٠	٤٣٠٨	٦٣٤٢٨	١١	٤٣٣٣	٦٣٦٧٩	١٠	٤٣٥٨	٦٣٩٢٩	١٠
٤٢٥٩	٦٢٩٣١	١٠	٤٢٨٤	٦٣١٨٥	١٠	٤٣٠٩	٦٣٤٣٨	١٠	٤٣٣٤	٦٣٦٨٩	١٠	٤٣٥٩	٦٣٩٣٩	١٠
٤٢٦٠	٦٢٩٤١	١٠	٤٢٨٥	٦٣١٩٥	١٠	٤٣١٠	٦٣٤٤٨	١٠	٤٣٣٥	٦٣٦٩٩	١٠	٤٣٦٠	٦٣٩٤٩	١٠
		١٠			١٠			١٠			١٠			١٠
٤٢٦١	٦٢٩٥١		٤٢٨٦	٦٣٢٠٥		٤٣١١	٦٣٤٥٨		٤٣٣٦	٦٣٧٠٩		٤٣٦١	٦٣٩٥٩	
٤٢٦٢	٦٢٩٦١	١٠	٤٢٨٧	٦٣٢١٥	١٠	٤٣١٢	٦٣٤٦٨	١٠	٤٣٣٧	٦٣٧١٩	١٠	٤٣٦٢	٦٣٩٦٩	١٠
٤٢٦٣	٦٢٩٧٢	١١	٤٢٨٨	٦٣٢٢٥	١٠	٤٣١٣	٦٣٤٧٨	١٠	٤٣٣٨	٦٣٧٢٩	١٠	٤٣٦٣	٦٣٩٧٩	١٠
٤٢٦٤	٦٢٩٨٢	١٠	٤٢٨٩	٦٣٢٣٦	١١	٤٣١٤	٦٣٤٨٨	١٠	٤٣٣٩	٦٣٧٣٩	١٠	٤٣٦٤	٦٣٩٨٨	٩
٤٢٦٥	٦٢٩٩٢	١٠	٤٢٩٠	٦٣٢٤٦	١٠	٤٣١٥	٦٣٤٩٨	١٠	٤٣٤٠	٦٣٧٤٩	١٠	٤٣٦٥	٦٣٩٩٨	١٠
		١٠			١٠			١٠			١٠			١٠
٤٢٦٦	٦٣٠٠٢		٤٢٩١	٦٣٢٥٦		٤٣١٦	٦٣٥٠٨		٤٣٤١	٦٣٧٥٩		٤٣٦٦	٦٤٠٠٨	
٤٢٦٧	٦٣٠١٢	١٠	٤٢٩٢	٦٣٢٦٦	١٠	٤٣١٧	٦٣٥١٨	١٠	٤٣٤٢	٦٣٧٦٩	١٠	٤٣٦٧	٦٤٠١٨	١٠
٤٢٦٨	٦٣٠٢٢	١٠	٤٢٩٣	٦٣٢٧٦	١٠	٤٣١٨	٦٣٥٢٨	١٠	٤٣٤٣	٦٣٧٧٩	١٠	٤٣٦٨	٦٤٠٢٨	١٠
٤٢٦٩	٦٣٠٣٣	١١	٤٢٩٤	٦٣٢٨٦	١٠	٤٣١٩	٦٣٥٣٨	١٠	٤٣٤٤	٦٣٧٨٩	١٠	٤٣٦٩	٦٤٠٣٨	١٠
٤٢٧٠	٦٣٠٤٣	١٠	٤٢٩٥	٦٣٢٩٦	١٠	٤٣٢٠	٦٣٥٤٨	١٠	٤٣٤٥	٦٣٧٩٩	١٠	٤٣٧٠	٦٤٠٤٨	١٠
		١٠			١٠			١٠			١٠			١٠
٤٢٧١	٦٣٠٥٣		٤٢٩٦	٦٣٣٠٦		٤٣٢١	٦٣٥٥٨		٤٣٤٦	٦٣٨٠٩		٤٣٧١	٦٤٠٥٨	
٤٢٧٢	٦٣٠٦٣	١٠	٤٢٩٧	٦٣٣١٧	١١	٤٣٢٢	٦٣٥٦٨	١٠	٤٣٤٧	٦٣٨١٩	١٠	٤٣٧٢	٦٤٠٦٨	١٠
٤٢٧٣	٦٣٠٧٣	١٠	٤٢٩٨	٦٣٣٢٧	١٠	٤٣٢٣	٦٣٥٧٩	١١	٤٣٤٨	٦٣٨٢٩	١٠	٤٣٧٣	٦٤٠٧٨	١٠
٤٢٧٤	٦٣٠٨٣	١٠	٤٢٩٩	٦٣٣٣٧	١٠	٤٣٢٤	٦٣٥٨٩	١٠	٤٣٤٩	٦٣٨٣٩	١٠	٤٣٧٤	٦٤٠٨٨	١٠
٤٢٧٥	٦٣٠٩٤	١١	٤٣٠٠	٦٣٣٤٧	١٠	٤٣٢٥	٦٣٥٩٩	١٠	٤٣٥٠	٦٣٨٤٩	١٠	٤٣٧٥	٦٤٠٩٨	١٠

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٣٧٦	٦٤١٠٨	١٠	٤٤٠١	٦٤٣٥٥	١٠	٤٤٢٦	٦٤٦٠١	١٠	٤٤٥١	٦٤٨٤٦	١٠	٤٤٧٦	٦٥٠٨٩	١٠
٤٣٧٧	٦٤١١٨	١٠	٤٤٠٢	٦٤٣٦٥	١٠	٤٤٢٧	٦٤٦١١	١٠	٤٤٥٢	٦٤٨٥٦	١٠	٤٤٧٧	٦٥٠٩٩	١٠
٤٣٧٨	٦٤١٢٨	١٠	٤٤٠٣	٦٤٣٧٥	١٠	٤٤٢٨	٦٤٦٢١	١٠	٤٤٥٣	٦٤٨٦٥	٩	٤٤٧٨	٦٥١٠٨	٩
٤٣٧٩	٦٤١٣٧	٩	٤٤٠٤	٦٤٣٨٥	١٠	٤٤٢٩	٦٤٦٣١	١٠	٤٤٥٤	٦٤٨٧٥	١٠	٤٤٧٩	٦٥١١٨	١٠
٤٣٨٠	٦٤١٤٧	١٠	٤٤٠٥	٦٤٣٩٥	١٠	٤٤٣٠	٦٤٦٤٠	٩	٤٤٥٥	٦٤٨٨٥	١٠	٤٤٨٠	٦٥١٢٨	١٠
٤٣٨١	٦٤١٥٧	١٠	٤٤٠٦	٦٤٤٠٤	٩	٤٤٣١	٦٤٦٥٠	١٠	٤٤٥٦	٦٤٨٩٥	١٠	٤٤٨١	٦٥١٣٧	٩
٤٣٨٢	٦٤١٦٧	١٠	٤٤٠٧	٦٤٤١٤	١٠	٤٤٣٢	٦٤٦٦٠	١٠	٤٤٥٧	٦٤٩٠٤	٩	٤٤٨٢	٦٥١٤٧	١٠
٤٣٨٣	٦٤١٧٧	١٠	٤٤٠٨	٦٤٤٢٤	١٠	٤٤٣٣	٦٤٦٧٠	١٠	٤٤٥٨	٦٤٩١٤	١٠	٤٤٨٣	٦٥١٥٧	١٠
٤٣٨٤	٦٤١٨٧	١٠	٤٤٠٩	٦٤٤٣٤	١٠	٤٤٣٤	٦٤٦٨٠	١٠	٤٤٥٩	٦٤٩٢٤	١٠	٤٤٨٤	٦٥١٦٧	١٠
٤٣٨٥	٦٤١٩٧	١٠	٤٤١٠	٦٤٤٤٤	١٠	٤٤٣٥	٦٤٦٨٩	٩	٤٤٦٠	٦٤٩٣٣	٩	٤٤٨٥	٦٥١٧٦	٩
٤٣٨٦	٦٤٢٠٧	١٠	٤٤١١	٦٤٤٥٤	١٠	٤٤٣٦	٦٤٦٩٩	١٠	٤٤٦١	٦٤٩٤٣	١٠	٤٤٨٦	٦٥١٨٦	١٠
٤٣٨٧	٦٤٢١٧	١٠	٤٤١٢	٦٤٤٦٤	١٠	٤٤٣٧	٦٤٧٠٩	١٠	٤٤٦٢	٦٤٩٥٣	١٠	٤٤٨٧	٦٥١٩٦	١٠
٤٣٨٨	٦٤٢٢٧	١٠	٤٤١٣	٦٤٤٧٣	٩	٤٤٣٨	٦٤٧١٩	١٠	٤٤٦٣	٦٤٩٦٣	١٠	٤٤٨٨	٦٥٢٠٥	٩
٤٣٨٩	٦٤٢٣٧	١٠	٤٤١٤	٦٤٤٨٣	١٠	٤٤٣٩	٦٤٧٢٩	١٠	٤٤٦٤	٦٤٩٧٢	٩	٤٤٨٩	٦٥٢١٥	١٠
٤٣٩٠	٦٤٢٤٦	٩	٤٤١٥	٦٤٤٩٣	١٠	٤٤٤٠	٦٤٧٣٨	٩	٤٤٦٥	٦٤٩٨٢	١٠	٤٤٩٠	٦٥٢٢٥	١٠
٤٣٩١	٦٤٢٥٦	١٠	٤٤١٦	٦٤٥٠٣	١٠	٤٤٤١	٦٤٧٤٨	١٠	٤٤٦٦	٦٤٩٩٢	١٠	٤٤٩١	٦٥٢٣٤	٩
٤٣٩٢	٦٤٢٦٦	١٠	٤٤١٧	٦٤٥١٣	١٠	٤٤٤٢	٦٤٧٥٨	١٠	٤٤٦٧	٦٥٠٠٢	١٠	٤٤٩٢	٦٥٢٤٤	١٠
٤٣٩٣	٦٤٢٧٦	١٠	٤٤١٨	٦٤٥٢٣	١٠	٤٤٤٣	٦٤٧٦٨	١٠	٤٤٦٨	٦٥٠١١	٩	٤٤٩٣	٦٥٢٥٤	١٠
٤٣٩٤	٦٤٢٨٦	١٠	٤٤١٩	٦٤٥٣٢	٩	٤٤٤٤	٦٤٧٧٧	٩	٤٤٦٩	٦٥٠٢١	١٠	٤٤٩٤	٦٥٢٦٣	٩
٤٣٩٥	٦٤٢٩٦	١٠	٤٤٢٠	٦٤٥٤٢	١٠	٤٤٤٥	٦٤٧٨٧	١٠	٤٤٧٠	٦٥٠٣١	١٠	٤٤٩٥	٦٥٢٧٣	١٠
٤٣٩٦	٦٤٣٠٦	١٠	٤٤٢١	٦٤٥٥٢	١٠	٤٤٤٦	٦٤٧٩٧	١٠	٤٤٧١	٦٥٠٤٠	٩	٤٤٩٦	٦٥٢٨٣	١٠
٤٣٩٧	٦٤٣١٦	١٠	٤٤٢٢	٦٤٥٦٢	١٠	٤٤٤٧	٦٤٨٠٧	١٠	٤٤٧٢	٦٥٠٥٠	١٠	٤٤٩٧	٦٥٢٩٢	٩
٤٣٩٨	٦٤٣٢٦	١٠	٤٤٢٣	٦٤٥٧٢	١٠	٤٤٤٨	٦٤٨١٦	٩	٤٤٧٣	٦٥٠٦٠	١٠	٤٤٩٨	٦٥٣٠٢	١٠
٤٣٩٩	٦٤٣٣٥	٩	٤٤٢٤	٦٤٥٨٢	١٠	٤٤٤٩	٦٤٨٢٦	١٠	٤٤٧٤	٦٥٠٧٠	١٠	٤٤٩٩	٦٥٣١٢	١٠
٤٤٠٠	٦٤٣٤٥	١٠	٤٤٢٥	٦٤٥٩١	٩	٤٤٥٠	٦٤٨٣٦	١٠	٤٤٧٥	٦٥٠٧٩	٩	٤٥٠٠	٦٥٣٢١	٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٥٠١	٦٥٣٣١	١٠	٤٥٢٦	٦٥٥٧١	٩	٤٥٥١	٦٥٨١١	١٠	٤٥٧٦	٦٦٠٤٩	١٠	٤٦٠١	٦٦٢٨٥	٩
٤٥٠٢	٦٥٣٤١	١٠	٤٥٢٧	٦٥٥٨١	١٠	٤٥٥٢	٦٥٨٢٠	٩	٤٥٧٧	٦٦٠٥٨	٩	٤٦٠٢	٦٦٢٩٥	١٠
٤٥٠٣	٦٥٣٥٠	٩	٤٥٢٨	٦٥٥٩١	١٠	٤٥٥٣	٦٥٨٣٠	١٠	٤٥٧٨	٦٦٠٦٨	١٠	٤٦٠٣	٦٦٣٠٤	٩
٤٥٠٤	٦٥٣٦٠	١٠	٤٥٢٩	٦٥٦٠٠	٩	٤٥٥٤	٦٥٨٣٩	٩	٤٥٧٩	٦٦٠٧٧	٩	٤٦٠٤	٦٦٣١٤	١٠
٤٥٠٥	٦٥٣٦٩	٩	٤٥٣٠	٦٥٦١٠	١٠	٤٥٥٥	٦٥٨٤٩	١٠	٤٥٨٠	٦٦٠٨٧	١٠	٤٦٠٥	٦٦٣٢٣	٩
٤٥٠٦	٦٥٣٧٩	١٠	٤٥٣١	٦٥٦١٩	٩	٤٥٥٦	٦٥٨٥٨	٩	٤٥٨١	٦٦٠٩٦	٩	٤٦٠٦	٦٦٣٣٢	٩
٤٥٠٧	٦٥٣٨٩	١٠	٤٥٣٢	٦٥٦٢٩	١٠	٤٥٥٧	٦٥٨٦٨	١٠	٤٥٨٢	٦٦١٠٦	١٠	٤٦٠٧	٦٦٣٤٢	١٠
٤٥٠٨	٦٥٣٩٨	٩	٤٥٣٣	٦٥٦٣٩	١٠	٤٥٥٨	٦٥٨٧٧	٩	٤٥٨٣	٦٦١١٥	٩	٤٦٠٨	٦٦٣٥١	٩
٤٥٠٩	٦٥٤٠٨	١٠	٤٥٣٤	٦٥٦٤٨	٩	٤٥٥٩	٦٥٨٨٧	١٠	٤٥٨٤	٦٦١٢٤	٩	٤٦٠٩	٦٦٣٦١	١٠
٤٥١٠	٦٥٤١٨	١٠	٤٥٣٥	٦٥٦٥٨	١٠	٤٥٦٠	٦٥٨٩٦	٩	٤٥٨٥	٦٦١٣٤	١٠	٤٦١٠	٦٦٣٧٠	٩
٤٥١١	٦٥٤٢٧	٩	٤٥٣٦	٦٥٦٦٧	٩	٤٥٦١	٦٥٩٠٦	١٠	٤٥٨٦	٦٦١٤٣	٩	٤٦١١	٦٦٣٨٠	١٠
٤٥١٢	٦٥٤٣٧	١٠	٤٥٣٧	٦٥٦٧٧	١٠	٤٥٦٢	٦٥٩١٦	١٠	٤٥٨٧	٦٦١٥٣	١٠	٤٦١٢	٦٦٣٨٩	٩
٤٥١٣	٦٥٤٤٧	١٠	٤٥٣٨	٦٥٦٨٦	٩	٤٥٦٣	٦٥٩٢٥	٩	٤٥٨٨	٦٦١٦٢	٩	٤٦١٣	٦٦٣٩٨	٩
٤٥١٤	٦٥٤٥٦	٩	٤٥٣٩	٦٥٦٩٦	١٠	٤٥٦٤	٦٥٩٣٥	١٠	٤٥٨٩	٦٦١٧٢	١٠	٤٦١٤	٦٦٤٠٨	١٠
٤٥١٥	٦٥٤٦٦	١٠	٤٥٤٠	٦٥٧٠٦	١٠	٤٥٦٥	٦٥٩٤٤	٩	٤٥٩٠	٦٦١٨١	٩	٤٦١٥	٦٦٤١٧	٩
٤٥١٦	٦٥٤٧٥	٩	٤٥٤١	٦٥٧١٥	٩	٤٥٦٦	٦٥٩٥٤	١٠	٤٥٩١	٦٦١٩١	١٠	٤٦١٦	٦٦٤٢٧	١٠
٤٥١٧	٦٥٤٨٥	١٠	٤٥٤٢	٦٥٧٢٥	١٠	٤٥٦٧	٦٥٩٦٣	٩	٤٥٩٢	٦٦٢٠٠	٩	٤٦١٧	٦٦٤٣٦	٩
٤٥١٨	٦٥٤٩٥	١٠	٤٥٤٣	٦٥٧٣٤	٩	٤٥٦٨	٦٥٩٧٣	١٠	٤٥٩٣	٦٦٢١٠	١٠	٤٦١٨	٦٦٤٤٥	٩
٤٥١٩	٦٥٥٠٤	٩	٤٥٤٤	٦٥٧٤٤	١٠	٤٥٦٩	٦٥٩٨٢	٩	٤٥٩٤	٦٦٢١٩	٩	٤٦١٩	٦٦٤٥٥	١٠
٤٥٢٠	٦٥٥١٤	١٠	٤٥٤٥	٦٥٧٥٣	٩	٤٥٧٠	٦٥٩٩٢	١٠	٤٥٩٥	٦٦٢٢٩	١٠	٤٦٢٠	٦٦٤٦٤	٩
٤٥٢١	٦٥٥٢٣	٩	٤٥٤٦	٦٥٧٦٣	١٠	٤٥٧١	٦٦٠٠١	٩	٤٥٩٦	٦٦٢٣٨	٩	٤٦٢١	٦٦٤٧٤	١٠
٤٥٢٢	٦٥٥٣٣	١٠	٤٥٤٧	٦٥٧٧٢	٩	٤٥٧٢	٦٦٠١١	١٠	٤٥٩٧	٦٦٢٤٧	٩	٤٦٢٢	٦٦٤٨٣	٩
٤٥٢٣	٦٥٥٤٣	١٠	٤٥٤٨	٦٥٧٨٢	١٠	٤٥٧٣	٦٦٠٢٠	٩	٤٥٩٨	٦٦٢٥٧	١٠	٤٦٢٣	٦٦٤٩٢	٩
٤٥٢٤	٦٥٥٥٢	٩	٤٥٤٩	٦٥٧٩٢	١٠	٤٥٧٤	٦٦٠٣٠	١٠	٤٥٩٩	٦٦٢٦٦	٩	٤٦٢٤	٦٦٥٠٢	١٠
٤٥٢٥	٦٥٥٦٢	١٠	٤٥٥٠	٦٥٨٠١	٩	٤٥٧٥	٦٦٠٣٩	٩	٤٦٠٠	٦٦٢٧٦	١٠	٤٦٢٥	٦٦٥١١	٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٦٢٦	٦٦٥٢١	١٠	٤٦٥١	٦٦٧٥٥	١٠	٤٦٧٦	٦٦٩٨٧	٩	٤٧٠١	٦٧٢١٩	٩	٤٧٢٦	٦٧٤٤٩	٩
٤٦٢٧	٦٦٥٣٠	٩	٤٦٥٢	٦٦٧٦٤	٩	٤٦٧٧	٦٦٩٩٧	١٠	٤٧٠٢	٦٧٢٢٨	٩	٤٧٢٧	٦٧٤٥٩	١٠
٤٦٢٨	٦٦٥٣٩	٩	٤٦٥٣	٦٦٧٧٣	٩	٤٦٧٨	٦٧٠٠٦	٩	٤٧٠٣	٦٧٢٣٧	٩	٤٧٢٨	٦٧٤٦٨	٩
٤٦٢٩	٦٦٥٤٩	١٠	٤٦٥٤	٦٦٧٨٣	١٠	٤٦٧٩	٦٧٠١٥	٩	٤٧٠٤	٦٧٢٤٧	١٠	٤٧٢٩	٦٧٤٧٧	٩
٤٦٣٠	٦٦٥٥٨	٩	٤٦٥٥	٦٦٧٩٢	٩	٤٦٨٠	٦٧٠٢٥	١٠	٤٧٠٥	٦٧٢٥٦	٩	٤٧٣٠	٦٧٤٨٦	٩
٤٦٣١	٦٦٥٦٧	٩	٤٦٥٦	٦٦٨٠١	٩	٤٦٨١	٦٧٠٣٤	٩	٤٧٠٦	٦٧٢٦٥	٩	٤٧٣١	٦٧٤٩٥	٩
٤٦٣٢	٦٦٥٧٧	١٠	٤٦٥٧	٦٦٨١١	١٠	٤٦٨٢	٦٧٠٤٣	٩	٤٧٠٧	٦٧٢٧٤	٩	٤٧٣٢	٦٧٥٠٤	٩
٤٦٣٣	٦٦٥٨٦	٩	٤٦٥٨	٦٦٨٢٠	٩	٤٦٨٣	٦٧٠٥٢	٩	٤٧٠٨	٦٧٢٨٤	١٠	٤٧٣٣	٦٧٥١٤	١٠
٤٦٣٤	٦٦٥٩٦	١٠	٤٦٥٩	٦٦٨٢٩	٩	٤٦٨٤	٦٧٠٦٢	١٠	٤٧٠٩	٦٧٢٩٣	٩	٤٧٣٤	٦٧٥٢٣	٩
٤٦٣٥	٦٦٦٠٥	٩	٤٦٦٠	٦٦٨٣٩	١٠	٤٦٨٥	٦٧٠٧١	٩	٤٧١٠	٦٧٣٠٢	٩	٤٧٣٥	٦٧٥٣٢	٩
٤٦٣٦	٦٦٦١٤	٩	٤٦٦١	٦٦٨٤٨	٩	٤٦٨٦	٦٧٠٨٠	٩	٤٧١١	٦٧٣١١	٩	٤٧٣٦	٦٧٥٤١	٩
٤٦٣٧	٦٦٦٢٤	١٠	٤٦٦٢	٦٦٨٥٧	٩	٤٦٨٧	٦٧٠٨٩	٩	٤٧١٢	٦٧٣٢١	١٠	٤٧٣٧	٦٧٥٥٠	٩
٤٦٣٨	٦٦٦٣٣	٩	٤٦٦٣	٦٦٨٦٧	١٠	٤٦٨٨	٦٧٠٩٩	١٠	٤٧١٣	٦٧٣٣٠	٩	٤٧٣٨	٦٧٥٦٠	١٠
٤٦٣٩	٦٦٦٤٢	٩	٤٦٦٤	٦٦٨٧٦	٩	٤٦٨٩	٦٧١٠٨	٩	٤٧١٤	٦٧٣٣٩	٩	٤٧٣٩	٦٧٥٦٩	٩
٤٦٤٠	٦٦٦٥٢	١٠	٤٦٦٥	٦٦٨٨٥	٩	٤٦٩٠	٦٧١١٧	٩	٤٧١٥	٦٧٣٤٨	٩	٤٧٤٠	٦٧٥٧٨	٩
٤٦٤١	٦٦٦٦١	٩	٤٦٦٦	٦٦٨٩٤	٩	٤٦٩١	٦٧١٢٧	١٠	٤٧١٦	٦٧٣٥٧	٩	٤٧٤١	٦٧٥٨٧	٩
٤٦٤٢	٦٦٦٧١	١٠	٤٦٦٧	٦٦٩٠٤	١٠	٤٦٩٢	٦٧١٣٦	٩	٤٧١٧	٦٧٣٦٧	١٠	٤٧٤٢	٦٧٥٩٦	٩
٤٦٤٣	٦٦٦٨٠	٩	٤٦٦٨	٦٦٩١٣	٩	٤٦٩٣	٦٧١٤٥	٩	٤٧١٨	٦٧٣٧٦	٩	٤٧٤٣	٦٧٦٠٥	٩
٤٦٤٤	٦٦٦٨٩	٩	٤٦٦٩	٦٦٩٢٢	٩	٤٦٩٤	٦٧١٥٤	٩	٤٧١٩	٦٧٣٨٥	٩	٤٧٤٤	٦٧٦١٤	٩
٤٦٤٥	٦٦٦٩٩	١٠	٤٦٧٠	٦٦٩٣٢	١٠	٤٦٩٥	٦٧١٦٤	١٠	٤٧٢٠	٦٧٣٩٤	٩	٤٧٤٥	٦٧٦٢٤	١٠
٣٦٤٦	٦٦٧٠٨	٩	٤٦٧١	٦٦٩٤١	٩	٤٦٩٦	٦٧١٧٣	٩	٤٧٢١	٦٧٤٠٣	٩	٤٧٤٦	٦٧٦٣٣	٩
٤٦٤٧	٦٦٧١٧	٩	٤٦٧٢	٦٦٩٥٠	٩	٤٦٩٧	٦٧١٨٢	٩	٤٧٢٢	٦٧٤١٣	١٠	٤٧٤٧	٦٧٦٤٢	٩
٤٦٤٨	٦٦٧٢٧	١٠	٤٦٧٣	٦٦٩٦٠	١٠	٤٦٩٨	٦٧١٩١	٩	٤٧٢٣	٦٧٤٢٢	٩	٤٧٤٨	٦٧٦٥١	٩
٤٦٤٩	٦٦٧٣٦	٩	٤٦٧٤	٦٦٩٦٩	٩	٤٦٩٩	٦٧٢٠١	١٠	٤٧٢٤	٦٧٤٣١	٩	٤٧٤٩	٦٧٦٦٠	٩
٤٦٥٠	٦٦٧٤٥	٩	٤٦٧٥	٦٦٩٧٨	٩	٤٧٠٠	٦٧٢١٠	٩	٤٧٢٥	٦٧٤٤٠	٩	٤٧٥٠	٦٧٦٦٩	٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٧٥١	٦٧٦٧٩	١٠	٤٧٧٦	٦٧٩٠٦	٩	٤٨٠١	٦٨١٣٣	٩	٤٨٢٦	٦٨٣٥٩	٩	٤٨٥١	٦٨٥٨٣	٩
٤٧٥٢	٦٧٦٨٨	٩	٤٧٧٧	٦٧٩١٦	٩	٤٨٠٢	٦٨١٤٢	٩	٤٨٢٧	٦٨٣٦٨	٩	٤٨٥٢	٦٨٥٩٢	٩
٤٧٥٣	٦٧٦٩٧	٩	٤٧٧٨	٦٧٩٢٥	٩	٤٨٠٣	٦٨١٥١	٩	٤٨٢٨	٦٨٣٧٧	٩	٤٨٥٣	٦٨٦٠١	٩
٤٧٥٤	٦٧٧٠٦	٩	٤٧٧٩	٦٧٩٣٤	٩	٤٨٠٤	٦٨١٦٠	٩	٤٨٢٩	٦٨٣٨٦	٩	٤٨٥٤	٦٨٦١٠	٩
٤٧٥٥	٦٧٧١٥	٩	٤٧٨٠	٦٧٩٤٣	٩	٤٨٠٥	٦٨١٦٩	٩	٤٨٣٠	٦٨٣٩٥	٩	٤٨٥٥	٦٨٦١٩	٩
٤٧٥٦	٦٧٧٢٤	٩	٤٧٨١	٦٧٩٥٢	٩	٤٨٠٦	٦٨١٧٨	٩	٤٨٣١	٦٨٤٠٤	٩	٤٨٥٦	٦٨٦٢٨	٩
٤٧٥٧	٦٧٧٣٣	٩	٤٧٨٢	٦٧٩٦١	٩	٤٨٠٧	٦٨١٨٧	٩	٤٨٣٢	٦٨٤١٣	٩	٤٨٥٧	٦٨٦٣٧	٩
٤٧٥٨	٦٧٧٤٢	٩	٤٣٨٣	٦٧٩٧٠	٩	٤٨٠٨	٦٨١٩٦	٩	٤٨٣٣	٦٨٤٢٢	٩	٤٨٥٨	٦٨٦٤٦	٩
٤٧٥٩	٦٧٧٥٢	١٠	٤٧٨٤	٦٧٩٧٩	٩	٤٨٠٩	٦٨٢٠٥	٩	٤٨٣٤	٦٨٤٣١	٩	٤٨٥٩	٦٨٦٥٥	٩
٤٧٦٠	٦٧٧٦١	٩	٤٧٨٥	٦٧٩٨٨	٩	٤٨١٠	٦٨٢١٥	١٠	٤٨٣٥	٦٨٤٤٠	٩	٤٨٦٠	٦٨٦٦٤	٩
٤٧٦١	٦٧٧٧٠	٩	٤٧٨٦	٦٧٩٩٧	٩	٤٨١١	٦٨٢٢٤	٩	٤٨٣٦	٦٨٤٤٩	٩	٤٨٦١	٦٨٦٧٣	٩
٤٧٦٢	٦٧٧٧٩	٩	٤٧٨٧	٦٨٠٠٦	٩	٤٨١٢	٦٨٢٣٣	٩	٤٨٣٧	٦٨٤٥٨	٩	٤٨٦٢	٦٨٦٨١	٨
٤٧٦٣	٦٧٧٨٨	٩	٤٧٨٨	٦٨٠١٥	٩	٤٨١٣	٦٨٢٤٢	٩	٤٨٣٨	٦٨٤٦٧	٩	٤٨٦٣	٦٨٦٩٠	٩
٤٧٦٤	٦٧٧٩٧	٩	٤٧٨٩	٦٨٠٢٤	٩	٤٨١٤	٦٨٢٥١	٩	٤٨٣٩	٦٨٤٧٦	٩	٤٨٦٤	٦٨٦٩٩	٩
٤٧٦٥	٦٧٨٠٦	٩	٤٧٩٠	٦٨٠٣٤	١٠	٤٨١٥	٦٨٢٦٠	٩	٤٨٤٠	٦٨٤٨٥	٩	٤٨٦٥	٦٨٧٠٨	٩
٤٧٦٦	٦٧٨١٥	٩	٤٧٩١	٦٨٠٤٣	٩	٤٨١٦	٦٨٢٦٩	٩	٤٨٤١	٦٨٤٩٤	٩	٤٨٦٦	٦٨٧١٧	٩
٤٧٦٧	٦٧٨٢٥	١٠	٤٧٩٢	٦٨٠٥٢	٩	٤٨١٧	٦٨٢٧٨	٩	٤٨٤٢	٦٨٥٠٢	٩	٤٨٦٧	٦٨٧٢٦	٩
٤٧٦٨	٦٧٨٣٤	٩	٤٧٩٣	٦٨٠٦١	٩	٤٨١٨	٦٨٢٨٧	٩	٤٨٤٣	٦٨٥١١	٩	٤٨٦٨	٦٨٧٣٥	٩
٤٧٦٩	٦٧٨٤٣	٩	٤٧٩٤	٦٨٠٧٠	٩	٤٨١٩	٦٨٢٩٦	٩	٤٨٤٤	٦٨٥٢٠	٩	٤٨٦٩	٦٨٧٤٤	٩
٤٧٧٠	٦٧٨٥٢	٩	٤٧٩٥	٦٨٠٧٩	٩	٤٨٢٠	٦٨٣٠٥	٩	٤٨٤٥	٦٨٥٢٩	٩	٤٨٧٠	٦٨٧٥٣	٩
٤٧٧١	٦٧٨٦١	٩	٤٧٩٦	٦٨٠٨٨	٩	٤٨٢١	٦٨٣١٤	٩	٤٨٤٦	٦٨٥٣٨	٩	٤٨٧١	٦٨٧٦٢	٩
٤٧٧٢	٦٧٨٧٠	٩	٤٧٩٧	٦٨٠٩٧	٩	٤٨٢٢	٦٨٣٢٣	٩	٤٨٤٧	٦٨٥٤٧	٩	٤٨٧٢	٦٨٧٧١	٩
٤٧٧٣	٦٧٨٧٩	٩	٤٧٩٨	٦٨١٠٦	٩	٤٨٢٣	٦٨٣٣١	٩	٤٨٤٨	٦٨٥٥٦	٩	٤٨٧٣	٦٨٧٨٠	٩
٤٧٧٤	٦٧٨٨٨	٩	٤٧٩٩	٦٨١١٥	٩	٤٨٢٤	٦٨٣٤١	٩	٤٨٤٩	٦٨٥٦٥	٩	٤٨٧٤	٦٨٧٨٩	٩
٤٧٧٥	٦٧٨٩٧	٩	٤٨٠٠	٦٨١٢٤	٩	٤٨٢٥	٦٨٣٥٠	٩	٤٨٥٠	٦٨٥٧٤	٩	٤٨٧٥	٦٨٧٩٧	٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٤٨٧٦	٦٨٨٠٦	٩	٤٩٠١	٦٩٠٢٨	٨	٤٩٢٦	٦٩٢٤٩	٨	٤٩٥١	٦٩٤٦٩	٨	٤٩٧٦	٦٩٦٨٨	٩
٤٨٧٧	٦٨٨١٥	٩	٤٩٠٢	٦٩٠٣٧	٩	٤٩٢٧	٦٩٢٥٨	٩	٤٩٥٢	٦٩٤٧٨	٩	٤٩٧٧	٦٩٦٩٧	٩
٤٨٧٨	٦٨٨٢٤	٩	٤٩٠٣	٦٩٠٤٦	٩	٤٩٢٨	٦٩٢٦٧	٩	٤٩٥٣	٦٩٤٨٧	٩	٤٩٧٨	٦٩٧٠٥	٨
٤٨٧٩	٦٨٨٣٣	٩	٤٩٠٤	٦٩٠٥٥	٩	٤٩٢٩	٦٩٢٧٦	٩	٤٩٥٤	٦٩٤٩٦	٩	٤٩٧٩	٦٩٧١٤	٩
٤٨٨٠	٦٨٨٤٢	٩	٤٩٠٥	٦٩٠٦٤	٩	٤٩٣٠	٦٩٢٨٥	٩	٤٩٥٥	٦٩٥٠٤	٨	٤٩٨٠	٦٩٧٢٣	٩
٤٨٨١	٦٨٨٥١	٩	٤٩٠٦	٦٩٠٧٣	٩	٤٩٣١	٦٩٢٩٤	٩	٤٩٥٦	٦٩٥١٣	٩	٤٩٨١	٦٩٧٣٢	٩
٤٨٨٢	٦٨٨٦٠	٩	٤٩٠٧	٦٩٠٨٢	٩	٤٩٣٢	٦٩٣٠٢	٨	٤٩٥٧	٦٩٥٢٢	٩	٤٩٨٢	٦٩٧٤٠	٨
٤٨٨٣	٦٨٨٦٩	٩	٤٩٠٨	٦٩٠٩٠	٨	٤٩٣٣	٦٩٣١١	٩	٤٩٥٨	٦٩٥٣١	٩	٤٩٨٣	٦٩٧٤٩	٩
٤٨٨٤	٦٨٨٧٨	٩	٤٩٠٩	٦٩٠٩٩	٩	٤٩٣٤	٦٩٣٢٠	٩	٤٩٥٩	٦٩٥٣٩	٨	٤٩٨٤	٦٩٧٥٨	٩
٤٨٨٥	٦٨٨٨٦	٨	٤٩١٠	٦٩١٠٨	٩	٤٩٣٥	٦٩٣٢٩	٩	٤٩٦٠	٦٩٥٤٨	٩	٤٩٨٥	٦٩٧٦٧	٩
٤٨٨٦	٦٨٨٩٥	٩	٤٩١١	٦٩١١٧	٩	٤٩٣٦	٦٩٣٣٨	٩	٤٩٦١	٦٩٥٥٧	٩	٤٩٨٦	٦٩٧٧٥	٨
٤٨٨٧	٦٨٩٠٤	٩	٤٩١٢	٦٩١٢٦	٩	٤٩٣٧	٦٩٣٤٦	٨	٤٩٦٢	٦٩٥٦٦	٩	٤٩٨٧	٦٩٧٨٤	٩
٤٨٨٨	٦٤٩١٣	٩	٤٩١٣	٦٩١٣٥	٩	٤٩٣٨	٦٩٣٥٥	٩	٤٩٦٣	٦٩٥٧٤	٨	٤٩٨٨	٦٩٧٩٣	٩
٤٨٨٩	٦٨٩٢٢	٩	٤٩١٤	٦٩١٤٤	٩	٤٩٣٩	٦٩٣٦٤	٩	٤٩٦٤	٦٩٥٨٣	٩	٤٩٨٩	٦٩٨٠١	٨
٤٨٩٠	٦٨٩٣١	٩	٤٩١٥	٦٩١٥٢	٨	٤٩٤٠	٦٩٣٧٣	٩	٤٩٦٥	٦٩٥٩٢	٩	٤٩٩٠	٦٩٨١٠	٩
٤٨٩١	٦٨٩٤٠	٩	٤٩١٦	٦٩١٦١	٩	٤٩٤١	٦٩٣٨١	٨	٤٩٦٦	٦٩٦٠١	٩	٤٩٩١	٦٩٨١٩	٩
٤٨٩٢	٦٨٩٤٩	٩	٤٩١٧	٦٩١٧٠	٩	٤٩٤٢	٦٩٣٩٠	٩	٤٩٦٧	٦٩٦٠٩	٨	٤٩٩٢	٦٩٨٢٧	٨
٤٨٩٣	٦٨٩٥٨	٩	٤٩١٨	٦٩١٧٩	٩	٤٩٤٣	٦٩٣٩٩	٩	٤٩٦٨	٦٩٦١٨	٩	٤٩٩٣	٦٩٨٣٦	٩
٤٨٩٤	٦٨٩٦٦	٨	٤٩١٩	٦٩١٨٨	٩	٤٩٤٤	٦٩٤٠٨	٩	٤٩٦٩	٦٩٦٢٧	٩	٤٩٩٤	٦٩٨٤٥	٩
٤٨٩٥	٦٨٩٧٥	٩	٤٩٢٠	٦٩١٩٧	٩	٤٩٤٥	٦٩٤١٧	٩	٤٩٧٠	٦٩٦٣٦	٩	٤٩٩٥	٦٩٨٥٤	٩
٤٨٩٦	٦٨٩٨٤	٩	٤٩٢١	٦٩٢٠٥	٨	٤٩٤٦	٦٩٤٢٥	٨	٤٩٧١	٦٩٦٤٤	٨	٤٩٩٦	٦٩٨٦٢	٨
٤٨٩٧	٦٨٩٩٣	٩	٤٩٢٢	٦٩٢١٤	٩	٤٩٤٧	٦٩٤٣٤	٩	٤٩٧٢	٦٩٦٥٣	٩	٤٩٩٧	٦٩٨٧١	٩
٤٨٩٨	٦٩٠٠٢	٩	٤٩٢٣	٦٩٢٢٣	٩	٤٩٤٨	٦٩٤٤٣	٩	٤٩٧٣	٦٩٦٦٢	٩	٤٩٩٨	٦٩٨٨٠	٩
٤٨٩٩	٦٩٠١١	٩	٤٩٢٤	٦٩٢٣٢	٩	٤٩٤٩	٦٩٤٥٢	٩	٤٩٧٤	٦٩٦٧١	٩	٤٩٩٩	٦٩٨٨٨	٨
٤٩٠٠	٦٩٠٢٠	٩	٤٩٢٥	٦٩٢٤١	٩	٤٩٥٠	٦٩٤٦١	٩	٤٩٧٥	٦٩٦٧٩	٨	٥٠٠٠	٦٩٨٩٧	٩

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٥٠٠١	٦٩٩٠٦	٩	٥٠٢٦	٧٠١٢٢	٨	٥٠٥١	٧٠٣٣٨	٩	٥٠٧٦	٧٠٥٥٢	٨	٥١٠١	٧٠٧٦٦	٩
٥٠٠٢	٦٩٩١٤	٨	٥٠٢٧	٧٠١٣١	٩	٥٠٥٢	٧٠٣٤٦	٨	٥٠٧٧	٧٠٥٦١	٩	٥١٠٢	٧٠٧٧٤	٨
٥٠٠٣	٦٩٩٢٣	٩	٥٠٢٨	٧٠١٤٠	٩	٥٠٥٤	٧٠٣٥٥	٩	٥٠٧٨	٧٠٥٦٩	٨	٥١٠٣	٧٠٧٨٣	٩
٥٠٠٤	٦٩٩٣٢	٩	٥٠٢٩	٧٠١٤٨	٨	٥٠٥٤	٧٠٣٦٤	٩	٥٠٧٩	٧٠٥٧٨	٩	٥١٠٤	٧٠٧٩١	٨
٥٠٠٥	٦٩٩٤٠	٨	٥٠٣٠	٧٠١٥٧	٩	٥٠٥٥	٧٠٣٧٢	٨	٥٠٨٠	٧٠٥٨٦	٨	٥١٠٥	٧٠٨٠٠	٩
٥٠٠٦	٦٩٩٤٩	٩	٥٠٣١	٧٠١٦٥	٨	٥٠٥٦	٧٠٣٨١	٩	٥٠٨١	٧٠٥٩٥	٩	٥١٠٦	٧٠٨٠٨	٨
٥٠٠٧	٦٩٩٥٨	٩	٥٠٣٢	٧٠١٧٤	٩	٥٠٥٧	٧٠٣٨٩	٨	٥٠٨٢	٧٠٦٠٣	٨	٥١٠٧	٧٠٨١٧	٩
٥٠٠٨	٦٩٩٦٦	٨	٥٠٣٣	٧٠١٨٣	٩	٥٠٥٨	٧٠٣٩٨	٩	٥٠٨٣	٧٠٦١٢	٩	٥١٠٨	٧٠٨٢٥	٨
٥٠٠٩	٦٩٩٧٥	٩	٥٠٣٤	٧٠١٩١	٨	٥٠٥٩	٧٠٤٠٦	٨	٥٠٨٤	٧٠٦٢١	٩	٥١٠٩	٧٠٨٣٤	٩
٥٠١٠	٦٩٩٨٤	٩	٥٠٣٥	٧٠٢٠٠	٩	٥٠٦٠	٧٠٤١٥	٩	٥٠٨٥	٧٠٦٢٩	٨	٥١١٠	٧٠٨٤٢	٨
٥٠١١	٦٩٩٩٢	٨	٥٠٣٦	٧٠٢٠٩	٨	٥٠٦١	٧٠٤٢٤	٩	٥٠٨٦	٧٠٦٣٨	٩	٥١١١	٧٠٨٥١	٩
٥٠١٢	٧٠٠٠١	٩	٥٠٣٧	٧٠٢١٧	٩	٥٠٦٢	٧٠٤٣٢	٨	٥٠٨٧	٧٠٦٤٦	٨	٥١١٢	٧٠٨٥٩	٨
٥٠١٣	٧٠٠١٠	٩	٥٠٣٨	٧٠٢٢٦	٨	٥٠٦٣	٧٠٤٤١	٩	٥٠٨٨	٧٠٦٥٥	٩	٥١١٣	٧٠٨٦٨	٩
٥٠١٤	٧٠٠١٨	٨	٥٠٣٩	٧٠٢٣٤	٩	٥٠٦٤	٧٠٤٤٩	٨	٥٠٨٩	٧٠٦٦٣	٨	٥١١٤	٧١٨٧٦	٨
٥٠١٥	٧٠٠٢٧	٩	٥٠٤٠	٧٠٢٤٣	٩	٥٠٦٥	٧٠٤٥٨	٩	٥٠٩٠	٧٠٦٧٢	٩	٥١١٥	٧٠٨٨٥	٩
٥٠١٦	٧٠٠٣٦	٩	٥٠٤١	٧٠٢٥٢	٩	٥٠٦٦	٧٠٤٦٧	٩	٥٠٩١	٧٠٦٨٠	٨	٥١١٦	٧٠٨٩٣	٨
٥٠١٧	٧٠٠٤٤	٨	٥٠٤٢	٧٠٢٦٠	٨	٥٠٦٧	٧٠٤٧٥	٨	٥٠٩٢	٧٠٦٨٩	٩	٥١١٧	٧٠٩٠٢	٩
٥٠١٨	٧٠٠٥٣	٩	٥٠٤٣	٧٠٢٦٩	٩	٥٠٦٨	٧٠٤٨٤	٩	٥٠٩٣	٧٠٦٩٧	٨	٥١١٨	٧٠٩١٠	٨
٥٠١٩	٧٠٠٦٢	٩	٥٠٤٤	٧٠٢٧٨	٩	٥٠٦٩	٧٠٤٩٢	٨	٥٠٩٤	٧٠٧٠٦	٩	٥١١٩	٧٠٩١٩	٩
٥٠٢٠	٧٠٠٧٠	٨	٥٠٤٥	٧٠٢٨٦	٨	٥٠٧٠	٧٠٥٠١	٩	٥٠٩٥	٧٠٧١٤	٨	٥١٢٠	٧٠٩٢٧	٨
٥٠٢١	٧٠٠٧٩	٩	٥٠٤٦	٧٠٢٩٥	٩	٥٠٧١	٧٠٥٠٩	٨	٥٠٩٦	٧٠٧٢٣	٩	٥١٢١	٧٠٩٣٥	٨
٥٠٢٢	٧٠٠٨٨	٩	٥٠٤٧	٧٠٣٠٣	٨	٥٠٧٢	٧٠٥١٨	٩	٥٠٩٧	٧٠٧٣١	٨	٥١٢٢	٧٠٩٤٤	٩
٥٠٢٣	٧٠٠٩٦	٨	٥٠٤٨	٧٠٣١٢	٩	٥٠٧٤	٧٠٥٢٦	٨	٥٠٩٨	٧٠٧٤٠	٩	٥١٢٣	٧٠٩٥٢	٨
٥٠٢٤	٧٠١٠٥	٩	٥٠٤٩	٧٠٣٢١	٩	٥٠٧٤	٧٠٥٣٥	٩	٥٠٩٩	٧٠٧٤٩	٩	٥١٢٤	٧٠٩٦١	٩
٥٠٢٥	٧٠١١٤	٩	٥٠٥٠	٧٠٣٢٩	٨	٥٠٧٥	٧٠٥٤٤	٩	٥١٠٠	٧٠٧٥٧	٨	٥١٢٥	٧٠٩٦٩	٨

عدد	لوغا	ف
		٩
٥١٢٦	٧٠٩٧٨	
٥١٢٧	٧٠٩٨٦	٨
٥١٢٨	٧٠٩٩٥	٩
٥١٢٩	٧١٠٠٣	٨
٥١٣٠	٧١٠١٢	٩
		٨
٥١٣١	٧١٠٢٠	
٥١٣٢	٧١٠٢٩	٩
٥١٣٣	٧١٠٣٧	٨
٥١٣٤	٧١٠٤٦	٩
٥١٣٥	٧١٠٥٤	٨
		٩
٥١٣٦	٧١٠٦٣	
٥١٣٧	٧١٠٧١	٨
٥١٣٨	٧١٠٧٩	٨
٥١٣٩	٧١٠٨٨	٩
٥١٤٠	٧١٠٩٦	٨
		٩
٥١٤١	٧١١٠٥	
٥١٤٢	٧١١١٣	٨
٥١٤٣	٧١١٢٢	٩
٥١٤٤	٧١١٣٠	٨
٥١٤٥	٧١١٣٩	٩
		٨
٥١٤٦	٧١١٤٧	
٥١٤٧	٧١١٥٥	٨
٥١٤٨	٧١١٦٤	٩
٥١٤٩	٧١١٧٢	٨
٥١٥٠	٧١١٨١	٩

عدد	لوغا	ف
		٨
٥١٥١	٧١١٨٩	
٥١٥٢	٧١١٩٨	٩
٥١٥٣	٧١٢٠٦	٨
٥١٥٤	٧١٢١٤	٨
٥١٥٥	٧١٢٢٣	٩
		٨
٥١٥٦	٧١٢٣١	
٥١٥٧	٧١٢٤٠	٩
٥١٥٨	٧١٢٤٨	٨
٥١٥٩	٧١٢٥٧	٩
٥١٦٠	٧١٢٦٥	٨
		٨
٥١٦١	٧١٢٧٣	
٥١٦٢	٧١٢٨٢	٩
٥١٦٣	٧١٢٩٠	٨
٥١٦٤	٧١٢٩٩	٩
٥١٦٥	٧١٣٠٧	٨
		٨
٥١٦٦	٧١٣١٥	
٥١٦٧	٧١٣٢٤	٩
٥١٦٨	٧١٣٣٢	٨
٥١٦٩	٧١٣٤١	٩
٥١٧٠	٧١٣٤٩	٨
		٨
٥١٧١	٧١٣٥٧	
٥١٧٢	٧١٣٦٦	٩
٥١٧٣	٧١٣٧٤	٨
٥١٧٤	٧١٣٨٣	٩
٥١٧٥	٧١٣٩١	٨

عدد	لوغا	ف
		٨
٥١٧٦	٧١٣٩٩	
٥١٧٧	٧١٤٠٨	٩
٥١٧٨	٧١٤١٦	٨
٥١٧٩	٧١٤٢٥	٩
٥١٨٠	٧١٤٣٣	٨
		٨
٥١٨١	٧١٤٤١	
٥١٨٢	٧١٤٥٠	٩
٥١٨٣	٧١٤٥٨	٨
٥١٨٤	٧١٤٦٦	٨
٥١٨٥	٧١٤٧٥	٩
		٨
٥١٨٦	٧١٤٨٣	
٥١٨٧	٧١٤٩٢	٩
٥١٨٨	٧١٥٠٠	٨
٥١٨٩	٧١٥٠٨	٨
٥١٩٠	٧١٥١٧	٩
		٨
٥١٩١	٧١٥٢٥	
٥١٩٢	٧١٥٣٣	٨
٥١٩٣	٧١٥٤٢	٩
٥١٩٤	٧١٥٥٠	٨
٥١٩٥	٧١٥٥٩	٩
		٨
٥١٩٦	٧١٥٦٧	
٥١٩٧	٧١٥٧٥	٨
٥١٩٨	٧١٥٨٤	٩
٥١٩٩	٧١٥٩٢	٨
٥٢٠٠	٧١٦٠٠	٨

عدد	لوغا	ف
		٩
٥٢٠١	٧١٦٠٩	
٥٢٠٢	٧١٦١٧	٨
٥٢٠٣	٧١٦٢٥	٨
٥٢٠٤	٧١٦٣٤	٩
٥٢٠٥	٧١٦٤٢	٨
		٨
٥٢٠٦	٧١٦٥٠	
٥٢٠٧	٧١٦٥٩	٩
٥٢٠٨	٧١٦٦٧	٨
٥٢٠٩	٧١٦٧٥	٨
٥٢١٠	٧١٦٨٤	٩
		٨
٥٢١١	٧١٦٩٢	
٥٢١٢	٧١٧٠٠	٨
٥٢١٣	٧١٧٠٩	٩
٥٢١٤	٧١٧١٧	٨
٥٢١٥	٧١٧٢٥	٨
		٩
٥٢١٦	٧١٧٣٤	
٥٢١٧	٧١٧٤٢	٨
٥٢١٨	٧١٧٥٠	٨
٥٢١٩	٧١٧٥٩	٩
٥٢٢٠	٧١٧٦٧	٨
		٨
٥٢٢١	٧١٧٧٥	
٥٢٢٢	٧١٧٨٤	٩
٥٢٢٣	٧١٧٩٢	٨
٥٢٢٤	٧١٨٠٠	٨
٥٢٢٥	٧١٨٠٩	٩

عدد	لوغا	ف
		٨
٥٢٢٦	٧١٨١٧	
٥٢٢٧	٧١٨٢٥	٨
٥٢٢٨	٧١٨٣٤	٩
٥٢٢٩	٧١٨٤٢	٨
٥٢٣٠	٧١٨٥٠	٨
		٨
٥٢٣١	٧١٨٥٨	
٥٢٣٢	٧١٨٦٧	٩
٥٢٣٣	٧١٨٧٥	٨
٥٢٣٤	٧١٨٨٣	٨
٥٢٣٥	٧١٨٩٢	٩
		٨
٥٢٣٦	٧١٩٠٠	
٥٢٣٧	٧١٩٠٨	٨
٥٢٣٨	٧١٩١٧	٩
٥٢٣٩	٧١٩٢٥	٨
٥٢٤٠	٧١٩٣٣	٨
		٨
٥٢٤١	٧١٩٤١	
٥٢٤٢	٧١٩٥٠	٩
٥٢٤٣	٧١٩٥٨	٨
٥٢٤٤	٧١٩٦٦	٨
٥٢٤٥	٧١٩٧٥	٩
		٨
٥٢٤٦	٧١٩٨٣	
٥٢٤٧	٧١٩٩١	٨
٥٢٤٨	٧١٩٩٩	٨
٥٢٤٩	٧٢٠٠٨	٩
٥٢٥٠	٧٢٠١٦	٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		٨			٨			٨			٨			٨
٥٢٥١	٧٢٠٢٤		٥٢٧٦	٧٢٢٣٠		٥٣٠١	٧٢٤٣٦		٥٣٢٦	٧٢٦٤٠		٥٣٥١	٧٢٨٤٣	
٥٢٥٢	٧٢٠٣٢	٨	٥٢٧٧	٧٢٢٣٩	٩	٥٣٠٢	٧٢٤٤٤	٨	٥٣٢٧	٧٢٦٤٨	٨	٥٣٥٢	٧٢٨٥٢	٩
٥٢٥٣	٧٢٠٤١	٩	٥٢٧٨	٧٢٢٤٧	٨	٥٣٠٣	٧٢٤٥٢	٨	٥٣٢٨	٧٢٦٥٦	٨	٥٣٥٣	٧٢٨٦٠	٨
٥٢٥٤	٧٢٠٤٩	٨	٥٢٧٩	٧٢٢٥٥	٨	٥٣٠٤	٧٢٤٦٠	٨	٥٣٢٩	٧٢٦٦٥	٩	٥٣٥٤	٧٢٨٦٨	٨
٥٢٥٥	٧٢٠٥٧	٨	٥٢٨٠	٧٢٢٦٣	٨	٥٣٠٥	٧٢٤٦٩	٩	٥٣٣٠	٧٢٦٧٣	٨	٥٣٥٥	٧٢٨٧٦	٨
		٩			٩			٨			٨			٨
٥٢٥٦	٧٢٠٦٦		٥٢٨١	٧٢٢٧٢		٥٣٠٦	٧٢٤٧٧		٥٣٣١	٧٢٦٨١		٥٣٥٦	٧٢٨٨٤	
٥٢٥٧	٧٢٠٧٤	٨	٥٢٨٢	٧٢٢٨٠	٨	٥٣٠٧	٧٢٤٨٥	٨	٥٣٣٢	٧٢٦٨٩	٨	٥٣٥٧	٧٢٨٩٢	٨
٥٢٥٨	٧٢٠٨٢	٨	٥٢٨٣	٧٢٢٨٨	٨	٥٣٠٨	٧٢٤٩٣	٨	٥٣٣٣	٧٢٦٩٧	٨	٥٣٥٨	٧٢٩٠٠	٨
٥٢٥٩	٧٢٠٩٠	٨	٥٢٨٤	٧٢٢٩٦	٨	٥٣٠٩	٧٢٥٠١	٨	٥٣٣٤	٧٢٧٠٥	٨	٥٣٥٩	٧٢٩٠٨	٨
٥٢٦٠	٧٢٠٩٩	٩	٥٢٨٥	٧٢٣٠٤	٨	٥٣١٠	٧٢٥٠٩	٨	٥٣٣٥	٧٢٧١٣	٨	٥٣٦٠	٧٢٩١٦	٨
		٨			٩			٩			٩			٩
٥٢٦١	٧٢١٠٧		٥٢٨٦	٧٢٣١٣		٥٣١١	٧٢٥١٨		٥٣٣٦	٧٢٧٢٢		٥٣٦١	٧٢٩٢٥	
٥٢٦٢	٧٢١١٥	٨	٥٢٨٧	٧٢٣٢١	٨	٥٣١٢	٧٢٥٢٦	٨	٥٣٣٧	٧٢٧٣٠	٨	٥٣٦٢	٧٢٩٣٣	٨
٥٢٦٣	٧٢١٢٤	٨	٥٢٨٨	٧٢٣٢٩	٨	٥٣١٣	٧٢٥٣٤	٨	٤٣٣٨	٧٢٧٣٨	٨	٥٣٦٣	٧٢٩٤١	٨
٥٢٦٤	٧٢١٣٢	٩	٥٢٨٩	٧٢٣٣٧	٨	٥٣١٤	٧٢٥٤٢	٨	٥٣٣٩	٧٢٧٤٦	٨	٥٣٦٤	٧٢٩٤٩	٨
٥٢٦٥	٧٢١٤٠	٨	٥٢٩٠	٧٢٣٤٦	٩	٥٣١٥	٧٢٥٥٠	٨	٥٣٤٠	٧٢٧٥٤	٨	٥٣٦٥	٧٢٩٥٧	٨
		٨			٨			٨			٨			٨
٥٢٦٦	٧٢١٤٨		٥٢٩١	٧٢٣٥٤		٥٣١٦	٧٢٥٥٨		٥٣٤١	٧٢٧٦٢		٥٣٦٦	٧٢٩٦٥	
٥٢٦٧	٧٢١٥٦	٨	٥٢٩٢	٧٢٣٦٢	٨	٥٣١٧	٧٢٥٦٧	٩	٥٣٤٢	٧٢٧٧٠	٨	٥٣٦٧	٧٢٩٧٣	٨
٥٢٦٨	٧٢١٦٥	٩	٥٢٩٣	٧٢٣٧٠	٨	٥٣١٨	٧٢٥٧٥	٨	٥٣٤٣	٧٢٧٧٩	٩	٥٣٦٨	٧٢٩٨١	٨
٥٢٦٩	٧٢١٧٣	٨	٥٢٩٤	٧٢٣٧٨	٨	٥٣١٩	٧٢٥٨٣	٨	٥٣٤٤	٧٢٧٨٧	٨	٥٣٩٩	٧٢٩٨٩	٨
٥٢٧٠	٧٢١٨١	٨	٥٢٩٥	٧٢٣٨٧	٩	٥٣٢٠	٧٢٥٩١	٨	٥٣٤٥	٧٢٧٩٥	٨	٥٣٧٠	٧٢٩٩٧	٨
		٨			٨			٨			٨			٩
٥٢٧١	٧٢١٨٩		٥٢٩٦	٧٢٣٩٥		٥٣٢١	٧٢٥٩٩		٥٣٤٦	٧٢٨٠٣		٥٣٧١	٧٣٠٠٦	
٥٢٧٢	٧٢١٩٨	٩	٥٢٩٧	٧٢٤٠٣	٨	٥٣٢٢	٧٢٦٠٧	٨	٥٣٤٧	٧٢٨١١	٨	٥٣٧٢	٧٣٠١٤	٨
٥٢٧٣	٧٢٢٠٦	٨	٥٢٩٨	٧٢٤١١	٨	٥٣٢٣	٧٢٦١٦	٩	٥٣٤٨	٧٢٨١٩	٨	٥٣٧٣	٧٣٠٢٢	٨
٥٢٧٤	٧٢٢١٤	٨	٥٢٩٩	٧٢٤١٩	٨	٥٣٢٤	٧٢٦٢٤	٨	٥٣٤٩	٧٢٨٢٧	٨	٥٣٧٤	٧٣٠٣٠	٨
٥٢٧٥	٧٢٢٢٢	٨	٥٣٠٠	٧٢٤٢٨	٩	٥٣٢٥	٧٢٦٣٢	٨	٥٣٥٠	٧٢٨٣٥	٨	٥٣٧٥	٧٣٠٣٨	٨

عدد	لوغا	ف
٥٣٧٦	٧٣٠٤٦	٨
٥٣٧٧	٧٣٠٥٤	٨
٥٣٧٨	٧٣٠٦٢	٨
٥٣٧٩	٧٣٠٧٠	٨
٥٣٨٠	٧٣٠٧٨	٨
٥٣٨١	٧٣٠٨٦	٨
٥٣٨٢	٧٣٠٩٤	٨
٥٣٨٣	٧٣١٠٢	٨
٥٣٨٤	٧٣١١١	٩
٥٣٨٥	٧٣١١٩	٨
٥٣٨٦	٧٣١٢٧	٨
٥٣٨٧	٧٣١٣٥	٨
٥٣٨٨	٧٣١٤٣	٨
٥٣٨٩	٧٣١٥١	٨
٥٣٩٠	٧٣١٥٩	٨
٥٣٩١	٧٣١٦٧	٨
٥٣٩٢	٧٣١٧٥	٨
٥٣٩٣	٧٣١٨٣	٨
٥٣٩٤	٧٣١٩١	٨
٥٣٩٥	٧٣١٩٩	٨
٥٣٩٦	٧٣٢٠٧	٨
٥٣٩٧	٧٣٢١٥	٨
٥٣٩٨	٧٣٢٢٣	٨
٥٣٩٩	٧٣٢٣١	٨
٥٤٠٠	٧٣٢٣٩	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٠١	٧٣٢٤٧	٨
٥٤٠٢	٧٣٢٥٥	٨
٥٤٠٣	٧٣٢٦٣	٨
٥٤٠٤	٧٣٢٧٢	٩
٥٤٠٥	٧٣٢٨٠	٨
٥٤٠٦	٧٣٢٨٨	٨
٥٤٠٧	٧٣٢٩٦	٨
٥٤٠٨	٧٣٣٠٤	٨
٥٤٠٩	٧٣٣١٢	٨
٥٤١٠	٧٣٣٢٠	٨
٥٤١١	٧٣٣٢٨	٨
٥٤١٢	٧٣٣٣٦	٨
٥٤١٣	٧٣٣٤٤	٨
٥٤١٤	٧٣٣٥٢	٨
٥٤١٥	٧٣٣٦٠	٨
٥٤١٦	٧٣٣٦٨	٨
٥٤١٧	٧٣٣٧٦	٨
٥٤١٨	٧٣٣٨٤	٨
٥٤١٩	٧٣٣٩٢	٨
٥٤٢٠	٧٣٤٠٠	٨
٥٤٢١	٧٣٤٠٨	٨
٥٤٢٢	٧٣٤١٦	٧
٥٤٢٣	٧٣٤٢٤	٨
٥٤٢٤	٧٣٤٣٢	٨
٥٤٢٥	٧٣٤٤٠	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٢٦	٧٣٤٤٨	٨
٥٤٢٧	٧٣٤٥٦	٨
٥٤٢٨	٧٣٤٦٤	٨
٥٤٢٩	٧٣٤٧٢	٨
٥٤٣٠	٧٣٤٨٠	٨
٥٤٣١	٧٣٤٨٨	٨
٥٤٣٢	٧٣٤٩٦	٨
٥٤٣٣	٧٣٥٠٤	٨
٥٤٣٤	٧٣٥١٢	٨
٥٤٣٥	٧٣٥٢٠	٨
٥٤٣٦	٧٣٥٢٨	٨
٥٤٣٧	٧٣٥٣٦	٨
٥٤٣٨	٧٣٥٤٤	٨
٥٤٣٩	٧٣٥٥٢	٨
٥٤٤٠	٧٣٥٦٠	٨
٥٤٤١	٧٣٥٦٨	٨
٥٤٤٢	٧٣٥٧٦	٨
٥٤٤٣	٧٣٥٨٤	٨
٥٤٤٤	٧٣٥٩٢	٨
٥٤٤٥	٧٣٦٠٠	٨
٥٤٤٦	٧٣٦٠٨	٨
٥٤٤٧	٧٣٦١٦	٨
٥٤٤٨	٧٣٦٢٤	٨
٥٤٤٩	٧٣٦٣٢	٨
٥٤٥٠	٧٣٦٤٠	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٥١	٧٣٦٤٨	٨
٥٤٥٢	٧٣٦٥٦	٨
٥٤٥٣	٧٣٦٦٤	٨
٥٤٥٤	٧٣٦٧٢	٨
٥٤٥٥	٧٣٦٧٩	٧
٥٤٥٦	٧٣٦٨٧	٨
٥٤٥٧	٧٣٦٩٥	٨
٥٤٥٨	٧٣٧٠٣	٨
٥٤٥٩	٧٣٧١١	٨
٥٤٦٠	٧٣٧١٩	٨
٥٤٦١	٧٣٧٢٧	٨
٥٤٦٢	٧٣٧٣٥	٨
٥٤٦٣	٧٣٧٤٣	٨
٥٤٦٤	٧٣٧٥١	٨
٥٤٦٥	٧٣٧٥٩	٨
٥٤٦٦	٧٣٧٦٧	٨
٥٤٦٧	٧٣٧٧٥	٨
٥٤٦٨	٧٣٧٨٣	٨
٥٤٦٩	٧٣٧٩١	٨
٥٤٧٠	٧٣٧٩٩	٨
٥٤٧١	٧٣٨٠٧	٨
٥٤٧٢	٧٣٨١٥	٨
٥٤٧٣	٧٣٨٢٣	٨
٥٤٧٤	٧٣٨٣٠	٧
٥٤٧٥	٧٣٨٣٨	٨

عدد	لوغا	ف
٥٤٧٦	٧٣٨٤٦	٨
٥٤٧٧	٧٣٨٥٤	٨
٥٤٧٨	٧٣٨٦٢	٨
٥٤٧٩	٧٣٨٧٠	٨
٥٤٨٠	٧٣٨٧٨	٨
٥٤٨١	٧٣٨٨٦	٨
٥٤٨٢	٧٣٨٩٤	٨
٥٤٨٣	٧٣٩٠٢	٨
٥٤٨٤	٧٣٩١٠	٨
٥٤٨٥	٧٣٩١٨	٨
٥٤٨٦	٧٣٩٢٦	٨
٥٤٨٧	٧٣٩٣٣	٧
٥٤٨٨	٧٣٩٤١	٨
٥٤٨٩	٧٣٩٤٩	٨
٥٤٩٠	٧٣٩٥٧	٨
٥٤٩١	٧٣٩٦٥	٨
٥٤٩٢	٧٣٩٧٣	٨
٥٤٩٣	٧٣٩٨١	٨
٥٤٩٤	٧٣٩٨٩	٨
٥٤٩٥	٧٣٩٩٧	٨
٥٤٩٦	٧٤٠٠٥	٨
٥٤٩٧	٧٤٠١٣	٨
٥٤٩٨	٧٤٠٢٠	٧
٥٤٩٩	٧٤٠٢٨	٨
٥٥٠٠	٧٤٠٣٦	٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٥٥٠١	٧٤٠٤٤	٨	٥٥٢٦	٧٤٢٤١	٨	٥٥٥١	٧٤٤٣٧	٨	٥٥٧٦	٧٤٦٣٢	٨	٥٦٠١	٧٤٨٢٧	٨
٥٥٠٢	٧٤٠٥٢	٨	٥٥٢٧	٧٤٢٤٩	٨	٥٥٥٢	٧٤٤٤٥	٨	٥٥٧٧	٧٤٦٤٠	٨	٥٦٠٢	٧٤٨٣٤	٧
٥٥٠٣	٧٤٠٦٠	٨	٥٥٢٨	٧٤٢٥٧	٨	٥٥٥٣	٧٤٤٥٣	٨	٥٥٧٨	٧٤٦٤٨	٨	٥٦٠٣	٧٤٨٤٢	٨
٥٥٠٤	٧٤٠٦٨	٨	٥٥٢٩	٧٤٢٦٥	٨	٥٥٥٤	٧٤٤٦١	٨	٥٥٧٩	٧٤٦٥٦	٨	٥٦٠٤	٧٤٨٥٠	٨
٥٥٠٥	٧٤٠٧٦	٨	٥٥٣٠	٧٤٢٧٣	٨	٥٥٥٥	٧٤٤٦٨	٧	٥٥٨٠	٧٤٦٦٣	٧	٥٦٠٥	٧٤٨٥٨	٨
٥٥٠٦	٧٤٠٨٤	٨	٥٥٣١	٧٤٢٨٠	٧	٥٥٥٦	٧٤٤٧٦	٨	٥٥٨١	٧٤٦٧١	٨	٥٦٠٦	٧٤٨٦٥	٧
٥٥٠٧	٧٤٠٩٢	٨	٥٥٣٢	٧٤٢٨٨	٨	٥٥٥٧	٧٤٤٨٤	٨	٥٥٨٢	٧٤٦٧٩	٨	٥٦٠٧	٧٤٨٧٣	٨
٥٥٠٨	٧٤٠٩٩	٧	٥٥٣٣	٧٤٢٩٦	٨	٥٥٥٨	٧٤٤٩٢	٨	٥٥٨٣	٧٤٦٨٧	٨	٥٦٠٨	٧٤٨٨١	٨
٥٥٠٩	٧٤١٠٧	٨	٥٥٣٤	٧٤٣٠٤	٨	٥٥٥٩	٧٤٥٠٠	٨	٥٥٨٤	٧٤٦٩٥	٨	٥٦٠٩	٧٤٨٨٩	٨
٥٥١٠	٧٤١١٥	٨	٥٥٣٥	٧٤٣١٢	٨	٥٥٦٠	٧٤٥٠٧	٧	٥٥٨٥	٧٤٧٠٢	٧	٥٦١٠	٧٤٨٩٦	٧
٥٥١١	٧٤١٢٣	٨	٥٥٣٦	٧٤٣٢٠	٨	٥٥٦١	٧٤٥١٥	٨	٥٥٨٦	٧٤٧١٠	٨	٥٦١١	٧٤٩٠٤	٨
٥٥١٢	٧٤١٣١	٨	٥٥٣٧	٧٤٣٢٧	٧	٥٥٦٢	٧٤٥٢٣	٨	٥٥٨٧	٧٤٧١٨	٨	٥٦١٢	٧٤٩١٢	٨
٥٥١٣	٧٤١٣٩	٨	٥٥٣٨	٧٤٣٣٥	٨	٥٥٦٣	٧٤٥٣١	٨	٥٥٨٨	٧٤٧٢٦	٨	٥٦١٣	٧٤٩٢٠	٨
٥٥١٤	٧٤١٤٧	٨	٥٥٣٩	٧٤٣٤٣	٨	٥٥٦٤	٧٤٥٣٩	٨	٥٥٨٩	٧٤٧٣٣	٧	٥٦١٤	٧٤٩٢٧	٧
٥٥١٥	٧٤١٥٥	٨	٥٥٤٠	٧٤٣٥١	٨	٥٥٦٥	٧٤٥٤٧	٨	٥٥٩٠	٧٤٧٤١	٨	٥٦١٥	٧٤٩٣٥	٨
٥٥١٦	٧٤١٦٢	٧	٥٥٤١	٧٤٣٥٩	٨	٥٥٦٦	٧٤٥٥٤	٧	٥٥٩١	٧٤٧٤٩	٨	٥٦١٦	٧٤٩٤٣	٨
٥٥١٧	٧٤١٧٠	٨	٥٥٤٢	٧٤٣٦٧	٨	٥٥٦٧	٧٤٥٦٢	٨	٥٥٩٢	٧٤٧٥٧	٨	٥٦١٧	٧٤٩٥٠	٧
٥٥١٨	٧٤١٧٨	٨	٥٥٤٣	٧٤٣٧٤	٧	٥٥٦٨	٧٤٥٧٠	٨	٥٥٩٣	٧٤٧٦٤	٧	٥٦١٨	٧٤٩٥٨	٨
٥٥١٩	٧٤١٨٦	٨	٥٥٤٤	٧٤٣٨٢	٨	٥٥٦٩	٧٤٥٧٨	٨	٥٥٩٤	٧٤٧٧٢	٨	٥٦١٩	٧٤٩٦٦	٨
٥٥٢٠	٧٤١٩٤	٨	٥٥٤٥	٧٤٣٩٠	٨	٥٥٧٠	٧٤٥٨٦	٨	٥٥٩٥	٧٤٧٨٠	٨	٥٦٢٠	٧٤٩٧٤	٨
٥٥٢١	٧٤٢٠٢	٨	٥٥٤٦	٧٤٣٩٨	٨	٥٥٧١	٧٤٥٩٣	٧	٥٥٩٦	٧٤٧٨٨	٨	٥٦٢١	٧٤٩٨١	٧
٥٥٢٢	٧٤٢١٠	٨	٥٥٤٧	٧٤٤٠٦	٨	٥٥٧٢	٧٤٦٠١	٨	٥٥٩٧	٧٤٧٩٦	٨	٥٦٢٢	٧٤٩٨٩	٨
٥٥٢٣	٧٤٢١٨	٨	٥٥٤٨	٧٤٤١٤	٨	٥٥٧٣	٧٤٦٠٩	٨	٥٥٩٨	٧٤٨٠٣	٧	٥٦٢٣	٧٤٩٩٧	٨
٥٥٢٤	٧٤٢٢٥	٧	٥٥٤٩	٧٤٤٢١	٧	٥٥٧٤	٧٤٦١٧	٨	٥٥٩٩	٧٤٨١١	٨	٥٦٢٤	٧٥٠٠٥	٨
٥٥٢٥	٧٤٢٣٣	٨	٥٥٥٠	٧٤٤٢٩	٨	٥٥٧٥	٧٤٦٢٤	٧	٥٦٠٠	٧٤٨١٩	٨	٥٦٢٥	٧٥٠١٢	٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٥٦٢٦	٧٥٠٢٠	٨	٥٦٥١	٧٥٢١٣	٨	٥٦٧٦	٧٥٤٠٤	٧	٥٧٠١	٧٥٥٩٥	٨	٥٧٢٦	٧٥٧٨٥	٧
٥٦٢٧	٧٥٠٢٨	٨	٥٦٥٢	٧٥٢٢٠	٧	٥٦٧٧	٧٥٤١٢	٨	٥٧٠٢	٧٥٦٠٣	٨	٥٧٢٧	٧٥٧٩٣	٨
٥٦٢٨	٧٥٠٣٥	٧	٥٦٥٣	٧٥٢٢٨	٨	٥٦٧٨	٧٥٤٢٠	٨	٥٧٠٣	٧٥٦١٠	٧	٥٧٢٨	٧٥٨٠٠	٧
٥٦٢٩	٧٥٠٤٣	٨	٥٦٥٤	٧٥٢٣٦	٨	٥٦٧٩	٧٥٤٢٧	٧	٥٧٠٤	٧٥٦١٨	٨	٥٧٢٩	٧٥٨٠٨	٨
٥٦٣٠	٧٥٠٥١	٨	٥٦٥٥	٧٥٢٤٣	٧	٥٦٨٠	٧٥٤٣٥	٨	٥٧٠٥	٧٥٦٢٦	٨	٥٧٣٠	٧٥٨١٥	٧
٥٦٣١	٧٥٠٥٩	٨	٥٦٥٦	٧٥٢٥١	٨	٥٦٨١	٧٥٤٤٢	٧	٥٧٠٦	٧٥٦٣٣	٧	٥٧٣١	٧٥٨٢٣	٨
٥٦٣٢	٧٥٠٦٦	٧	٥٦٥٧	٧٥٢٥٩	٨	٥٦٨٢	٧٥٤٥٠	٨	٥٧٠٧	٧٥٦٤١	٨	٥٧٣٢	٧٥٨٣١	٨
٥٦٣٣	٧٥٠٧٤	٨	٥٦٥٨	٧٥٢٦٦	٧	٥٦٨٣	٧٥٤٥٨	٨	٥٧٠٨	٧٥٦٤٨	٧	٥٧٣٣	٧٥٨٣٨	٧
٥٦٣٤	٧٥٠٨٢	٨	٥٦٥٩	٧٥٢٧٤	٨	٥٦٨٤	٧٥٤٦٥	٧	٥٧٠٩	٧٥٦٥٦	٨	٥٧٣٤	٧٥٨٤٦	٨
٥٦٣٥	٧٥٠٨٩	٧	٥٦٦٠	٧٥٢٨٢	٨	٥٦٨٥	٧٥٤٧٣	٨	٥٧١٠	٧٥٦٦٤	٨	٥٧٣٥	٧٥٨٥٣	٧
٥٦٣٦	٧٥٠٩٧	٨	٥٦٦١	٧٥٢٨٩	٧	٥٦٨٦	٧٥٤٨١	٨	٥٧١١	٧٥٦٧١	٧	٥٧٣٦	٧٥٨٦١	٨
٥٦٣٧	٧٥١٠٥	٨	٥٦٦٢	٧٥٢٩٧	٨	٥٦٨٧	٧٥٤٨٨	٧	٥٧١٢	٧٥٦٧٩	٨	٥٧٣٧	٧٥٨٦٨	٧
٥٦٣٨	٧٥١١٣	٨	٥٦٦٣	٧٥٣٠٥	٨	٥٦٨٨	٧٥٤٩٦	٨	٥٧١٣	٧٥٦٨٦	٧	٥٧٣٨	٧٥٨٧٦	٨
٥٦٣٩	٧٥١٢٠	٧	٥٦٦٤	٧٥٣١٢	٧	٥٦٨٩	٧٥٥٠٤	٨	٥٧١٤	٧٥٦٩٤	٨	٥٧٣٩	٧٥٨٨٤	٨
٥٦٤٠	٧٥١٢٨	٨	٥٦٦٥	٧٥٣٢٠	٨	٥٦٩٠	٧٥٥١١	٧	٥٧١٥	٧٥٧٠٢	٨	٥٧٤٠	٧٥٨٩١	٧
٥٦٤١	٧٥١٣٦	٨	٥٦٦٦	٧٥٣٢٨	٨	٥٦٩١	٧٥٥١٩	٨	٥٧١٦	٧٥٧٠٩	٧	٥٧٤١	٧٥٨٩٩	٨
٥٦٤٢	٧٥١٤٣	٧	٥٦٦٧	٧٥٣٣٥	٧	٥٦٩٢	٧٥٥٢٦	٧	٥٧١٧	٧٥٧١٧	٨	٥٧٤٢	٧٥٩٠٦	٧
٥٦٤٣	٧٥١٥١	٨	٥٦٦٨	٧٥٣٤٣	٨	٥٦٩٣	٧٥٥٣٤	٨	٥٧١٨	٧٥٧٢٤	٧	٥٧٤٣	٧٥٩١٤	٨
٥٦٤٤	٧٥١٥٩	٨	٥٦٦٩	٧٥٣٥١	٨	٥٦٩٤	٧٥٥٤٢	٨	٥٧١٩	٧٥٧٣٢	٨	٥٧٤٤	٧٥٩٢١	٧
٥٦٤٥	٧٥١٦٦	٧	٥٦٧٠	٧٥٣٥٨	٧	٥٦٩٥	٧٥٥٤٩	٧	٥٧٢٠	٧٥٧٤٠	٨	٥٧٤٥	٧٥٩٢٩	٨
٤٦٤٦	٧٥١٧٤	٨	٥٦٧١	٧٥٣٦٦	٨	٥٦٩٦	٧٥٥٥٧	٨	٥٧٢١	٧٥٧٤٧	٧	٥٧٤٦	٧٥٩٣٧	٨
٥٦٤٧	٧٥١٨٢	٨	٥٦٧٢	٧٥٣٧٤	٨	٥٦٩٧	٧٥٥٦٥	٨	٥٧٢٢	٧٥٧٥٥	٨	٥٧٤٧	٧٥٩٤٤	٧
٥٦٤٨	٧٥١٨٩	٧	٥٦٧٣	٧٥٣٨١	٧	٥٦٩٨	٧٥٥٧٢	٧	٥٧٢٣	٧٥٧٦٢	٧	٥٧٤٨	٧٥٩٥٢	٨
٥٦٤٩	٧٥١٩٧	٨	٥٦٧٤	٧٥٣٨٩	٨	٥٦٩٩	٧٥٥٨٠	٨	٥٧٢٤	٧٥٧٧٠	٨	٥٧٤٩	٧٥٩٥٩	٧
٥٦٥٠	٧٥٢٠٥	٨	٥٦٧٥	٧٥٣٩٧	٨	٥٧٠٠	٧٥٥٨٧	٧	٥٧٢٥	٧٥٧٧٨	٨	٥٧٥٠	٧٥٩٦٧	٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٥٧٥١	٧٥٩٧٤	٧	٥٧٧٦	٧٦١٦٣	٨	٥٨٠١	٧٦٣٥٠	٧	٥٨٢٦	٧٦٥٣٧	٧	٥٨٥١	٧٦٧٢٣	٧
٥٧٥٢	٧٥٩٨٢	٨	٥٧٧٧	٧٦١٧٠	٧	٥٨٠٢	٧٦٣٥٨	٨	٥٨٢٧	٧٦٥٤٥	٨	٥٨٥٢	٧٦٧٣٠	٧
٥٧٥٣	٧٥٩٨٩	٧	٥٧٧٨	٧٦١٧٨	٨	٥٨٠٣	٧٦٣٦٥	٧	٥٨٢٨	٧٦٥٥٢	٧	٥٨٥٣	٧٦٧٣٨	٨
٥٧٥٤	٧٥٩٩٧	٨	٥٧٧٩	٧٦١٨٥	٧	٥٨٠٤	٧٦٣٧٣	٨	٥٨٢٩	٧٦٥٥٩	٧	٥٨٥٤	٧٦٧٤٥	٧
٥٧٥٥	٧٦٠٠٥	٨	٥٧٨٠	٧٦١٩٣	٨	٥٨٠٥	٧٦٣٨٠	٧	٥٨٣٠	٧٦٥٦٧	٨	٥٨٥٥	٧٦٧٥٣	٨
٥٧٥٦	٧٦٠١٢	٧	٥٧٨١	٧٦٢٠٠	٧	٥٨٠٦	٧٦٣٨٨	٨	٥٨٣١	٧٦٥٧٤	٧	٥٨٥٦	٧٦٧٦٠	٧
٥٧٥٧	٧٦٠٢٠	٨	٥٧٨٢	٧٦٢٠٨	٨	٥٨٠٧	٧٦٣٩٥	٧	٥٨٣٢	٧٦٥٨٢	٨	٥٨٥٧	٧٦٧٦٨	٨
٥٧٥٨	٧٦٠٢٧	٧	٥٧٨٣	٧٦٢١٥	٧	٥٨٠٨	٧٦٤٠٣	٨	٥٨٣٣	٧٦٥٨٩	٧	٥٨٥٨	٧٦٧٧٥	٧
٥٧٥٩	٧٦٠٣٥	٨	٥٧٨٤	٧٦٢٢٣	٨	٥٨٠٩	٧٦٤١٠	٧	٥٨٣٤	٧٦٥٩٧	٨	٥٨٥٩	٧٦٧٨٢	٧
٥٧٦٠	٧٦٠٤٢	٧	٥٧٨٥	٧٦٢٣٠	٧	٥٨١٠	٧٦٤١٨	٨	٥٨٣٥	٧٦٦٠٤	٧	٥٨٦٠	٧٦٧٩٠	٨
٥٧٦١	٧٦٠٥٠	٨	٥٧٨٦	٧٦٢٣٨	٨	٥٨١١	٧٦٤٢٥	٧	٥٨٣٦	٧٦٦١٢	٨	٥٨٦١	٧٦٧٩٧	٧
٥٧٦٢	٧٦٠٥٧	٧	٥٧٨٧	٧٦٢٤٥	٧	٥٨١٢	٧٦٤٣٣	٨	٥٨٣٧	٧٦٦١٩	٧	٥٨٦٢	٧٦٨٠٥	٨
٥٧٦٣	٧٦٠٦٥	٨	٥٧٨٨	٧٦٢٥٣	٨	٥٨١٣	٧٦٤٤٠	٧	٥٨٣٨	٧٦٦٢٦	٧	٥٨٦٣	٧٦٨١٢	٧
٥٧٦٤	٧٦٠٧٢	٧	٥٧٨٩	٧٦٢٦٠	٧	٥٨١٤	٧٦٤٤٨	٨	٥٨٣٩	٧٦٦٣٤	٨	٥٨٦٤	٧٦٨١٩	٧
٥٧٦٥	٧٦٠٨٠	٨	٥٧٩٠	٧٦٢٦٨	٨	٥٨١٥	٧٦٤٥٥	٧	٥٨٤٠	٧٦٦٤١	٧	٥٨٦٥	٧٦٨٢٧	٨
٥٧٦٦	٧٦٠٨٧	٧	٥٧٩١	٧٦٢٧٥	٧	٥٨١٦	٧٦٤٦٢	٧	٥٨٤١	٧٦٦٤٩	٨	٥٨٦٦	٧٦٨٣٤	٧
٥٧٦٧	٧٦٠٩٥	٨	٥٧٩٢	٧٦٢٨٣	٨	٥٨١٧	٧٦٤٧٠	٨	٥٨٤٢	٧٦٦٥٦	٧	٥٨٦٧	٧٦٨٤٢	٨
٥٧٦٨	٧٦١٠٣	٨	٥٧٩٣	٧٦٢٩٠	٧	٥٨١٨	٧٦٤٧٧	٧	٥٨٤٣	٧٦٦٦٤	٨	٥٨٦٨	٧٦٨٤٩	٧
٥٧٦٩	٧٦١١٠	٧	٥٧٩٤	٧٦٢٩٨	٨	٥٨١٩	٧٦٤٨٥	٨	٥٨٤٤	٧٦٦٧١	٧	٥٨٦٩	٧٦٨٥٦	٧
٥٧٧٠	٧٦١١٨	٨	٥٧٩٥	٧٦٣٠٥	٧	٥٨٢٠	٧٦٤٩٢	٧	٥٨٤٥	٧٦٦٧٨	٧	٥٨٧٠	٧٦٨٦٤	٨
٥٧٧١	٧٦١٢٥	٧	٥٧٩٦	٧٦٣١٣	٨	٥٨٢١	٧٦٥٠٠	٨	٥٨٤٦	٧٦٦٨٦	٨	٥٨٧١	٧٦٨٧١	٧
٥٧٧٢	٧٦١٣٣	٨	٥٧٩٧	٧٦٣٢٠	٧	٥٨٢٢	٧٦٥٠٧	٧	٥٨٤٧	٧٦٦٩٣	٧	٥٨٧٢	٧٦٨٧٩	٨
٥٧٧٣	٧٦١٤٠	٧	٥٧٩٨	٧٦٣٢٨	٨	٥٨٢٣	٧٦٥١٥	٨	٥٨٤٨	٧٦٧٠١	٨	٥٨٧٣	٧٦٨٨٦	٧
٥٧٧٤	٧٦١٤٨	٨	٥٧٩٩	٧٦٣٣٥	٧	٥٨٢٤	٧٦٥٢٢	٧	٥٨٤٩	٧٦٧٠٨	٧	٥٨٧٤	٧٦٨٩٣	٧
٥٧٧٥	٧٦١٥٥	٧	٥٨٠٠	٧٦٣٤٣	٨	٥٨٢٥	٧٦٥٣٠	٨	٥٨٥٠	٧٦٧١٦	٨	٥٨٧٥	٧٦٩٠١	٨

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٥٨٧٦	٧٦٩٠٨	٧	٥٩٠١	٧٧٠٩٣	٨	٥٩٢٦	٧٧٢٧٦	٧	٥٩٥١	٧٧٤٥٩	٧	٥٩٧٦	٧٧٦٤١	٧
٥٨٧٧	٧٦٩١٦	٨	٥٩٠٢	٧٧١٠٠	٧	٥٩٢٧	٧٧٢٨٣	٧	٥٩٥٢	٧٧٤٦٦	٧	٥٩٧٧	٧٧٦٤٨	٧
٥٨٧٨	٧٦٩٢٣	٧	٥٩٠٣	٧٧١٠٧	٧	٥٩٢٨	٧٧٢٩١	٨	٥٩٥٣	٧٧٤٧٤	٨	٥٩٧٨	٧٧٦٥٦	٨
٥٨٧٩	٧٦٩٣٠	٧	٥٩٠٤	٧٧١١٥	٨	٥٩٢٩	٧٧٢٩٨	٧	٥٩٥٤	٧٧٤٨١	٧	٥٩٧٩	٧٧٦٦٣	٧
٥٨٨٠	٧٦٩٣٨	٨	٥٩٠٥	٧٧١٢٢	٧	٥٩٣٠	٧٧٣٠٥	٧	٥٩٥٥	٧٧٤٨٨	٧	٥٩٨٠	٧٧٦٧٠	٧
٥٨٨١	٧٦٩٤٥	٧	٥٩٠٦	٧٧١٢٩	٧	٥٩٣١	٧٧٣١٣	٨	٥٩٥٦	٧٧٤٩٥	٧	٥٩٨١	٧٧٦٧٧	٧
٥٨٨٢	٧٦٩٥٣	٨	٥٩٠٧	٧٧١٣٧	٨	٥٩٣٢	٧٧٣٢٠	٧	٥٩٥٧	٧٧٥٠٣	٨	٥٩٨٢	٧٧٦٨٥	٨
٥٨٨٣	٧٦٩٦٠	٧	٥٩٠٨	٧٧١٤٤	٧	٥٩٣٣	٧٧٣٢٧	٧	٥٩٥٨	٧٧٥١٠	٧	٥٩٨٣	٧٧٦٩٢	٧
٥٨٨٤	٧٦٩٦٧	٧	٥٩٠٩	٧٧١٥١	٧	٥٩٣٤	٧٧٣٣٥	٨	٥٩٥٩	٧٧٥١٧	٧	٥٩٨٤	٧٧٦٩٩	٧
٥٨٨٥	٧٦٩٧٥	٨	٥٩١٠	٧٧١٥٩	٨	٥٩٣٥	٧٧٣٤٢	٧	٥٩٦٠	٧٧٥٢٥	٨	٥٩٨٥	٧٧٧٠٦	٧
٥٨٨٦	٧٦٩٨٢	٧	٥٩١١	٧٧١٦٦	٧	٥٩٣٦	٧٧٣٤٩	٧	٥٩٦١	٧٧٥٣٢	٧	٥٩٨٦	٧٧٧١٤	٨
٥٨٨٧	٧٦٩٨٩	٧	٥٩١٢	٧٧١٧٣	٧	٥٩٣٧	٧٧٣٥٧	٨	٥٩٦٢	٧٧٥٣٩	٧	٥٩٨٧	٧٧٧٢١	٧
٥٨٨٨	٧٦٩٩٧	٨	٥٩١٣	٧٧١٨١	٨	٥٩٣٨	٧٧٣٦٤	٧	٥٩٦٣	٧٧٥٤٦	٧	٥٩٨٨	٧٧٧٢٨	٧
٥٨٨٩	٧٧٠٠٤	٧	٥٩١٤	٧٧١٨٨	٧	٥٩٣٩	٧٧٣٧١	٧	٥٩٦٤	٧٧٥٥٤	٨	٥٩٨٩	٧٧٧٣٥	٧
٥٨٩٠	٧٧٠١٢	٨	٥٩١٥	٧٧١٩٥	٧	٥٩٤٠	٧٧٣٧٩	٨	٥٩٦٥	٧٧٥٦١	٧	٥٩٩٠	٧٧٧٤٣	٨
٥٨٩١	٧٧٠١٩	٧	٥٩١٦	٧٧٢٠٣	٨	٥٩٤١	٧٧٣٨٦	٧	٥٩٦٦	٧٧٥٦٨	٧	٥٩٩١	٧٧٧٥٠	٧
٥٨٩٢	٧٧٠٢٦	٧	٥٩١٧	٧٧٢١٠	٧	٥٩٤٢	٧٧٣٩٣	٧	٥٩٦٧	٧٧٥٧٦	٨	٥٩٩٢	٧٧٧٥٧	٧
٥٨٩٣	٧٧٠٣٤	٨	٥٩١٨	٧٧٢١٧	٧	٥٩٤٣	٧٧٤٠١	٨	٥٩٦٨	٧٧٥٨٣	٧	٥٩٩٣	٧٧٧٦٤	٧
٥٨٩٤	٧٧٠٤١	٧	٥٩١٩	٧٧٢٢٥	٨	٥٩٤٤	٧٧٤٠٨	٧	٥٩٦٩	٧٧٥٩٠	٧	٥٩٩٤	٧٧٧٧٢	٨
٥٨٩٥	٧٧٠٤٨	٧	٥٩٢٠	٧٧٢٣٢	٧	٥٩٤٥	٧٧٤١٥	٧	٥٩٧٠	٧٧٥٩٧	٧	٥٩٩٥	٧٧٧٧٩	٧
٥٨٩٦	٧٧٠٥٦	٨	٥٩٢١	٧٧٢٤٠	٨	٥٩٤٦	٧٧٤٢٢	٧	٥٩٧١	٧٧٦٠٥	٨	٥٩٩٦	٧٧٧٨٦	٧
٥٨٩٧	٧٧٠٦٣	٧	٥٩٢٢	٧٧٢٤٧	٧	٥٩٤٧	٧٧٤٣٠	٨	٥٩٧٢	٧٧٦١٢	٧	٥٩٩٧	٧٧٧٩٣	٧
٥٨٩٨	٧٧٠٧٠	٧	٥٩٢٣	٧٧٢٥٤	٧	٥٩٤٨	٧٧٤٣٧	٧	٥٩٧٣	٧٧٦١٩	٧	٥٩٩٨	٧٧٨٠١	٨
٥٨٩٩	٧٧٠٧٨	٨	٥٩٢٤	٧٧٢٦٢	٨	٥٩٤٩	٧٧٤٤٤	٧	٥٩٧٤	٧٧٦٢٧	٨	٥٩٩٩	٧٧٨٠٨	٧
٥٩٠٠	٧٧٠٨٥	٧	٥٩٢٥	٧٧٢٦٩	٧	٥٩٥٠	٧٧٤٥٢	٨	٥٩٧٥	٧٧٦٣٤	٧	٦٠٠٠	٧٧٨١٥	٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٠٠١	٧٧٨٢٢	٧	٦٠٢٦	٧٨٠٠٣	٧	٦٠٥١	٧٨١٨٣	٧	٦٠٧٦	٧٨٣٦٢	٧	٦١٠١	٧٨٥٤٠	٧
٦٠٠٢	٧٧٨٣٠	٨	٦٠٢٧	٧٨٠١٠	٧	٦٠٥٢	٧٨١٩٠	٧	٦٠٧٧	٧٨٣٦٩	٧	٦١٠٢	٧٨٥٤٧	٧
٦٠٠٣	٧٧٨٣٧	٧	٦٠٢٨	٧٨٠١٧	٧	٦٠٥٣	٧٨١٩٧	٧	٦٠٧٨	٧٨٣٧٦	٧	٦١٠٣	٧٨٥٥٤	٧
٦٠٠٤	٧٧٨٤٤	٧	٦٠٢٩	٧٨٠٢٥	٨	٦٠٥٤	٧٨٢٠٤	٧	٦٠٧٩	٧٨٣٨٣	٧	٦١٠٤	٧٨٥٦١	٧
٦٠٠٥	٧٧٨٥١	٧	٦٠٣٠	٧٨٠٣٢	٧	٦٠٥٥	٧٨٢١١	٧	٦٠٨٠	٧٨٣٩٠	٧	٦١٠٥	٧٨٥٦٩	٨
٦٠٠٦	٧٧٨٥٩	٨	٦٠٣١	٧٨٠٣٩	٧	٦٠٥٦	٧٨٢١٩	٨	٦٠٨١	٧٨٣٩٨	٨	٦١٠٦	٧٨٥٧٦	٧
٦٠٠٧	٧٧٨٦٦	٧	٦٠٣٢	٧٨٠٤٦	٧	٦٠٥٧	٧٨٢٢٦	٧	٦٠٨٢	٧٨٤٠٥	٧	٦١٠٧	٧٨٥٨٣	٧
٦٠٠٨	٧٧٨٧٣	٧	٦٠٣٣	٧٨٠٥٣	٧	٦٠٥٨	٧٨٢٣٣	٧	٦٠٨٣	٧٨٤١٢	٧	٦١٠٨	٧٨٥٩٠	٧
٦٠٠٩	٧٧٨٨٠	٧	٦٠٣٤	٧٨٠٦١	٨	٦٠٥٩	٧٨٢٤٠	٧	٦٠٨٤	٧٨٤١٩	٧	٦١٠٩	٧٨٥٩٧	٧
٦٠١٠	٧٧٨٨٧	٧	٦٠٣٥	٧٨٠٦٨	٧	٦٠٦٠	٧٨٢٤٧	٧	٦٠٨٥	٧٨٤٢٦	٧	٦١١٠	٧٨٦٠٤	٧
٦٠١١	٧٧٨٩٥	٨	٦٠٣٦	٧٨٠٧٥	٧	٦٠٦١	٧٨٢٥٤	٧	٦٠٨٦	٧٨٤٣٣	٧	٦١١١	٧٨٦١١	٧
٦٠١٢	٧٧٩٠٢	٧	٦٠٣٧	٧٨٠٨٢	٧	٦٠٦٢	٧٨٢٦٢	٨	٦٠٨٧	٧٨٤٤٠	٧	٦١١٢	٧٨٦١٨	٧
٦٠١٣	٧٧٩٠٩	٧	٦٠٣٨	٧٨٠٨٩	٧	٦٠٦٣	٧٨٢٦٩	٧	٦٠٨٨	٧٨٤٤٧	٧	٦١١٣	٧٨٦٢٥	٧
٦٠١٤	٧٧٩١٦	٧	٦٠٣٩	٧٨٠٩٧	٨	٦٠٦٤	٧٨٢٧٦	٧	٦٠٨٩	٧٨٤٥٥	٨	٦١١٤	٧٨٦٣٣	٨
٦٠١٥	٧٧٩٢٤	٨	٦٠٤٠	٧٨١٠٤	٧	٦٠٦٥	٧٨٢٨٣	٧	٦٠٩٠	٧٨٤٦٢	٧	٦١١٥	٧٨٦٤٠	٧
٦٠١٦	٧٧٩٣١	٧	٦٠٤١	٧٨١١١	٧	٦٠٦٦	٧٨٢٩٠	٧	٦٠٩١	٧٨٤٦٩	٧	٦١١٦	٧٨٦٤٧	٧
٦٠١٧	٧٧٩٣٨	٧	٦٠٤٢	٧٨١١٨	٧	٦٠٦٧	٧٨٢٩٧	٧	٦٠٩٢	٧٨٤٧٦	٧	٦١١٧	٧٨٦٥٤	٧
٦٠١٨	٧٧٩٤٥	٧	٦٠٤٣	٧٨١٢٥	٧	٦٠٦٨	٧٨٣٠٥	٨	٦٠٩٣	٧٨٤٨٣	٧	٦١١٨	٧٨٦٦١	٧
٦٠١٩	٧٧٩٥٢	٧	٦٠٤٤	٧٨١٣٢	٧	٦٠٦٩	٧٨٣١٢	٧	٦٠٩٤	٧٨٤٩٠	٧	٦١١٩	٧٨٦٦٨	٧
٦٠٢٠	٧٧٩٦٠	٨	٦٠٤٥	٧٨١٤٠	٨	٦٠٧٠	٧٨٣١٩	٧	٦٠٩٥	٧٨٤٩٧	٧	٦١٢٠	٧٨٦٧٥	٧
٦٠٢١	٧٧٩٦٧	٧	٦٠٤٦	٧٨١٤٧	٧	٦٠٧١	٧٨٣٢٦	٧	٦٠٩٦	٧٨٥٠٤	٧	٦١٢١	٧٨٦٨٢	٧
٦٠٢٢	٧٧٩٧٤	٧	٦٠٤٧	٧٨١٥٤	٧	٦٠٧٢	٧٨٣٣٣	٧	٦٠٩٧	٧٨٥١٢	٨	٦١٢٢	٧٨٦٨٩	٧
٦٠٢٣	٧٧٩٨١	٧	٦٠٤٨	٧٨١٦١	٧	٦٠٧٣	٧٨٣٤٠	٧	٦٠٩٨	٧٨٥١٩	٧	٦١٢٣	٧٨٦٩٦	٧
٦٠٢٤	٧٧٩٨٨	٧	٦٠٤٩	٧٨١٦٨	٧	٦٠٧٤	٧٨٣٤٧	٧	٦٠٩٩	٧٨٥٢٦	٧	٦١٢٤	٧٨٧٠٤	٨
٦٠٢٥	٧٧٩٩٦	٨	٦٠٥٠	٧٨١٧٦	٨	٦٠٧٥	٧٨٣٥٥	٨	٦١٠٠	٧٨٥٣٣	٧	٦١٢٥	٧٨٧١١	٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦١٢٦	٧٨٧١٨	٧	٦١٥١	٧٨٨٩٥	٧	٦١٧٦	٧٩٠٧١	٧	٦٢٠١	٧٩٢٤٦	٧	٦٢٢٦	٧٩٤٢١	٧
٦١٢٧	٧٨٧٢٥	٧	٦١٥٢	٧٨٩٠٢	٧	٦١٧٧	٧٩٠٧٨	٧	٦٢٠٢	٧٩٢٥٣	٧	٦٢٢٧	٧٩٤٢٨	٧
٦١٢٨	٧٨٧٣٢	٧	٦١٥٣	٧٨٩٠٩	٧	٦١٧٨	٧٩٠٨٥	٧	٦٢٠٣	٧٩٢٦٠	٧	٦٢٢٨	٧٩٤٣٥	٧
٦١٢٩	٧٨٧٣٩	٧	٦١٥٤	٧٨٩١٦	٧	٦١٧٩	٧٩٠٩٢	٧	٦٢٠٤	٧٩٢٦٧	٧	٦٢٢٩	٧٩٤٤٢	٧
٦١٣٠	٧٨٧٤٦	٧	٦١٥٥	٧٨٩٢٣	٧	٦١٨٠	٧٩٠٩٩	٧	٦٢٠٥	٧٩٢٧٤	٧	٦٢٣٠	٧٩٤٤٩	٧
٦١٣١	٧٨٧٥٣	٧	٦١٥٦	٧٨٩٣٠	٧	٦١٨١	٧٩١٠٦	٧	٦٢٠٦	٧٩٢٨١	٧	٦٢٣١	٧٩٤٥٦	٧
٦١٣٢	٧٨٧٦٠	٧	٦١٥٧	٧٨٩٣٧	٧	٦١٨٢	٧٩١١٣	٧	٦٢٠٧	٧٩٢٨٨	٧	٦٢٣٢	٧٩٤٦٣	٧
٦١٣٣	٧٨٧٦٧	٧	٦١٥٨	٧٨٩٤٤	٧	٦١٨٣	٧٩١٢٠	٧	٦٢٠٨	٧٩٢٩٥	٧	٦٢٣٣	٧٩٤٧٠	٧
٦١٣٤	٧٨٧٧٤	٧	٦١٥٩	٧٨٩٥١	٧	٦١٨٤	٧٩١٢٧	٧	٦٢٠٩	٧٩٣٠٢	٧	٦٢٣٤	٧٩٤٧٧	٧
٦١٣٥	٧٨٧٨١	٧	٦١٦٠	٧٨٩٥٨	٧	٦١٨٥	٧٩١٣٤	٧	٦٢١٠	٧٩٣٠٩	٧	٦٢٣٥	٧٩٤٨٤	٧
٦١٣٦	٧٨٧٨٩	٨	٦١٦١	٧٨٩٦٥	٧	٦١٨٦	٧٩١٤١	٧	٦٢١١	٧٩٣١٦	٧	٦٢٣٦	٧٩٤٩١	٧
٦١٣٧	٧٨٧٩٦	٧	٦١٦٢	٧٨٩٧٢	٧	٦١٨٧	٧٩١٤٨	٧	٦٢١٢	٧٩٣٢٣	٧	٦٢٣٧	٧٩٤٩٨	٧
٦١٣٨	٧٨٨٠٣	٧	٦١٦٣	٧٨٩٧٩	٧	٦١٨٨	٧٩١٥٥	٧	٦٢١٣	٧٩٣٣٠	٧	٦٢٣٨	٧٩٥٠٥	٧
٦١٣٩	٧٨٨١٠	٧	٦١٦٤	٧٨٩٨٦	٧	٦١٨٩	٧٩١٦٢	٧	٦٢١٤	٧٩٣٣٧	٧	٦٢٣٩	٧٩٥١١	٦
٦١٤٠	٧٨٨١٧	٧	٦١٦٥	٧٨٩٩٣	٧	٦١٩٠	٧٩١٦٩	٧	٦٢١٥	٧٩٣٤٤	٧	٦٢٤٠	٧٩٥١٨	٧
٦١٤١	٧٨٨٢٤	٧	٦١٦٦	٧٩٠٠٠	٧	٦١٩١	٧٩١٧٦	٧	٦٢١٦	٧٩٣٥١	٧	٦٢٤١	٧٩٥٢٥	٧
٦١٤٢	٧٨٨٣١	٧	٦١٦٧	٧٩٠٠٧	٧	٦١٩٢	٧٩١٨٣	٧	٦٢١٧	٧٩٣٥٨	٧	٦٢٤٢	٧٩٥٣٢	٧
٦١٤٣	٧٨٨٣٨	٧	٦١٦٨	٧٩٠١٤	٧	٦١٩٣	٧٩١٩٠	٧	٦٢١٨	٧٩٣٦٥	٧	٦٢٤٣	٧٩٥٣٩	٧
٦١٤٤	٧٨٨٤٥	٧	٦١٦٩	٧٩٠٢١	٧	٦١٩٤	٧٩١٩٧	٧	٦٢١٩	٧٩٣٧٢	٧	٦٢٤٤	٧٩٥٤٦	٧
٦١٤٥	٧٨٨٥٢	٧	٦١٧٠	٧٩٠٢٩	٨	٦١٩٥	٧٩٢٠٤	٧	٦٢٢٠	٧٩٣٧٩	٧	٦٢٤٥	٧٩٥٥٣	٧
٦١٤٦	٧٨٨٥٩	٧	٦١٧١	٧٩٠٣٦	٧	٦١٩٦	٧٩٢١١	٧	٦٢٢١	٧٩٣٨٦	٧	٦٢٤٦	٧٩٥٦٠	٧
٦١٤٧	٧٨٨٦٦	٧	٦١٧٢	٧٩٠٤٣	٧	٦١٩٧	٧٩٢١٨	٧	٦٢٢٢	٧٩٣٩٣	٧	٦٢٤٧	٧٩٥٦٧	٧
٦١٤٨	٧٨٨٧٣	٧	٦١٧٣	٧٩٠٥٠	٧	٦١٩٨	٧٩٢٢٥	٧	٦٢٢٣	٧٩٤٠٠	٧	٦٢٤٨	٧٩٥٧٤	٧
٦١٤٩	٧٨٨٨٠	٧	٦١٧٤	٧٩٠٥٧	٧	٦١٩٩	٧٩٢٣٢	٧	٦٢٢٤	٧٩٤٠٧	٧	٦٢٤٩	٧٩٥٨١	٧
٦١٥٠	٧٨٨٨٨	٨	٦١٧٥	٧٩٠٦٤	٧	٦٢٠٠	٧٩٢٣٩	٧	٦٢٢٥	٧٩٤١٤	٧	٦٢٥٠	٧٩٥٨٨	٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٢٥١	٧٩٥٩٥	٧	٦٢٧٦	٧٩٧٦٨	٧	٦٣٠١	٧٩٩٤١	٧	٦٣٢٦	٨٠١١٣	٧	٦٣٥١	٨٠٢٨٤	٧
٦٢٥٢	٧٩٦٠٢	٧	٦٢٧٧	٧٩٧٧٥	٧	٦٣٠٢	٧٩٩٤٨	٧	٦٣٢٧	٨٠١٢٠	٧	٦٣٥٢	٨٠٢٩١	٧
٦٢٥٣	٧٩٦٠٩	٧	٦٢٧٨	٧٩٧٨٢	٧	٦٣٠٣	٧٩٩٥٥	٧	٦٣٢٨	٨٠١٢٧	٧	٦٣٥٣	٨٠٢٩٨	٧
٦٢٥٤	٧٩٦١٦	٧	٦٢٧٩	٧٩٧٨٩	٧	٦٣٠٤	٧٩٩٦٢	٧	٦٣٢٩	٨٠١٣٤	٧	٦٣٥٤	٨٠٣٠٥	٧
٦٢٥٥	٧٩٦٢٣	٧	٦٢٨٠	٧٩٧٩٦	٧	٦٣٠٥	٧٩٩٦٩	٧	٦٣٣٠	٨٠١٤٠	٦	٦٣٥٥	٨٠٣١٢	٧
٦٢٥٦	٧٩٦٣٠	٧	٦٢٨١	٧٩٨٠٣	٧	٦٣٠٦	٧٩٩٧٥	٦	٦٣٣١	٨٠١٤٧	٧	٦٣٥٦	٨٠٣١٨	٦
٦٢٥٧	٧٩٦٣٧	٧	٦٢٨٢	٧٩٨١٠	٧	٦٣٠٧	٧٩٩٨٢	٧	٦٣٣٢	٨٠١٥٤	٧	٦٣٥٧	٨٠٣٢٥	٧
٦٢٥٨	٧٩٦٤٤	٧	٦٢٨٣	٧٩٨١٧	٧	٦٣٠٨	٧٩٩٨٩	٧	٦٣٣٣	٨٠١٦١	٧	٦٣٥٨	٨٠٣٣٢	٧
٦٢٥٩	٧٩٦٥٠	٦	٦٢٨٤	٧٩٨٢٤	٧	٦٣٠٩	٧٩٩٩٦	٧	٦٣٣٤	٨٠١٦٨	٧	٦٣٥٩	٨٠٣٣٩	٧
٦٢٦٠	٧٩٦٥٧	٧	٦٢٨٥	٧٩٨٣١	٧	٦٣١٠	٨٠٠٠٣	٧	٦٣٣٥	٨٠١٧٥	٧	٦٣٦٠	٨٠٣٤٦	٧
٦٢٦١	٧٩٦٦٤	٧	٦٢٨٦	٧٩٨٣٧	٦	٦٣١١	٨٠٠١٠	٧	٦٣٣٦	٨٠١٨٢	٧	٦٣٦١	٨٠٣٥٣	٧
٦٢٦٢	٧٩٦٧١	٧	٦٢٨٧	٧٩٨٤٤	٧	٦٣١٢	٨٠٠١٧	٧	٦٣٣٧	٨٠١٨٨	٦	٦٣٦٢	٨٠٣٥٩	٦
٦٢٦٣	٧٩٦٧٨	٧	٦٢٨٨	٧٩٨٥١	٧	٦٣١٣	٨٠٠٢٤	٧	٦٣٣٨	٨٠١٩٥	٧	٦٣٦٣	٨٠٣٦٦	٧
٦٢٦٤	٧٩٦٨٥	٧	٦٢٨٩	٧٩٨٥٨	٧	٦٣١٤	٨٠٠٣٠	٦	٦٣٣٩	٨٠٢٠٢	٧	٦٣٦٤	٨٠٣٧٣	٧
٦٢٦٥	٧٩٦٩٢	٧	٦٢٩٠	٧٩٨٦٥	٧	٦٣١٥	٨٠٠٣٧	٧	٦٣٤٠	٨٠٢٠٩	٧	٦٣٦٥	٨٠٣٨٠	٧
٦٢٦٦	٧٩٦٩٩	٧	٦٢٩١	٧٩٨٧٢	٧	٦٣١٦	٨٠٠٤٤	٧	٦٣٤١	٨٠٢١٦	٧	٦٣٦٦	٨٠٣٨٧	٧
٦٢٦٧	٧٩٧٠٦	٧	٦٢٩٢	٧٩٨٧٩	٧	٦٣١٧	٨٠٠٥١	٧	٦٣٤٢	٨٠٢٢٣	٧	٦٣٦٧	٨٠٣٩٣	٦
٦٢٦٨	٧٩٧١٣	٧	٦٢٩٣	٧٩٨٨٦	٧	٦٣١٨	٨٠٠٥٨	٧	٦٣٤٣	٨٠٢٢٩	٦	٦٣٦٨	٨٠٤٠٠	٧
٦٢٦٩	٧٩٧٢٠	٧	٦٢٩٤	٧٩٨٩٣	٧	٦٣١٩	٨٠٠٦٥	٧	٦٣٤٤	٨٠٢٣٦	٧	٦٣٦٩	٨٠٤٠٧	٧
٦٢٧٠	٧٩٧٢٧	٧	٦٢٩٥	٧٩٩٠٠	٧	٦٣٢٠	٨٠٠٧٢	٧	٦٣٤٥	٨٠٢٤٣	٧	٦٣٧٠	٨٠٤١٤	٧
٦٢٧١	٧٩٧٣٤	٧	٦٢٩٦	٧٩٩٠٦	٦	٦٣٢١	٨٠٠٧٩	٧	٦٣٤٦	٨٠٢٥٠	٧	٦٣٧١	٨٠٤٢١	٧
٦٢٧٢	٧٩٧٤١	٧	٦٢٩٧	٧٩٩١٣	٧	٦٣٢٢	٨٠٠٨٥	٦	٦٣٤٧	٨٠٢٥٧	٧	٦٣٧٢	٨٠٤٢٨	٧
٦٢٧٣	٧٩٧٤٨	٧	٦٢٩٨	٧٩٩٢٠	٧	٦٣٢٣	٨٠٠٩٢	٧	٦٣٤٨	٨٠٢٦٤	٧	٦٣٧٣	٨٠٤٣٤	٦
٦٢٧٤	٧٩٧٥٤	٦	٦٢٩٩	٧٩٩٢٧	٧	٦٣٢٤	٨٠٠٩٩	٧	٦٣٤٩	٨٠٢٧١	٧	٦٣٧٤	٨٠٤٤١	٧
٦٢٧٥	٧٩٧٦١	٧	٦٣٠٠	٧٩٩٣٤	٧	٦٣٢٥	٨٠١٠٦	٧	٦٣٥٠	٨٠٢٧٧	٦	٦٣٧٥	٨٠٤٤٨	٧

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٣٧٦	٨٠٤٥٥	٧	٦٤٠١	٨٠٦٢٥	٧	٦٤٢٦	٨٠٧٩٤	٧	٦٤٥١	٨٠٩٦٣	٧	٦٤٧٦	٨١١٣١	٧
٦٣٧٧	٨٠٤٦٢	٧	٦٤٠٢	٨٠٦٣٢	٧	٦٤٢٧	٨٠٨٠١	٧	٦٤٥٢	٨٠٩٦٩	٦	٦٤٧٧	٨١١٣٧	٦
٦٣٧٨	٨٠٤٦٨	٦	٦٤٠٣	٨٠٦٣٨	٦	٦٤٢٨	٨٠٨٠٨	٧	٦٤٥٣	٨٠٩٧٦	٧	٦٤٧٨	٨١١٤٤	٧
٦٣٧٩	٨٠٤٧٥	٧	٦٤٠٤	٨٠٦٤٥	٧	٦٤٢٩	٨٠٨١٤	٦	٦٤٥٤	٨٠٩٨٣	٧	٦٤٧٩	٨١١٥١	٧
٦٣٨٠	٨٠٤٨٢	٧	٦٤٠٥	٨٠٦٥٢	٧	٦٤٣٠	٨٠٨٢١	٧	٦٤٥٥	٨٠٩٩٠	٧	٦٤٨٠	٨١١٥٨	٧
٦٣٨١	٨٠٤٨٩	٧	٦٤٠٦	٨٠٦٥٩	٧	٦٤٣١	٨٠٨٢٨	٧	٦٤٥٦	٨٠٩٩٦	٦	٦٤٨١	٨١١٦٤	٦
٦٣٨٢	٨٠٤٩٦	٧	٦٤٠٧	٨٠٦٦٥	٧	٦٤٣٢	٨٠٨٣٥	٧	٦٤٥٧	٨١٠٠٣	٧	٦٤٨٢	٨١١٧١	٧
٦٣٨٣	٨٠٥٠٢	٦	٦٤٠٨	٨٠٦٧٢	٧	٦٤٣٣	٨٠٨٤١	٦	٦٤٥٨	٨١٠١٠	٧	٦٤٨٣	٨١١٧٨	٧
٦٣٨٤	٨٠٥٠٩	٧	٦٤٠٩	٨٠٦٧٩	٧	٦٤٣٤	٨٠٨٤٨	٧	٦٤٥٩	٨١٠١٧	٧	٧٤٨٤	٨١١٨٤	٦
٦٣٨٥	٨٠٥١٦	٧	٦٤١٠	٨٠٦٨٦	٧	٦٤٣٥	٨٠٨٥٥	٧	٦٤٦٠	٨١٠٢٣	٦	٦٤٨٥	٨١١٩١	٧
٦٣٨٦	٨٠٥٢٣	٧	٦٤١١	٨٠٦٩٣	٧	٦٤٣٦	٨٠٨٦٢	٧	٦٤٦١	٨١٠٣٠	٧	٦٤٨٦	٨١١٩٨	٧
٦٣٨٧	٨٠٥٣٠	٧	٦٤١٢	٨٠٦٩٩	٦	٦٤٣٧	٨٠٨٦٨	٦	٦٤٦٢	٨١٠٣٧	٧	٦٤٨٧	٨١٢٠٤	٦
٦٣٨٨	٨٠٥٣٦	٦	٦٤١٣	٨٠٧٠٦	٧	٦٤٣٨	٨٠٨٧٥	٧	٦٤٦٣	٨١٠٤٣	٦	٦٤٨٨	٨١٢١١	٧
٦٣٨٩	٨٠٥٤٣	٧	٦٤١٤	٨٠٧١٣	٧	٦٤٣٩	٨٠٨٨٢	٧	٦٤٦٤	٨١٠٥٠	٧	٦٤٨٩	٨١٢١٨	٧
٦٣٩٠	٨٠٥٥٠	٧	٦٤١٥	٨٠٧٢٠	٧	٦٤٤٠	٨٠٨٨٩	٧	٦٤٦٥	٨١٠٥٧	٧	٦٤٩٠	٨١٢٢٤	٦
٦٣٩١	٨٠٥٥٧	٧	٦٤١٦	٨٠٧٢٦	٦	٦٤٤١	٨٠٨٩٥	٦	٦٤٦٦	٨١٠٦٤	٧	٦٤٩١	٨١٢٣١	٧
٦٣٩٢	٨٠٥٦٤	٧	٦٤١٧	٨٠٧٣٣	٧	٦٤٤٢	٨٠٩٠٢	٧	٦٤٦٧	٨١٠٧٠	٦	٦٤٩٢	٨١٢٣٨	٧
٦٣٩٣	٨٠٥٧٠	٦	٦٤١٨	٨٠٧٤٠	٧	٦٤٤٣	٨٠٩٠٩	٧	٦٤٦٨	٨١٠٧٧	٧	٦٤٩٣	٨١٢٤٥	٧
٦٣٩٤	٨٠٥٧٧	٧	٦٤١٩	٨٠٧٤٧	٧	٦٤٤٤	٨٠٩١٦	٧	٦٤٦٩	٨١٠٨٤	٧	٦٤٩٤	٨١٢٥١	٦
٦٣٩٥	٨٠٥٨٤	٧	٦٤٢٠	٨٠٧٥٤	٧	٦٤٤٥	٨٠٩٢٢	٦	٦٤٧٠	٨١٠٩٠	٦	٦٤٩٥	٨١٢٥٨	٧
٦٣٩٦	٨٠٥٩١	٧	٦٤٢١	٨٠٧٦٠	٦	٦٤٤٦	٨٠٩٢٩	٧	٦٤٧١	٨١٠٩٧	٧	٦٤٩٦	٨١٢٦٥	٧
٦٣٩٧	٨٠٥٩٨	٧	٦٤٢٢	٨٠٧٦٧	٧	٦٤٤٧	٨٠٩٣٦	٧	٦٤٧٢	٨١١٠٤	٧	٦٤٩٧	٨١٢٧١	٦
٦٣٩٨	٨٠٦٠٤	٦	٦٤٢٣	٨٠٧٧٤	٧	٦٤٤٨	٨٠٩٤٣	٧	٦٤٧٣	٨١١١١	٧	٦٤٩٨	٨١٢٧٨	٧
٦٣٩٩	٨٠٦١١	٧	٦٤٢٤	٨٠٧٨١	٧	٦٤٤٩	٨٠٩٤٩	٦	٦٤٧٤	٨١١١٧	٦	٦٤٩٩	٨١٢٨٥	٧
٦٤٠٠	٨٠٦١٨	٧	٦٤٢٥	٨٠٧٨٧	٦	٦٤٥٠	٨٠٩٥٦	٧	٦٤٧٥	٨١١٢٤	٧	٦٥٠٠	٨١٢٩١	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٥٠١	٨١٢٩٨	٧	٦٥٢٦	٨١٤٦٥	٧	٦٥٥١	٨١٦٣١	٧	٦٥٧٦	٨١٧٩٦	٦	٦٦٠١	٨١٩٦١	٧
٦٥٠٢	٨١٣٠٥	٧	٦٥٢٧	٨١٤٧١	٦	٦٥٥٢	٨١٦٣٧	٦	٦٥٧٧	٨١٨٠٣	٧	٦٦٠٢	٨١٩٦٨	٧
٦٥٠٣	٨١٣١١	٦	٦٥٢٨	٨١٤٧٨	٧	٦٥٥٣	٨١٦٤٤	٧	٦٥٧٨	٨١٨٠٩	٦	٦٦٠٣	٨١٩٧٤	٦
٦٥٠٤	٨١٣١٨	٧	٦٥٢٩	٨١٤٨٥	٧	٦٥٥٤	٨١٦٥١	٧	٦٥٧٩	٨١٨١٦	٧	٦٦٠٤	٨١٩٨١	٧
٦٥٠٥	٨١٣٢٥	٧	٦٥٣٠	٨١٤٩١	٦	٦٥٥٥	٨١٦٥٧	٦	٦٥٨٠	٨١٨٢٣	٧	٦٦٠٥	٨١٩٨٧	٦
٦٥٠٦	٨١٣٣١	٦	٦٥٣١	٨١٤٩٨	٧	٦٥٥٦	٨١٦٦٤	٧	٦٥٨١	٨١٨٢٩	٦	٦٦٠٦	٨١٩٩٤	٧
٦٥٠٧	٨١٣٣٨	٧	٦٥٣٢	٨١٥٠٥	٧	٦٥٥٧	٨١٦٧١	٧	٦٥٨٢	٨١٨٣٦	٧	٦٦٠٧	٨٢٠٠٠	٦
٦٥٠٨	٨١٣٤٥	٧	٦٥٣٣	٨١٥١١	٦	٦٥٥٨	٨١٦٧٧	٦	٦٥٨٣	٨١٨٤٢	٦	٦٦٠٨	٨٢٠٠٧	٧
٦٥٠٩	٨١٣٥١	٦	٦٥٣٤	٨١٥١٨	٧	٦٥٥٩	٨١٦٨٤	٧	٦٥٨٤	٨١٨٤٩	٧	٦٦٠٩	٨٢٠١٤	٧
٦٥١٠	٨١٣٥٨	٧	٦٥٣٥	٨١٥٢٥	٧	٦٥٦٠	٨١٦٩٠	٦	٦٥٨٥	٨١٨٥٦	٧	٦٦١٠	٨٢٠٢٠	٦
٦٥١١	٨١٣٦٥	٧	٦٥٣٦	٨١٥٣١	٦	٦٥٦١	٨١٦٩٧	٧	٦٥٨٦	٨١٨٦٢	٦	٦٦١١	٨٢٠٢٧	٧
٦٥١٢	٨١٣٧١	٦	٦٥٣٧	٨١٥٣٨	٧	٦٥٦٢	٨١٧٠٤	٧	٦٥٨٧	٨١٨٦٩	٧	٦٦١٢	٨٢٠٣٣	٦
٦٥١٣	٨١٣٧٨	٧	٦٥٣٨	٨١٥٤٤	٦	٦٥٦٣	٨١٧١٠	٦	٦٥٨٨	٨١٨٧٥	٦	٦٦١٣	٨٢٠٤٠	٧
٦٥١٤	٨١٣٨٥	٧	٦٥٣٩	٨١٥٥١	٧	٦٥٦٤	٨١٧١٧	٧	٦٥٨٩	٨١٨٨٢	٧	٦٦١٤	٨٢٠٤٦	٦
٦٥١٥	٨١٣٩١	٦	٦٥٤٠	٨١٥٥٨	٧	٦٥٦٥	٨١٧٢٣	٦	٦٥٩٠	٨١٨٨٩	٧	٦٦١٥	٨٢٠٥٣	٧
٦٥١٦	٨١٣٩٨	٧	٦٥٤١	٨١٥٦٤	٦	٦٥٦٦	٨١٧٣٠	٧	٦٥٩١	٨١٨٩٥	٦	٦٦١٦	٨٢٠٦٠	٧
٦٥١٧	٨١٤٠٥	٧	٦٥٤٢	٨١٥٧١	٧	٦٥٦٧	٨١٧٣٧	٧	٦٥٩٢	٨١٩٠٢	٧	٦٦١٧	٨٢٠٦٦	٦
٦٥١٨	٨١٤١١	٦	٦٥٤٣	٨١٥٧٨	٧	٦٤٦٨	٨١٧٤٣	٦	٦٥٩٣	٨١٩٠٨	٦	٦٦١٨	٨٢٠٧٣	٧
٦٥١٩	٨١٤١٨	٧	٦٥٤٤	٨١٥٨٤	٦	٦٥٦٩	٨١٧٥٠	٧	٦٥٩٤	٨١٩١٥	٧	٦٦١٩	٨٢٠٧٩	٦
٦٥٢٠	٨١٤٢٥	٧	٦٥٤٥	٨١٥٩١	٧	٦٥٧٠	٨١٧٥٧	٧	٦٥٩٥	٨١٩٢١	٦	٦٦٢٠	٨٢٠٨٦	٧
٦٥٢١	٨١٤٣١	٦	٦٥٤٦	٨١٥٩٨	٧	٦٥٧١	٨١٧٦٣	٦	٦٥٩٦	٨١٩٢٨	٧	٦٦٢١	٨٢٠٩٢	٦
٦٥٢٢	٨١٤٣٨	٧	٦٥٤٧	٨١٦٠٤	٦	٦٥٧٢	٨١٧٧٠	٧	٦٥٩٧	٨١٩٣٥	٧	٦٦٢٢	٨٢٠٩٩	٧
٦٥٢٣	٨١٤٤٥	٧	٦٥٤٨	٨١٦١١	٧	٦٥٧٣	٨١٧٧٦	٦	٦٥٩٨	٨١٩٤١	٦	٦٦٢٣	٨٢١٠٥	٦
٦٥٢٤	٨١٤٥١	٦	٦٥٤٩	٨١٦١٧	٦	٦٥٧٤	٨١٧٨٣	٧	٦٥٩٩	٨١٩٤٨	٧	٦٦٢٤	٨٢١١٢	٧
٦٥٢٥	٨١٤٥٨	٧	٦٥٥٠	٨١٦٢٤	٧	٦٥٧٥	٨١٧٩٠	٧	٦٦٠٠	٨١٩٥٤	٦	٦٦٢٥	٨٢١١٩	٧

عدد	لوغا	ف
		٦
٦٦٢٦	٨٢١٢٥	٧
٦٦٢٧	٨٢١٣٢	٦
٦٦٢٨	٨٢١٣٨	٧
٦٦٢٩	٨٢١٤٥	٦
٦٦٣٠	٨٢١٥١	٧
٦٦٣١	٨٢١٥٨	٦
٦٦٣٢	٨٢١٦٤	٧
٦٦٣٣	٨٢١٧١	٧
٦٦٣٤	٨٢١٧٨	٦
٦٦٣٥	٨٢١٨٤	٧
٦٦٣٦	٨٢١٩١	٦
٦٦٣٧	٨٢١٩٧	٧
٦٦٣٨	٨٢٢٠٤	٦
٦٦٣٩	٨٢٢١٠	٧
٦٦٤٠	٨٢٢١٧	٦
٦٦٤١	٨٢٢٢٣	٧
٦٦٤٢	٨٢٢٣٠	٦
٦٦٤٣	٨٢٢٣٦	٧
٦٦٤٤	٨٢٢٤٣	٦
٦٦٤٥	٨٢٢٤٩	٧
٦٦٤٦	٨٢٢٥٦	٧
٦٦٤٧	٨٢٢٦٣	٦
٦٦٤٨	٨٢٢٦٩	٧
٦٦٤٩	٨٢٢٧٦	٦
٦٦٥٠	٨٢٢٨٢	

عدد	لوغا	ف
		٧
٦٦٥١	٨٢٢٨٩	٦
٦٦٥٢	٨٢٢٩٥	٧
٦٦٥٣	٨٢٣٠٢	٦
٦٦٥٤	٨٢٣٠٨	٧
٦٦٥٥	٨٢٣١٥	٦
٦٦٥٦	٨٢٣٢١	٧
٦٦٥٧	٨٢٣٢٨	٦
٦٦٥٨	٨٢٣٣٤	٧
٦٦٥٩	٨٢٣٤١	٦
٦٦٦٠	٨٢٣٤٧	٧
٦٦٦١	٨٢٣٥٤	٦
٦٦٦٢	٨٢٣٦٠	٧
٦٦٦٣	٨٢٣٦٧	٦
٦٦٦٤	٨٢٣٧٣	٧
٦٦٦٥	٨٢٣٨٠	٧
٦٦٦٦	٨٢٣٨٧	٦
٦٦٦٧	٨٢٣٩٣	٧
٦٦٦٨	٨٢٤٠٠	٦
٦٦٦٩	٨٢٤٠٦	٧
٦٦٧٠	٨٢٤١٣	٦
٦٦٧١	٨٢٤١٩	٧
٦٦٧٢	٨٢٤٢٦	٦
٦٦٧٣	٨٢٤٣٢	٧
٦٦٧٤	٨٢٤٣٩	٦
٦٦٧٥	٨٢٤٤٥	

عدد	لوغا	ف
		٧
٦٦٧٦	٨٢٤٥٢	٦
٦٦٧٧	٨٢٤٥٨	٧
٦٦٧٨	٨٢٤٦٥	٦
٦٦٧٩	٨٢٤٧١	٧
٦٦٨٠	٨٢٤٧٨	٦
٦٦٨١	٨٢٤٨٤	٧
٦٦٨٢	٨٢٤٩١	٦
٦٦٨٣	٨٢٤٩٧	٧
٦٦٨٤	٨٢٥٠٤	٦
٦٦٨٥	٨٢٥١٠	٧
٦٦٨٦	٨٢٥١٧	٦
٦٦٨٧	٨٢٥٢٣	٧
٦٦٨٨	٨٢٥٣٠	٦
٦٦٨٩	٨٢٥٣٦	٧
٦٦٩٠	٨٢٥٤٣	٦
٦٦٩١	٨٢٥٤٩	٧
٦٦٩٢	٨٢٥٥٦	٦
٦٦٩٣	٨٢٥٦٢	٧
٦٦٩٤	٨٢٥٦٩	٦
٦٦٩٥	٨٢٥٧٥	٧
٦٦٩٦	٨٢٥٨٢	٦
٦٦٩٧	٨٢٥٨٨	٧
٦٦٩٨	٨٢٥٩٥	٦
٦٦٩٩	٨٢٦٠١	٦
٦٧٠٠	٨٢٦٠٧	

عدد	لوغا	ف
		٧
٦٧٠١	٨٢٦١٤	٦
٦٧٠٢	٨٢٦٢٠	٧
٦٧٠٣	٨٢٦٢٧	٦
٦٧٠٤	٨٢٦٣٣	٧
٦٧٠٥	٨٢٦٤٠	٦
٦٧٠٦	٨٢٦٤٦	٧
٦٧٠٧	٨٢٦٥٣	٦
٦٧٠٨	٨٢٦٥٩	٧
٦٧٠٩	٨٢٦٦٦	٦
٦٧١٠	٨٢٦٧٢	٧
٦٧١١	٨٢٦٧٩	٦
٦٧١٢	٨٢٦٨٥	٧
٦٧١٣	٨٢٦٩٢	٦
٦٧١٤	٨٢٦٩٨	٧
٦٧١٥	٨٢٧٠٥	٦
٦٧١٦	٨٢٧١١	٧
٦٧١٧	٨٢٧١٨	٦
٦٧١٨	٨٢٧٢٤	٦
٦٧١٩	٨٢٧٣٠	٧
٦٧٢٠	٨٢٧٣٧	٦
٦٧٢١	٨٢٧٤٣	٧
٦٧٢٢	٨٢٧٥٠	٦
٦٧٢٣	٨٢٧٥٦	٧
٦٧٢٤	٨٢٧٦٣	٦
٦٧٢٥	٨٢٧٦٩	

عدد	لوغا	ف
		٧
٦٧٢٦	٨٢٧٧٦	٦
٦٧٢٧	٨٢٧٨٢	٧
٦٧٢٨	٨٢٧٨٩	٦
٦٧٢٩	٨٢٧٩٥	٧
٦٧٣٠	٨٢٨٠٢	٦
٦٧٣١	٨٢٨٠٨	٦
٦٧٣٢	٨٢٨١٤	٧
٦٧٣٣	٨٢٨٢١	٦
٦٧٣٤	٨٢٨٢٧	٧
٦٧٣٥	٨٢٨٣٤	٦
٦٧٣٦	٨٢٨٤٠	٧
٦٧٣٧	٨٢٨٤٧	٦
٦٧٣٨	٨٢٨٥٣	٧
٦٧٣٩	٨٢٨٦٠	٦
٦٧٤٠	٨٢٨٦٦	٦
٦٧٤١	٨٢٨٧٢	٧
٦٧٤٢	٨٢٨٧٩	٦
٦٧٤٣	٨٢٨٨٥	٧
٦٧٤٤	٨٢٨٩٢	٦
٦٧٤٥	٨٢٨٩٨	٧
٦٧٤٦	٨٢٩٠٥	٦
٦٧٤٧	٨٢٩١١	٧
٦٧٤٨	٨٢٩١٨	٦
٦٧٤٩	٨٢٩٢٤	٦
٦٧٥٠	٨٢٩٣٠	

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٧٥١	٨٢٩٣٧	٧	٦٧٧٦	٨٣٠٩٧	٦	٦٨٠١	٨٣٢٥٧	٦	٦٨٢٦	٨٣٤١٧	٧	٦٨٥١	٨٣٥٧٥	٦
٦٧٥٢	٨٢٩٤٣	٦	٦٧٧٧	٨٣١٠٤	٧	٦٨٠٢	٨٣٢٦٤	٧	٦٨٢٧	٨٣٤٢٣	٦	٦٨٥٢	٨٣٥٨٢	٧
٦٧٥٣	٨٢٩٥٠	٧	٦٧٧٨	٨٣١١٠	٦	٦٨٠٣	٨٣٢٧٠	٦	٦٨٢٨	٨٣٤٢٩	٦	٦٨٥٣	٨٣٥٨٨	٦
٦٧٥٤	٨٢٩٥٦	٦	٦٧٧٩	٨٣١١٧	٧	٦٨٠٤	٨٣٢٧٦	٦	٦٨٢٩	٨٣٤٣٦	٧	٦٨٥٤	٨٣٥٩٤	٦
٦٧٥٥	٨٢٩٦٣	٧	٦٧٨٠	٨٣١٢٣	٦	٦٨٠٥	٨٣٢٨٣	٧	٦٨٣٠	٨٣٤٤٢	٦	٦٨٥٥	٨٣٦٠١	٧
٦٧٥٦	٨٢٩٦٩	٦	٦٧٨١	٨٣١٢٩	٦	٦٨٠٦	٨٣٢٨٩	٦	٦٨٣١	٨٣٤٤٨	٦	٦٨٥٦	٨٣٦٠٧	٦
٦٧٥٧	٨٢٩٧٥	٦	٦٧٨٢	٨٣١٣٦	٧	٦٨٠٧	٨٣٢٩٦	٧	٦٨٣٢	٨٣٤٥٥	٧	٦٨٥٧	٨٣٦١٣	٦
٦٧٥٨	٨٢٩٨٢	٧	٦٧٨٣	٨٣١٤٢	٦	٦٨٠٨	٨٣٣٠٢	٦	٦٨٣٣	٨٣٤٦١	٦	٦٨٥٨	٨٣٦٢٠	٧
٦٧٥٩	٨٢٩٨٨	٦	٦٧٨٤	٨٣٧٤٩	٧	٦٨٠٩	٨٣٣٠٨	٦	٦٨٣٤	٨٣٤٦٧	٦	٦٨٥٩	٨٣٦٢٦	٦
٦٧٦٠	٨٢٩٩٥	٧	٦٧٨٥	٨٣١٥٥	٦	٦٨١٠	٨٣٣١٥	٧	٦٨٣٥	٨٣٤٧٤	٧	٦٨٦٠	٨٣٦٣٢	٦
٦٧٦١	٨٣٠٠١	٦	٦٧٨٦	٨٣١٦١	٦	٦٨١١	٨٣٣٢١	٦	٦٨٣٦	٨٣٤٨٠	٦	٦٨٦١	٨٣٦٣٩	٧
٦٧٦٢	٨٣٠٠٨	٧	٦٧٨٧	٨٣١٦٨	٧	٦٨١٢	٨٣٣٢٧	٦	٦٨٣٧	٨٣٤٨٧	٧	٦٨٦٢	٨٣٦٤٥	٦
٦٧٦٣	٨٣٠١٤	٦	٦٧٨٨	٨٣١٧٤	٦	٦٨١٣	٨٣٣٣٤	٧	٦٨٣٨	٨٣٤٩٣	٦	٦٨٦٣	٨٣٦٥١	٦
٦٧٦٤	٨٣٠٢٠	٦	٦٧٨٩	٨٣١٨١	٧	٦٨١٤	٨٣٣٤٠	٦	٦٨٣٩	٨٣٤٩٩	٦	٦٨٦٤	٨٣٦٥٨	٧
٦٧٦٥	٨٣٠٢٧	٧	٦٧٩٠	٨٣١٨٧	٦	٦٨١٥	٨٣٣٤٧	٧	٦٨٤٠	٨٣٥٠٦	٧	٦٨٦٥	٨٣٦٦٤	٦
٦٧٦٦	٨٣٠٣٣	٦	٦٧٩١	٨٣١٩٣	٦	٦٨١٦	٨٣٣٥٣	٦	٦٨٤١	٨٣٥١٢	٦	٦٨٦٦	٨٣٦٧٠	٦
٦٧٦٧	٨٣٠٤٠	٧	٦٧٩٢	٨٣٢٠٠	٧	٦٨١٧	٨٣٣٥٩	٦	٦٨٤٢	٨٣٥١٨	٦	٦٨٦٧	٨٣٦٧٧	٧
٦٧٦٨	٨٣٠٤٦	٦	٦٧٩٣	٨٣٢٠٦	٦	٦٨١٨	٨٣٣٦٦	٧	٦٨٤٣	٨٣٥٢٥	٧	٦٨٦٨	٨٣٦٨٣	٦
٦٧٦٩	٨٣٠٥٢	٦	٦٧٩٤	٨٣٢١٣	٧	٦٨١٩	٨٣٣٧٢	٦	٦٨٤٤	٨٣٥٣١	٦	٦٨٦٩	٨٣٦٨٩	٦
٦٧٧٠	٨٣٠٥٩	٧	٦٧٩٥	٨٣٢١٩	٦	٦٨٢٠	٨٣٣٧٨	٦	٦٨٤٥	٨٣٥٣٧	٦	٦٨٧٠	٨٣٦٩٦	٧
٦٧٧١	٨٣٠٦٥	٦	٦٧٩٦	٨٣٢٢٥	٦	٦٨٢١	٨٣٣٨٥	٧	٦٨٤٦	٨٣٥٤٤	٧	٦٨٧١	٨٣٧٠٢	٦
٦٧٧٢	٨٣٠٧٢	٧	٦٧٩٧	٨٣٢٣٢	٧	٦٨٢٢	٨٣٣٩١	٦	٦٨٤٧	٨٣٥٥٠	٦	٦٨٧٢	٨٣٧٠٨	٦
٦١١٣	٨٣٠٧٨	٦	٦٧٩٨	٨٣٢٣٨	٦	٦٨٢٣	٨٣٣٩٨	٧	٦٨٤٨	٨٣٥٥٦	٦	٦٨٧٣	٨٣٧١٥	٧
٦١٧٤	٨٣٠٨٥	٧	٦٧٩٩	٨٣٢٤٥	٧	٦٨٢٤	٨٣٤٠٤	٦	٦٨٤٩	٨٣٥٦٣	٧	٦٨٧٤	٨٣٧٢١	٦
٦٧٧٥	٨٣٠٩١	٦	٦٨٠٠	٨٣٢٥١	٦	٦٨٢٥	٨٣٤١٠	٦	٦٨٥٠	٨٣٥٦٩	٦	٦٨٧٥	٨٣٧٢٧	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٦٨٧٦	٨٣٧٣٤	٧	٦٩٠١	٨٣٨٩١	٦	٦٩٢٦	٨٤٠٤٨	٦	٦٩٥١	٨٤٢٠٥	٧	٦٩٧٦	٨٤٣٦١	٧
٦٨٧٧	٨٣٧٤٠	٦	٦٩٠٢	٨٣٨٩٧	٦	٦٩٢٧	٨٤٠٥٥	٧	٦٩٥٢	٨٤٢١١	٦	٦٩٧٧	٨٤٣٦٧	٦
٦٨٧٨	٨٣٧٤٦	٦	٦٩٠٣	٨٣٩٠٤	٧	٦٩٢٨	٨٤٠٦١	٦	٦٩٥٣	٨٤٢١٧	٦	٦٩٧٨	٨٤٣٧٣	٦
٦٨٧٩	٨٣٧٥٣	٧	٦٩٠٤	٨٣٩١٠	٦	٦٩٢٩	٨٤٠٦٧	٦	٦٩٥٤	٨٤٢٢٣	٦	٦٩٧٩	٨٤٣٧٩	٦
٦٨٨٠	٨٣٧٥٩	٦	٦٩٠٥	٨٣٩١٦	٦	٦٩٣٠	٨٤٠٧٣	٦	٦٩٥٥	٨٤٢٣٠	٧	٦٩٨٠	٨٤٣٨٦	٧
٦٨٨١	٨٣٧٦٥	٦	٦٩٠٦	٨٣٩٢٣	٧	٦٩٣١	٨٤٠٨٠	٧	٦٩٥٦	٨٤٢٣٦	٦	٦٩٨١	٨٤٣٩٢	٦
٦٨٨٢	٨٣٧٧١	٦	٦٩٠٧	٨٣٩٢٩	٦	٦٩٣٢	٨٤٠٨٦	٦	٦٩٥٧	٨٤٢٤٢	٦	٦٩٨٢	٨٤٣٩٨	٦
٦٨٨٣	٨٣٧٧٨	٧	٦٩٠٨	٨٣٩٣٥	٦	٦٩٣٣	٨٤٠٩٢	٦	٦٩٥٨	٨٤٢٤٨	٦	٦٩٨٣	٨٤٤٠٤	٦
٦٨٨٤	٨٣٧٨٤	٦	٦٩٠٩	٨٣٩٤٢	٧	٦٩٣٤	٨٤٠٩٨	٦	٦٩٥٩	٨٤٢٥٥	٧	٦٩٨٤	٨٤٤١٠	٦
٦٨٨٥	٨٣٧٩٠	٦	٦٩١٠	٨٣٩٤٨	٦	٦٩٣٥	٨٤١٠٥	٧	٦٩٦٠	٨٤٢٦١	٦	٦٩٨٥	٨٤٤١٧	٧
٦٨٨٦	٨٣٧٩٧	٧	٦٩١١	٨٣٩٥٤	٦	٦٩٣٦	٨٤١١١	٦	٦٩٦١	٨٤٢٦٧	٦	٦٩٨٦	٨٤٤٢٣	٦
٦٨٨٧	٨٣٨٠٣	٦	٦٩١٢	٨٣٩٦٠	٦	٦٩٣٧	٨٤١١٧	٦	٦٩٦٢	٨٤٢٧٣	٦	٦٩٨٧	٨٤٤٢٩	٦
٦٨٨٨	٨٣٨٠٩	٦	٦٩١٣	٨٣٩٦٧	٧	٦٩٣٨	٨٤١٢٣	٦	٦٩٦٣	٨٤٢٨٠	٧	٦٩٨٨	٨٤٤٣٥	٦
٦٨٨٩	٨٣٨١٦	٧	٦٩١٤	٨٣٩٧٣	٦	٦٩٣٩	٨٤١٣٠	٧	٦٩٦٤	٨٤٢٨٦	٦	٦٩٨٩	٨٤٤٤٢	٧
٦٨٩٠	٨٣٨٢٢	٦	٦٩١٥	٨٣٩٧٩	٦	٦٩٤٠	٨٤١٣٦	٦	٦٩٦٥	٨٤٢٩٢	٦	٦٩٩٠	٨٤٤٤٨	٦
٦٨٩١	٨٣٨٢٨	٦	٦٩١٦	٨٣٩٨٥	٦	٦٩٤١	٨٤١٤٢	٦	٦٩٦٦	٨٤٢٩٨	٦	٦٩٩١	٨٤٤٥٤	٦
٦٨٩٢	٨٣٨٣٥	٧	٦٩١٧	٨٣٩٩٢	٧	٦٩٤٢	٨٤١٤٨	٦	٦٩٦٧	٨٤٣٠٥	٧	٦٩٩٢	٨٤٤٦٠	٦
٦٨٩٣	٨٣٨٤١	٦	٦٩١٨	٨٣٩٩٨	٦	٦٩٤٣	٨٤١٥٥	٧	٦٩٦٨	٨٤٣١١	٦	٦٩٩٣	٨٤٤٦٦	٦
٦٨٩٤	٨٣٨٤٧	٦	٦٩١٩	٨٤٠٠٤	٦	٦٩٤٤	٨٤١٦١	٦	٦٩٦٩	٨٤٣١٧	٦	٦٩٩٤	٨٤٤٧٣	٧
٦٨٩٥	٨٣٨٥٣	٦	٦٩٢٠	٨٤٠١١	٧	٦٩٤٥	٨٤١٦٧	٦	٦٩٧٠	٨٤٣٢٣	٦	٦٩٩٥	٨٤٤٧٩	٦
٦٨٩٦	٨٣٨٦٠	٧	٦٩٢١	٨٤٠١٧	٦	٦٩٤٦	٨٤١٧٣	٦	٦٩٧١	٨٤٣٣٠	٧	٦٩٩٦	٨٤٤٨٥	٦
٦٨٩٧	٨٣٨٦٦	٦	٦٩٢٢	٨٤٠٢٣	٦	٦٩٤٧	٨٤١٨٠	٧	٦٩٧٢	٨٤٣٣٦	٦	٦٩٩٧	٨٤٤٩١	٦
٦٨٩٨	٨٣٨٧٢	٦	٦٩٢٣	٨٤٠٢٩	٦	٦٩٤٨	٨٤١٨٦	٦	٦٩٧٣	٨٤٣٤٢	٦	٦٩٩٨	٨٤٤٩٧	٦
٦٨٩٩	٨٣٨٧٩	٧	٦٩٢٤	٨٤٠٣٦	٧	٦٩٤٩	٨٤١٩٢	٦	٦٩٧٤	٨٤٣٤٨	٦	٦٩٩٩	٨٤٥٠٤	٧
٦٩٠٠	٨٣٨٨٥	٦	٦٩٢٥	٨٤٠٤٢	٦	٦٩٥٠	٨٤١٩٨	٦	٦٩٧٥	٨٤٣٥٤	٦	٧٠٠٠	٨٤٥١٠	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٠١	٨٤٥١٦		٧٠٢٦	٨٤٦٧١		٧٠٥١	٨٤٨٢٥		٧٠٧٦	٨٤٩٧٩		٧١٠١	٨٥١٣٢	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٠٢	٨٤٥٢٢		٧٠٢٧	٨٤٦٧٧		٧٠٥٢	٨٤٨٣١		٧٠٧٧	٨٤٩٨٥		٧١٠٢	٨٥١٣٨	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٠٣	٨٤٥٢٨		٧٠٢٨	٨٤٦٨٣		٧٠٥٣	٨٤٨٣٧		٧٠٧٨	٨٤٩٩١		٧١٠٣	٨٥١٤٤	
		٧			٦			٧			٦			٦
٧٠٠٤	٨٤٥٣٥		٧٠٢٩	٨٤٦٨٩		٧٠٥٤	٨٤٨٤٤		٧٠٧٩	٨٤٩٩٧		٧١٠٤	٨٥١٥٠	
		٦			٧			٦			٦			٦
٧٠٠٥	٨٤٥٤١		٧٠٣٠	٨٤٦٩٦		٧٠٥٥	٨٤٨٥٠		٧٠٨٠	٨٥٠٠٣		٧١٠٥	٨٥١٥٦	
		٦			٦			٦			٦			٧
٧٠٠٦	٨٤٥٤٧		٧٠٣١	٨٤٧٠٢		٧٠٥٦	٨٤٨٥٦		٧٠٨١	٨٥٠٠٩		٧١٠٦	٨٥١٦٣	
		٦			٦			٦			٧			٦
٧٠٠٧	٨٤٥٥٣		٧٠٣٢	٨٤٧٠٨		٧٠٥٧	٨٤٨٦٢		٧٠٨٢	٨٥٠١٦		٧١٠٧	٨٥١٦٩	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٠٨	٨٤٥٥٩		٧٠٣٣	٨٤٧١٤		٧٠٥٨	٨٤٨٦٨		٧٠٨٣	٨٥٠٢٢		٧١٠٨	٨٥١٧٥	
		٧			٦			٦			٦			٦
٧٠٠٩	٨٤٥٦٦		٧٠٣٤	٨٤٧٢٠		٧٠٥٩	٨٤٨٧٤		٧٠٨٤	٨٥٠٢٨		٧١٠٩	٨٥١٨١	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠١٠	٨٤٥٧٢		٧٠٣٥	٨٤٧٢٦		٧٠٦٠	٨٤٨٨٠		٧٠٨٥	٨٥٠٣٤		٧١١٠	٨٥١٨٧	
		٦			٧			٧			٦			٦
٧٠١١	٨٤٥٧٨		٧٠٣٦	٨٤٧٣٣		٧٠٦١	٨٤٨٨٧		٧٠٨٦	٨٥٠٤٠		٧١١١	٨٥١٩٣	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠١٢	٨٤٥٨٤		٧٠٣٧	٨٤٧٣٩		٧٠٦٢	٨٤٨٩٣		٧٠٨٧	٨٥٠٤٦		٧١١٢	٨٥١٩٩	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠١٣	٨٤٥٩٠		٧٠٣٨	٨٤٧٤٥		٧٠٦٣	٨٤٨٩٩		٧٠٨٨	٨٥٠٥٢		٧١١٣	٨٥٢٠٥	
		٧			٦			٦			٦			٦
٧٠١٤	٨٤٥٩٧		٧٠٣٩	٨٤٧٥١		٧٠٦٤	٨٤٩٠٥		٧٠٨٩	٨٥٠٥٨		٧١١٤	٨٥٢١١	
		٦			٦			٦			٧			٦
٧٠١٥	٨٤٦٠٣		٧٠٤٠	٨٤٧٥٧		٧٠٦٥	٨٤٩١١		٧٠٩٠	٨٥٠٦٥		٧١١٥	٨٥٢١٧	
		٦			٦			٦			٦			٧
٧٠١٦	٨٤٦٠٩		٧٠٤١	٨٤٧٦٣		٧٠٦٦	٨٤٩١٧		٧٠٩١	٨٥٠٧١		٧١١٦	٨٥٢٢٤	
		٦			٧			٧			٦			٦
٧٠١٧	٨٤٦١٥		٧٠٤٢	٨٤٧٧٠		٧٠٦٧	٨٤٩٢٤		٧٠٩٢	٨٥٠٧٧		٧١١٧	٨٥٢٣٠	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠١٨	٨٤٦٢١		٧٠٤٣	٨٤٧٧٦		٧٠٦٨	٨٤٩٣٠		٧٠٩٣	٨٥٠٨٣		٧١١٨	٨٥٢٣٦	
		٧			٦			٦			٦			٦
٧٠١٩	٨٤٦٢٨		٧٠٤٤	٨٤٧٨٢		٧٠٦٩	٨٤٩٣٦		٧٠٩٤	٨٥٠٨٩		٧١١٩	٨٥٢٤٢	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٢٠	٨٤٦٣٤		٧٠٤٥	٨٤٧٨٨		٧٠٧٠	٨٤٩٤٢		٧٠٩٥	٨٥٠٩٥		٧١٢٠	٨٥٢٤٨	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٢١	٨٤٦٤٠		٧٠٤٦	٨٤٧٩٤		٧٠٧١	٨٤٩٤٨		٧٠٩٦	٨٥١٠١		٧١٢١	٨٥٢٥٤	
		٦			٦			٦			٦			٦
٧٠٢٢	٨٤٦٤٦		٧٠٤٧	٨٤٨٠٠		٧٠٧٢	٨٤٩٥٤		٧٠٩٧	٨٥١٠٧		٧١٢٢	٨٥٢٦٠	
		٦			٧			٦			٧			٦
٧٠٢٣	٨٤٦٥٢		٧٠٤٨	٨٤٨٠٧		٧٠٧٣	٨٤٩٦٠		٧٠٩٨	٨٥١١٤		٧١٢٣	٨٥٢٦٦	
		٦			٦			٧			٦			٦
٧٠٢٤	٨٤٦٥٨		٧٠٤٩	٨٤٨١٣		٧٠٧٤	٨٤٩٦٧		٧٠٩٩	٨٥١٢٠		٧١٢٤	٨٥٢٧٢	
		٧			٦			٦			٦			٦
٧٠٢٥	٨٤٦٦٥		٧٠٥٠	٨٤٨١٩		٧٠٧٥	٨٤٩٧٣		٧١٠٠	٨٥١٢٦		٧١٢٥	٨٥٢٧٨	

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧١٢٦	٨٥٢٨٥	٧	٧١٥١	٨٥٤٣٧	٦	٧١٧٦	٨٥٥٨٨	٦	٧٢٠١	٨٥٧٣٩	٦	٧٢٢٦	٨٥٨٩٠	٦
٧١٢٧	٨٥٢٩١	٦	٧١٥٢	٨٥٤٤٣	٦	٧١٧٧	٨٥٥٩٤	٦	٧٢٠٢	٨٥٧٤٥	٦	٧٢٢٧	٨٥٨٩٦	٦
٧١٢٨	٨٥٢٩٧	٦	٧١٥٣	٨٥٤٤٩	٦	٧١٧٨	٨٥٦٠٠	٦	٧٢٠٣	٨٥٧٥١	٦	٧٢٢٨	٨٥٩٠٢	٦
٧١٢٩	٨٥٣٠٣	٦	٧١٥٤	٨٥٤٥٥	٦	٧١٧٩	٨٥٦٠٦	٦	٧٢٠٤	٨٥٧٥٧	٦	٧٢٢٩	٨٥٩٠٨	٦
٧١٣٠	٨٥٣٠٩	٦	٧١٥٥	٨٥٤٦١	٦	٧١٨٠	٨٥٦١٢	٦	٧٢٠٥	٨٥٧٦٣	٦	٧٢٣٠	٨٥٩١٤	٦
٧١٣١	٨٥٣١٥	٦	٧١٥٦	٨٥٤٦٧	٦	٧١٨١	٨٥٦١٨	٦	٧٢٠٦	٨٥٧٦٩	٦	٧٢٣١	٨٥٩٢٠	٦
٧١٣٢	٨٥٣٢١	٦	٧١٥٧	٨٥٤٧٣	٦	٧١٨٢	٨٥٦٢٥	٧	٧٢٠٧	٨٥٧٧٥	٦	٧٢٣٢	٨٥٩٢٦	٦
٧١٣٣	٨٥٣٢٧	٦	٧١٥٨	٨٥٤٧٩	٦	٧١٨٣	٨٥٦٣١	٦	٧٢٠٨	٨٥٧٨١	٦	٧٢٣٣	٨٥٩٣٢	٦
٧١٣٤	٨٥٣٣٣	٦	٧١٥٩	٨٥٤٨٥	٦	٧١٨٤	٨٥٦٣٧	٦	٧٢٠٩	٨٥٧٨٨	٧	٧٢٣٤	٨٥٩٣٨	٦
٧١٣٥	٨٥٣٣٩	٦	٧١٦٠	٨٥٤٩١	٦	٧١٨٥	٨٥٦٤٣	٦	٧٢١٠	٨٥٧٩٤	٦	٧٢٣٥	٨٥٩٤٤	٦
٧١٣٦	٨٥٣٤٥	٦	٧١٦١	٨٥٤٩٧	٦	٧١٨٦	٨٥٦٤٩	٦	٧٢١١	٨٥٨٠٠	٦	٧٢٣٦	٨٥٩٥٠	٦
٧١٣٧	٨٥٣٥٢	٧	٧١٦٢	٨٥٥٠٣	٦	٧١٨٧	٨٥٦٥٥	٦	٧٢١٢	٨٥٨٠٦	٦	٧٢٣٧	٨٥٩٥٦	٦
٧١٣٨	٨٥٣٥٨	٦	٧١٦٣	٨٥٥٠٩	٦	٧١٨٨	٨٥٦٦١	٦	٧٢١٣	٨٥٨١٢	٦	٧٢٣٨	٨٥٩٦٢	٦
٧١٣٩	٨٥٣٦٤	٦	٧١٦٤	٨٥٥١٦	٧	٧١٨٩	٨٥٦٦٧	٦	٧٢١٤	٨٥٨١٨	٦	٧٢٣٩	٨٥٩٦٨	٦
٧١٤٠	٨٥٣٧٠	٦	٧١٦٥	٨٥٥٢٢	٦	٧١٩٠	٨٥٦٧٣	٦	٧٢١٥	٨٥٨٢٤	٦	٧٢٤٠	٨٥٩٧٤	٦
٧١٤١	٨٥٣٧٦	٦	٧١٦٦	٨٥٥٢٨	٦	٧١٩١	٨٥٦٧٩	٦	٧٢١٦	٨٥٨٣٠	٦	٧٢٤١	٨٥٩٨٠	٦
٧١٤٢	٨٥٣٨٢	٦	٧١٦٧	٨٥٥٣٤	٦	٧١٩٢	٨٥٦٨٥	٦	٧٢١٧	٨٥٨٣٦	٦	٧٢٤٢	٨٥٩٨٦	٦
٧١٤٣	٨٥٣٨٨	٦	٧١٦٨	٨٥٥٤٠	٦	٧١٩٣	٨٥٦٩١	٦	٧٢١٨	٨٥٨٤٢	٦	٧٢٤٣	٨٥٩٩٢	٦
٧١٤٤	٨٥٣٩٤	٦	٧١٦٩	٨٥٥٤٦	٦	٧١٩٤	٨٥٦٩٧	٦	٧٢١٩	٨٥٨٤٨	٦	٧٢٤٤	٨٥٩٩٨	٦
٧١٤٥	٨٥٤٠٠	٦	٧١٧٠	٨٥٥٥٢	٦	٧١٩٥	٨٥٧٠٣	٦	٧٢٢٠	٨٥٨٥٤	٦	٧٢٤٥	٨٦٠٠٤	٦
٧١٤٦	٨٥٤٠٦	٦	٧١٧١	٨٥٥٥٨	٦	٧١٩٦	٨٥٧٠٩	٦	٧٢٢١	٨٥٨٦٠	٦	٧٢٤٦	٨٦٠١٠	٦
٧١٤٧	٨٥٤١٢	٦	٧١٧٢	٨٥٥٦٤	٦	٧١٩٧	٨٥٧١٥	٦	٧٢٢٢	٨٥٨٦٦	٦	٧٢٤٧	٨٦٠١٦	٦
٧١٤٨	٨٥٤١٨	٦	٧١٧٣	٨٥٥٧٠	٦	٧١٩٨	٨٥٧٢١	٦	٧٢٢٣	٨٥٨٧٢	٦	٧٢٤٨	٨٦٠٢٢	٦
٧١٤٩	٨٥٤٢٥	٧	٧١٧٤	٨٥٥٧٦	٦	٧١٩٩	٨٥٧٢٧	٦	٧٢٢٤	٨٥٨٧٨	٦	٧٢٤٩	٨٦٠٢٨	٦
٧١٥٠	٨٥٤٣١	٦	٧١٧٥	٨٥٥٨٢	٦	٧٢٠٠	٨٥٧٣٣	٦	٧٢٢٥	٨٥٨٨٤	٦	٧٢٥٠	٨٦٠٣٤	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧٢٥١	٨٦٠٤٠	٦	٧٢٧٦	٨٦١٨٩	٦	٧٣٠١	٨٦٣٣٨	٦	٧٣٢٦	٨٦٤٨٧	٦	٧٣٥١	٨٦٦٣٥	٦
٧٢٥٢	٨٦٠٤٦	٦	٧٢٧٧	٨٦١٩٥	٦	٧٣٠٢	٨٦٣٤٤	٦	٧٣٢٧	٨٦٤٩٣	٦	٧٣٥٢	٨٦٦٤١	٦
٧٢٥٣	٨٦٠٥٢	٦	٧٢٧٨	٨٦٢٠١	٦	٧٣٠٣	٨٦٣٥٠	٦	٧٣٢٨	٨٦٤٩٩	٦	٧٣٥٣	٨٦٦٤٦	٥
٧٢٥٤	٨٦٠٥٨	٦	٧٢٧٩	٨٦٢٠٧	٦	٧٣٠٤	٨٦٣٥٦	٦	٧٣٢٩	٨٦٥٠٤	٥	٧٣٥٤	٨٦٦٥٢	٦
٧٢٥٥	٨٦٠٦٤	٦	٧٢٨٠	٨٦٢١٣	٦	٧٣٠٥	٨٦٣٦٢	٦	٧٣٣٠	٨٦٥١٠	٦	٧٣٥٥	٨٦٦٥٨	٦
٧٢٥٦	٨٦٠٧٠	٦	٧٢٨١	٨٦٢١٩	٦	٧٣٠٦	٨٦٣٦٨	٦	٧٣٣١	٨٦٥١٦	٦	٧٣٥٦	٨٦٦٦٤	٦
٧٢٥٧	٨٦٠٧٦	٦	٧٢٨٢	٨٦٢٢٥	٦	٧٣٠٧	٨٦٣٧٤	٦	٧٣٣٢	٨٦٥٢٢	٦	٧٣٥٧	٨٦٦٧٠	٦
٧٢٥٨	٨٦٠٨٢	٦	٧٢٨٣	٨٦٢٣١	٦	٧٣٠٨	٨٦٣٨٠	٦	٧٣٣٣	٨٦٥٢٨	٦	٧٣٥٨	٨٦٦٧٦	٦
٧٢٥٩	٨٦٠٨٨	٦	٧٢٨٤	٨٦٢٣٧	٦	٧٣٠٩	٨٦٣٨٦	٦	٧٣٣٤	٨٦٥٣٤	٦	٧٣٥٩	٨٦٦٨٢	٦
٧٢٦٠	٨٦٠٩٤	٦	٧٢٨٥	٨٦٢٤٣	٦	٧٣١٠	٨٦٣٩٢	٦	٧٣٣٥	٨٦٥٤٠	٦	٧٣٦٠	٨٦٦٨٨	٦
٧٢٦١	٨٦١٠٠	٦	٧٢٨٦	٨٦٢٤٠	٦	٧٣١١	٨٦٣٩٨	٦	٧٣٣٦	٨٦٥٤٩	٦	٧٣٦١	٨٦٦٩٤	٦
٧٢٦٢	٨٦١٠٦	٦	٧٢٨٧	٨٦٢٥٥	٦	٧٣١٢	٨٦٤٠٤	٦	٧٣٣٧	٨٦٥٥٢	٦	٧٣٦٢	٨٦٧٠٠	٦
٧٢٦٣	٨٦١١٢	٦	٧٢٨٨	٨٦٢٦١	٦	٧٣١٣	٨٦٤١٠	٦	٧٣٣٨	٨٦٥٥٨	٦	٧٣٦٣	٨٦٧٠٥	٥
٧٢٦٤	٨٦١١٨	٦	٧٢٨٩	٨٦٢٦٧	٦	٧٣١٤	٨٦٤١٥	٥	٧٣٣٩	٨٦٥٦٤	٦	٧٣٦٤	٨٦٧١١	٦
٧٢٦٥	٨٦١٢٤	٦	٧٢٩٠	٨٦٢٧٣	٦	٧٣١٥	٨٦٤٢١	٦	٧٣٤٠	٨٦٥٧٠	٦	٧٣٦٥	٨٦٧١٧	٦
٧٢٦٦	٨٦١٣٠	٦	٧٢٩١	٨٦٢٧٩	٦	٧٣١٦	٨٦٤٢٧	٦	٧٣٤١	٨٦٥٧٦	٦	٧٣٦٦	٨٦٧٢٣	٦
٧٢٦٧	٨٦١٣٦	٦	٧٢٩٢	٨٦٢٨٥	٦	٧٣١٧	٨٦٤٣٣	٦	٧٣٤٢	٨٦٥٨١	٥	٧٣٦٧	٨٦٧٢٩	٦
٧٢٦٨	٨٦١٤١	٥	٧٢٩٣	٨٦٢٩١	٦	٧٣١٨	٨٦٤٣٩	٦	٧٣٤٣	٨٦٥٨٧	٦	٧٣٦٨	٨٦٧٣٥	٦
٧٢٦٩	٨٦١٤٧	٦	٧٢٩٤	٨٦٢٩٧	٦	٧٣١٩	٨٦٤٤٥	٦	٧٣٤٤	٨٦٥٩٣	٦	٧٣٦٩	٨٦٧٤١	٦
٧٢٧٠	٨٦١٥٣	٦	٧٢٩٥	٨٦٣٠٣	٦	٧٣٢٠	٨٦٤٥١	٦	٧٣٤٥	٨٦٥٩٩	٦	٧٣٧٠	٨٦٧٤٧	٦
٧٢٧١	٨٦١٥٩	٦	٧٢٩٦	٨٦٣٠٨	٥	٧٣٢١	٨٦٤٥٧	٦	٧٣٤٦	٨٦٦٠٥	٦	٧٣٧١	٨٦٧٥٣	٦
٧٢٧٢	٨٦١٦٥	٦	٧٢٩٧	٨٦٣١٤	٦	٧٣٢٢	٨٦٤٦٣	٦	٧٣٤٧	٨٦٦١١	٦	٧٣٧٢	٨٦٧٥٩	٦
٧٢٧٣	٨٦١٧١	٦	٧٢٩٨	٨٦٣٢٠	٦	٧٣٢٣	٨٦٤٦٩	٦	٧٣٤٨	٨٦٦١٧	٦	٧٣٧٣	٨٦٧٦٤	٥
٧٢٧٤	٨٦١٧٧	٦	٧٢٩٩	٨٦٣٢٦	٦	٧٣٢٤	٨٦٤٧٥	٦	٧٣٤٩	٨٦٦٢٣	٦	٧٣٧٤	٨٦٧٧٠	٦
٧٢٧٥	٨٦١٨٣	٦	٧٣٠٠	٨٦٣٣٢	٦	٧٣٢٥	٨٦٤٨١	٦	٧٣٥٠	٨٦٦٢٩	٦	٧٣٧٥	٨٦٧٧٦	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧٣٧٦	٨٦٧٨٢	٦	٧٤٠١	٨٦٩٢٩	٦	٧٤٢٦	٨٧٠٧٥	٥	٧٤٥١	٨٧٢٢١	٥	٧٤٧٦	٨٧٣٦٧	٦
٧٣٧٧	٨٦٧٨٨	٦	٧٤٠٢	٨٦٩٣٥	٦	٧٤٢٧	٨٧٠٨١	٦	٧٤٥٢	٨٧٢٢٧	٦	٧٤٧٧	٨٧٣٧٣	٦
٧٣٧٨	٨٦٧٩٤	٦	٧٤٠٣	٨٦٩٤١	٦	٧٤٢٨	٨٧٠٨٧	٦	٧٤٥٣	٨٧٢٣٣	٦	٧٤٧٨	٨٧٣٧٩	٦
٧٣٧٩	٨٦٨٠٠	٦	٧٤٠٤	٨٦٩٤٧	٦	٧٤٢٩	٨٧٠٩٣	٦	٧٤٥٤	٨٧٢٣٩	٦	٧٤٧٩	٨٧٣٨٤	٥
٧٣٨٠	٨٦٨٠٦	٦	٧٤٠٥	٨٦٩٥٣	٦	٧٤٣٠	٨٧٠٩٩	٦	٧٤٥٥	٨٧٢٤٥	٦	٧٤٨٠	٨٧٣٩٠	٦
٧٣٨١	٨٦٨١٢	٦	٧٤٠٦	٨٦٩٥٨	٥	٧٤٣١	٨٧١٠٥	٦	٧٤٥٦	٨٧٢٥١	٦	٧٤٨١	٨٧٣٩٦	٦
٧٣٨٢	٨٦٨١٧	٥	٧٤٠٧	٨٦٩٦٤	٦	٧٤٣٢	٨٧١١١	٦	٧٤٥٧	٨٧٢٥٦	٥	٧٤٨٢	٨٧٤٠٢	٦
٧٣٨٣	٨٦٨٢٣	٦	٧٤٠٨	٨٦٩٧٠	٦	٧٤٣٣	٨٧١١٦	٥	٧٤٥٨	٨٧٢٦٢	٦	٧٤٨٣	٨٧٤٠٨	٦
٧٣٨٤	٨٦٨٢٩	٦	٧٤٠٩	٨٦٩٧٦	٦	٧٤٣٤	٨٧١٢٢	٦	٧٤٥٩	٨٧٢٦٨	٦	٧٤٨٤	٨٧٤١٣	٥
٧٣٨٥	٨٦٨٣٥	٦	٦٤١٠	٨٦٩٨٢	٦	٧٤٣٥	٨٧١٢٨	٦	٧٤٦٠	٨٧٢٧٤	٦	٧٤٨٥	٨٧٤١٩	٦
٧٣٨٦	٨٦٨٤١	٦	٧٤١١	٨٦٩٨٨	٦	٧٤٣٦	٨٧١٣٤	٦	٧٤٦١	٨٧٢٨٠	٦	٧٤٨٦	٨٧٤٢٥	٦
٧٣٨٧	٨٦٨٤٧	٦	٧٤١٢	٨٦٩٩٤	٦	٧٤٣٧	٨٧١٤٠	٦	٧٤٦٢	٨٧٢٨٦	٦	٧٤٨٧	٨٧٤٣١	٦
٧٣٨٨	٨٦٨٥٣	٦	٧٤١٣	٨٦٩٩٩	٥	٧٤٣٨	٨٧١٤٦	٦	٧٤٦٣	٨٧٢٩١	٥	٧٤٨٨	٨٧٤٣٧	٦
٧٣٨٩	٨٦٨٥٩	٦	٧٤١٤	٨٧٠٠٥	٦	٧٤٣٩	٨٧١٥١	٥	٧٤٦٤	٨٧٢٩٧	٦	٧٤٨٩	٨٧٤٤٢	٥
٧٣٩٠	٨٦٨٦٤	٥	٧٤١٥	٨٧٠١١	٦	٧٤٤٠	٨٧١٥٧	٦	٧٤٦٥	٨٧٣٠٣	٦	٧٤٩٠	٨٧٤٤٨	٦
٧٣٩١	٨٦٨٧٠	٦	٧٤١٦	٨٧٠١٧	٦	٧٤٤١	٨٧١٦٣	٦	٧٤٦٦	٨٧٣٠٩	٦	٧٤٩١	٨٧٤٥٤	٦
٧٣٩٢	٨٦٨٧٦	٦	٧٤١٧	٨٧٠٢٣	٦	٧٤٤٢	٨٧١٦٩	٦	٧٤٦٧	٨٧٣١٥	٦	٧٤٩٢	٨٧٤٦٠	٦
٧٣٩٣	٨٦٨٨٢	٦	٧٤١٨	٨٧٠٢٩	٦	٧٤٤٣	٨٧١٧٥	٦	٧٤٦٨	٨٧٣٢٠	٥	٧٤٩٣	٨٧٤٦٦	٦
٧٣٩٤	٨٦٨٨٨	٦	٧٤١٩	٨٧٠٣٥	٦	٧٤٤٤	٨٧١٨١	٦	٧٤٦٩	٨٧٣٢٦	٦	٧٤٩٤	٨٧٤٧١	٥
٧٣٩٥	٨٦٨٩٤	٦	٧٤٢٠	٨٧٠٤٠	٥	٧٤٤٥	٨٧١٨٦	٥	٧٤٧٠	٨٧٣٣٢	٦	٧٤٩٥	٨٧٤٧٧	٦
٧٣٩٦	٨٦٩٠٠	٦	٧٤٢١	٨٧٠٤٦	٦	٧٤٤٦	٨٧١٩٢	٦	٧٤٧١	٨٧٣٣٨	٦	٧٤٩٦	٨٧٤٨٣	٦
٧٣٩٧	٨٦٩٠٦	٦	٧٤٢٢	٨٧٠٥٢	٦	٧٤٤٧	٨٧١٩٨	٦	٧٤٧٢	٨٧٣٤٤	٦	٧٤٩٧	٨٧٤٨٩	٦
٧٣٩٨	٨٦٩١١	٥	٧٤٢٣	٨٧٠٥٨	٦	٧٤٤٨	٨٧٢٠٤	٦	٧٤٧٣	٨٧٣٤٩	٥	٧٤٩٨	٨٧٤٩٥	٦
٧٣٩٩	٨٦٩١٧	٦	٧٤٢٤	٨٧٠٦٤	٦	٧٤٤٩	٨٧٢١٠	٦	٧٤٧٤	٨٧٣٥٥	٦	٧٤٩٩	٨٧٥٠٠	٥
٧٤٠٠	٨٦٩٢٣	٦	٧٤٢٥	٨٧٠٧٠	٦	٧٤٥٠	٨٧٢١٦	٦	٧٤٧٥	٨٧٣٦١	٦	٧٥٠٠	٨٧٥٠٦	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧٥٠١	٨٧٥١٢	٦	٧٥٢٦	٨٧٦٥٦	٥	٧٥٥١	٨٧٨٠٠	٥	٧٥٧٦	٨٧٩٤٤	٦	٧٦٠١	٨٨٠٨٧	٦
٧٥٠٢	٨٧٥١٨	٦	٧٥٢٧	٨٧٦٦٢	٦	٧٥٥٢	٨٧٨٠٦	٦	٧٥٧٧	٨٧٩٥٠	٦	٧٦٠٢	٨٨٠٩٣	٦
٧٥٠٣	٨٧٥٢٣	٥	٧٥٢٨	٨٧٦٦٨	٦	٧٥٥٣	٨٧٨١٢	٦	٧٥٧٨	٨٧٩٥٥	٥	٧٦٠٣	٨٨٠٩٨	٥
٧٥٠٤	٨٧٥٢٩	٦	٧٥٢٩	٨٧٦٧٤	٦	٧٥٥٤	٨٧٨١٨	٦	٧٥٧٩	٨٧٩٦١	٦	٧٦٠٤	٨٨١٠٤	٦
٧٥٠٥	٨٧٥٣٥	٦	٧٥٣٠	٨٧٦٧٩	٥	٧٥٥٥	٨٧٨٢٣	٥	٧٥٨٠	٨٧٩٦٧	٦	٧٦٠٥	٨٨١١٠	٦
٧٥٠٦	٨٧٥٤١	٦	٧٥٣١	٨٧٦٨٥	٦	٧٥٥٦	٨٧٨٢٩	٦	٧٥٨١	٨٧٩٧٣	٦	٧٦٠٦	٨٨١١٦	٦
٧٥٠٧	٨٧٥٤٧	٦	٧٥٣٢	٨٧٦٩١	٦	٧٥٥٧	٨٧٨٣٥	٦	٧٥٨٢	٨٧٩٧٨	٥	٧٦٠٧	٨٨١٢١	٥
٧٥٠٨	٨٧٥٥٢	٥	٧٥٣٣	٨٧٦٩٧	٦	٧٥٥٨	٨٧٨٤١	٦	٧٥٨٣	٨٧٩٨٤	٦	٧٦٠٨	٨٨١٢٧	٦
٧٥٠٩	٨٧٥٥٨	٦	٧٥٣٤	٨٧٧٠٣	٦	٧٥٥٩	٨٧٨٤٦	٥	٧٥٨٤	٨٧٩٩٠	٦	٧٦٠٩	٨٨١٣٣	٦
٧٥١٠	٨٧٥٦٤	٦	٧٥٣٥	٨٧٧٠٨	٥	٧٥٦٠	٨٧٨٥٢	٦	٧٥٨٥	٨٧٩٩٦	٦	٧٦١٠	٨٨١٣٨	٥
٧٥١١	٨٧٥٧٠	٦	٧٥٣٦	٨٧٧١٤	٦	٧٥٦١	٨٧٨٥٨	٦	٧٥٨٦	٨٨٠٠١	٥	٧٦١١	٨٨١٤٤	٦
٧٥١٢	٨٧٥٧٦	٦	٧٥٣٧	٨٧٧٢٠	٦	٧٥٦٢	٨٧٨٦٤	٦	٧٥٨٧	٨٨٠٠٧	٦	٧٦١٢	٨٨١٥٠	٦
٧٥١٣	٨٧٥٨١	٥	٧٥٣٨	٨٧٧٢٦	٦	٧٥٦٣	٨٧٨٦٩	٥	٧٥٨٨	٨٨٠١٣	٦	٧٦١٣	٨٨١٥٦	٦
٧٥١٤	٨٧٥٨٧	٦	٧٥٣٩	٨٧٧٣١	٥	٧٥٦٤	٨٧٨٧٥	٦	٧٥٨٩	٨٨٠١٨	٥	٧٦١٤	٨٨١٦١	٥
٧٥١٥	٨٧٥٩٣	٦	٧٥٤٠	٨٧٧٣٧	٦	٧٥٦٥	٨٧٨٨١	٦	٧٥٩٠	٨٨٠٢٤	٦	٧٦١٥	٨٨١٦٧	٦
٧٥١٦	٨٧٥٩٩	٦	٧٥٤١	٨٧٧٤٣	٦	٧٥٦٦	٨٧٨٨٧	٦	٧٥٩١	٨٨٠٣٠	٦	٧٦١٦	٨٨١٧٣	٦
٧٥١٧	٨٧٦٠٤	٥	٧٥٤٢	٨٧٧٤٩	٦	٧٥٦٧	٨٧٨٩٢	٥	٧٥٩٢	٨٨٠٣٦	٦	٧٦١٧	٨٨١٧٨	٥
٧٥١٨	٨٧٦١٠	٦	٧٥٤٣	٨٧٧٥٤	٥	٧٥٦٨	٨٧٨٩٨	٦	٧٥٩٣	٨٨٠٤١	٥	٧٦١٨	٨٨١٨٤	٦
٧٥١٩	٨٧٦١٦	٦	٧٥٤٤	٨٧٧٦٠	٦	٧٥٦٩	٨٧٩٠٤	٦	٧٥٩٤	٨٨٠٤٧	٦	٧٦١٩	٨٨١٩٠	٦
٧٥٢٠	٨٧٦٢٢	٦	٧٥٤٥	٨٧٧٦٦	٦	٧٥٧٠	٨٧٩١٠	٦	٧٥٩٥	٨٨٠٥٣	٦	٧٦٢٠	٨٨١٩٥	٥
٧٥٢١	٨٧٦٢٨	٦	٧٥٤٦	٨٧٧٧٢	٦	٧٥٧١	٨٧٩١٥	٥	٧٥٩٦	٨٨٠٥٨	٥	٧٦٢١	٨٨٢٠١	٦
٧٥٢٢	٨٧٦٣٣	٥	٧٥٤٧	٨٧٧٧٧	٥	٧٥٧٢	٨٧٩٢١	٦	٧٥٩٧	٨٨٠٦٤	٦	٧٦٢٢	٨٨٢٠٧	٦
٧٥٢٣	٨٧٦٣٩	٦	٧٥٤٨	٨٧٧٨٣	٦	٧٥٧٣	٨٧٩٢٧	٦	٧٥٩٨	٨٨٠٧٠	٦	٧٦٢٣	٨٨٢١٣	٦
٧٥٢٤	٨٧٦٤٥	٦	٧٥٤٩	٨٧٧٨٩	٦	٧٥٧٤	٨٧٩٣٣	٦	٧٥٩٩	٨٨٠٧٦	٦	٧٦٢٤	٨٨٢١٨	٥
٧٥٢٥	٨٧٦٥١	٦	٧٥٥٠	٨٧٧٩٥	٦	٧٥٧٥	٨٧٩٣٨	٥	٧٦٠٠	٨٨٠٨١	٥	٧٦٢٥	٨٨٢٢٤	٦

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧٦٢٦	٨٨٢٣٠	٦	٧٦٥١	٨٨٣٧٢	٦	٧٦٧٦	٨٨٥١٣	٥	٧٧٠١	٨٨٦٥٥	٦	٧٧٢٦	٨٨٧٩٥	٥
٧٦٢٧	٨٨٢٣٥	٥	٧٦٥٢	٨٨٣٧٧	٥	٧٦٧٧	٨٨٥١٩	٦	٧٧٠٢	٨٨٦٦٠	٥	٧٧٢٧	٨٨٨٠١	٦
٧٦٢٨	٨٨٢٤١	٦	٧٦٥٣	٨٨٣٨٣	٦	٧٦٧٨	٨٨٥٢٥	٦	٧٧٠٣	٨٨٦٦٦	٦	٧٧٢٨	٨٨٨٠٧	٦
٧٦٢٩	٨٨٢٤٧	٦	٧٦٥٤	٨٨٣٨٩	٦	٧٦٧٩	٨٨٥٣٠	٥	٧٧٠٤	٨٨٦٧٢	٦	٧٧٢٩	٨٨٨١٢	٥
٧٦٣٠	٨٨٢٥٢	٥	٧٦٥٥	٨٨٣٩٥	٦	٧٦٨٠	٨٨٥٣٦	٦	٧٧٠٥	٨٨٦٧٧	٥	٧٧٣٠	٨٨٨١٨	٦
٧٦٣١	٨٨٢٥٨	٦	٧٦٥٦	٨٨٤٠٠	٥	٧٦٨١	٨٨٥٤٢	٦	٧٧٠٦	٨٨٦٨٣	٦	٧٧٣١	٨٨٨٢٤	٦
٧٦٣٢	٨٨٢٦٤	٦	٧٦٥٧	٨٨٤٠٦	٦	٧٦٨٢	٨٨٥٤٧	٥	٧٧٠٧	٨٨٦٨٩	٦	٧٧٣٢	٨٨٨٢٩	٥
٧٦٣٣	٨٨٢٧٠	٦	٧٦٥٨	٨٨٤١٢	٦	٧٦٨٣	٨٨٥٥٣	٦	٧٧٠٨	٨٨٦٩٤	٥	٧٧٣٣	٨٨٨٣٥	٦
٧٦٣٤	٨٨٢٧٥	٥	٧٦٥٩	٨٨٤١٧	٥	٧٦٨٤	٨٨٥٥٩	٦	٧٧٠٩	٨٨٧٠٠	٦	٧٧٣٤	٨٨٨٤٠	٥
٧٦٣٥	٨٨٢٨١	٦	٧٦٦٠	٨٨٤٢٣	٦	٧٦٨٥	٨٨٥٦٤	٥	٧٧١٠	٨٨٧٠٥	٥	٧٧٣٥	٨٨٨٤٦	٦
٧٦٣٦	٨٨٢٨٧	٦	٧٦٦١	٨٨٤٢٩	٦	٧٦٨٦	٨٨٥٧٠	٦	٧٧١١	٨٨٧١١	٦	٧٧٣٦	٨٨٨٥٢	٦
٧٦٣٧	٨٨٢٩٢	٥	٧٦٦٢	٨٨٤٣٤	٥	٧٦٨٧	٨٨٥٧٦	٦	٧٧١٢	٨٨٧١٧	٦	٧٧٣٧	٨٨٨٥٧	٥
٧٦٣٨	٨٨٢٩٨	٦	٧٦٦٣	٨٨٤٤٠	٦	٧٦٨٨	٨٨٥٨١	٥	٧٧١٣	٨٨٧٢٢	٥	٧٧٣٨	٨٨٨٦٣	٦
٧٦٣٩	٨٨٣٠٤	٦	٧٦٦٤	٨٨٤٤٦	٦	٧٦٨٩	٨٨٥٨٧	٦	٧٧١٤	٨٨٧٢٨	٦	٧٧٣٩	٨٨٨٦٨	٥
٧٦٤٠	٨٨٣٠٩	٥	٧٦٦٥	٨٨٤٥١	٥	٧٦٩٠	٨٨٥٩٣	٦	٧٧١٥	٨٨٧٣٤	٦	٧٧٤٠	٨٨٨٧٤	٦
٧٦٤١	٨٨٣١٥	٦	٧٦٦٦	٨٨٤٥٧	٦	٧٦٩١	٨٨٥٩٨	٥	٧٧١٦	٨٨٧٣٩	٥	٧٧٤١	٨٨٨٨٠	٦
٧٦٤٢	٨٨٣٢١	٦	٧٦٦٧	٨٨٤٦٣	٦	٧٦٩٢	٨٨٦٠٤	٦	٧٧١٧	٨٨٧٤٥	٦	٧٧٤٢	٨٨٨٨٥	٥
٧٦٤٣	٨٨٣٢٦	٥	٧٦٦٨	٨٨٤٦٨	٥	٧٦٩٣	٨٨٦١٠	٦	٧٧١٨	٨٨٧٥٠	٥	٧٧٤٣	٨٨٨٩١	٦
٧٦٤٤	٨٨٣٣٢	٦	٧٦٦٩	٨٨٤٧٤	٦	٧٦٩٤	٨٨٦١٥	٥	٧٧١٩	٨٨٧٥٦	٦	٧٧٤٤	٨٨٨٩٧	٦
٧٦٤٥	٨٨٣٣٨	٦	٧٦٧٠	٨٨٤٨٠	٦	٧٦٩٥	٨٨٦٢١	٦	٧٧٢٠	٨٨٧٦٢	٦	٧٧٤٥	٨٨٩٠٢	٥
٧٦٤٦	٨٨٣٤٣	٥	٧٦٧١	٨٨٤٨٥	٥	٧٦٩٦	٨٨٦٢٧	٦	٧٧٢١	٨٨٧٦٧	٥	٧٧٤٦	٨٨٩٠٨	٦
٧٦٤٧	٨٨٣٤٩	٦	٧٦٧٢	٨٨٤٩١	٦	٧٦٩٧	٨٨٦٣٢	٥	٧٧٢٢	٨٨٧٧٣	٦	٧٧٤٧	٨٨٩١٣	٥
٧٦٤٨	٨٨٣٥٥	٦	٧٦٧٣	٨٨٤٩٧	٦	٧٦٩٨	٨٨٦٣٨	٦	٧٧٢٣	٨٨٧٧٩	٦	٧٧٤٨	٨٨٩١٩	٦
٧٦٤٩	٨٨٣٦٠	٥	٧٦٧٤	٨٨٥٠٢	٥	٧٦٩٩	٨٨٦٤٣	٥	٧٧٢٤	٨٨٧٨٤	٥	٧٧٤٩	٨٨٩٢٥	٦
٧٦٥٠	٨٨٣٦٦	٦	٧٦٧٥	٨٨٥٠٨	٦	٧٧٠٠	٨٨٦٤٩	٦	٧٧٢٥	٨٨٧٩٠	٦	٧٧٥٠	٨٨٩٣٠	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٧٧٥١	٨٨٩٣٦	٦	٧٧٧٦	٨٩٠٧٦	٦	٧٨٠١	٨٩٢١٥	٦	٧٨٢٦	٨٩٣٥٤	٦	٧٨٥١	٨٩٤٩٢	٥
٧٧٥٢	٨٨٩٤١	٥	٧٧٧٧	٨٩٠٨١	٥	٧٨٠٢	٨٩٢٢١	٦	٧٨٢٧	٨٩٣٦٠	٦	٧٨٥٢	٨٩٤٩٨	٦
٧٧٥٣	٨٨٩٤٧	٦	٧٧٧٨	٨٩٠٨٧	٦	٧٨٠٣	٨٩٢٢٦	٥	٧٨٢٨	٨٩٣٦٥	٥	٧٨٥٣	٨٩٥٠٤	٦
٧٧٥٤	٨٨٩٥٣	٦	٧٧٧٩	٨٩٠٩٢	٥	٧٨٠٤	٨٩٢٣٢	٦	٧٨٢٩	٨٩٣٧١	٦	٧٨٥٤	٨٩٥٠٩	٥
٧٧٥٥	٨٨٩٥٨	٥	٧٧٨٠	٨٩٠٩٨	٦	٧٨٠٥	٨٩٢٣٧	٥	٧٨٣٠	٨٩٣٧٦	٥	٧٨٥٥	٨٩٥١٥	٦
٧٧٥٦	٨٨٩٦٤	٦	٧٧٨١	٨٩١٠٤	٦	٧٨٠٦	٨٩٢٤٣	٦	٧٨٣١	٨٩٣٨٢	٦	٧٨٥٦	٨٩٥٢٠	٥
٧٧٥٧	٨٨٩٦٩	٥	٧٧٨٢	٨٩١٠٩	٥	٧٨٠٧	٨٩٢٤٨	٥	٧٨٣٢	٨٩٣٨٧	٥	٧٨٥٧	٨٩٥٢٦	٦
٧٧٥٨	٨٨٩٧٥	٦	٧٧٨٣	٨٩١١٥	٦	٧٨٠٨	٨٩٢٥٤	٦	٧٨٣٣	٨٩٣٩٣	٦	٧٨٥٨	٨٩٥٣١	٥
٧٧٥٩	٨٨٩٨١	٦	٧٧٨٤	٨٩١٢٠	٥	٧٨٠٩	٨٩٢٦٠	٦	٧٨٣٤	٨٩٣٩٨	٥	٧٨٥٩	٨٩٥٣٧	٦
٧٧٦٠	٨٨٩٨٦	٥	٧٧٨٥	٨٩١٢٦	٦	٧٨١٠	٨٩٢٦٥	٥	٧٨٣٥	٨٩٤٠٤	٦	٧٨٦٠	٨٩٥٤٢	٥
٧٧٦١	٨٨٩٩٢	٦	٧٧٨٦	٨٩١٣١	٥	٧٨١١	٨٩٢٧١	٦	٧٨٣٦	٨٩٤٠٩	٥	٧٨٦١	٨٩٥٤٨	٦
٧٧٦٢	٨٨٩٩٧	٥	٧٧٨٧	٨٩١٣٧	٦	٧٨١٢	٨٩٢٧٦	٥	٧٨٣٧	٨٩٤١٥	٦	٧٨٦٢	٨٩٥٥٣	٥
٧٧٦٣	٨٩٠٠٣	٦	٧٧٨٨	٨٩١٤٣	٦	٧٨١٣	٨٩٢٨٢	٦	٧٨٣٨	٨٩٤٢١	٦	٧٨٦٣	٨٩٥٥٩	٦
٧٧٦٤	٨٩٠٠٩	٦	٧٧٨٩	٨٩١٤٨	٥	٧٨١٤	٨٩٢٨٧	٥	٧٨٣٩	٨٩٤٢٦	٥	٧٨٦٤	٨٩٥٦٤	٥
٧٧٦٥	٨٩٠١٤	٥	٧٧٩٠	٨٩١٥٤	٦	٧٨١٥	٨٩٢٩٣	٦	٧٨٤٠	٨٩٤٣٢	٦	٧٨٦٥	٨٩٥٧٠	٦
٧٧٦٦	٨٩٠٢٠	٦	٧٧٩١	٨٩١٥٩	٥	٧٨١٦	٨٩٢٩٨	٥	٧٨٤١	٨٩٤٣٧	٥	٧٨٦٦	٨٩٥٧٥	٥
٧٧٦٧	٨٩٠٢٥	٥	٧٧٩٢	٨٩١٦٥	٦	٧٨١٧	٨٩٣٠٤	٦	٧٨٤٢	٨٩٤٤٣	٦	٧٨٦٧	٨٩٥٨١	٦
٧٧٦٨	٨٩٠٣١	٦	٧٧٩٣	٨٩١٧٠	٥	٧٨١٨	٨٩٣١٠	٦	٧٨٤٣	٨٩٤٤٨	٥	٧٨٦٨	٨٩٥٨٦	٥
٧٧٦٩	٨٩٠٣٧	٦	٧٧٩٤	٨٩١٧٦	٦	٧٨١٩	٨٩٣١٥	٥	٧٨٤٤	٨٩٤٥٤	٦	٧٨٦٩	٨٩٥٩٢	٦
٧٧٧٠	٨٩٠٤٢	٥	٧٧٩٥	٨٩١٨٢	٦	٧٨٢٠	٨٩٣٢١	٦	٧٨٤٥	٨٩٤٥٩	٥	٧٨٧٠	٨٩٥٩٧	٥
٧٧٧١	٨٩٠٤٨	٦	٧٧٩٦	٨٩١٨٧	٥	٧٨٢١	٨٩٣٢٦	٥	٧٨٤٦	٨٩٤٦٥	٦	٧٨٧١	٨٩٦٠٣	٦
٧٧٧٢	٨٩٠٥٣	٥	٧٧٩٧	٨٩١٩٣	٦	٧٨٢٢	٨٩٣٣٢	٦	٧٨٤٧	٨٩٤٧٠	٥	٧٨٧٢	٨٩٦٠٩	٦
٧٧٧٣	٨٩٠٥٩	٦	٧٧٩٨	٨٩١٩٨	٥	٧٨٢٣	٨٩٣٣٧	٥	٧٨٤٨	٨٩٤٧٦	٦	٧٨٧٣	٨٩٦١٤	٥
٧٧٧٤	٨٩٠٦٤	٥	٧٧٩٩	٨٩٢٠٤	٦	٧٨٢٤	٨٩٣٤٣	٦	٧٨٤٩	٨٩٤٨١	٥	٧٨٧٤	٨٩٦٢٠	٦
٧٧٧٥	٨٩٠٧٠	٦	٧٨٠٠	٨٩٢٠٩	٥	٧٨٢٥	٨٩٣٤٨	٥	٧٨٥٠	٨٩٤٨٧	٦	٧٨٧٥	٨٩٦٢٥	٥

عدد	لوغا	ف
٧٨٧٦	٨٩٦٣١	٦
٧٨٧٧	٨٩٦٣٦	٥
٧٨٧٨	٨٩٦٤٢	٦
٧٨٧٩	٨٩٦٤٧	٥
٧٨٨٠	٨٩٦٥٣	٦
٧٨٨١	٨٩٦٥٨	٥
٧٨٨٢	٨٩٦٦٤	٦
٧٨٨٣	٨٩٦٦٩	٥
٧٨٨٤	٨٩٦٧٥	٦
٧٨٨٥	٨٩٦٨٠	٥
٧٨٨٦	٨٩٦٨٦	٦
٧٨٨٧	٨٩٦٩١	٥
٧٨٨٨	٨٩٦٩٧	٦
٧٨٨٩	٨٩٧٠٢	٥
٧٨٩٠	٨٩٧٠٨	٦
٧٨٩١	٨٩٧١٣	٥
٧٨٩٢	٨٩٧١٩	٦
٧٨٩٣	٨٩٧٢٤	٥
٧٨٩٤	٨٩٧٣٠	٦
٧٨٩٥	٨٩٧٣٥	٥
٧٨٩٦	٨٩٧٤١	٦
٧٨٩٧	٨٩٧٤٦	٥
٧٨٩٨	٨٩٧٥٢	٦
٧٨٩٩	٨٩٧٥٧	٥
٧٩٠٠	٨٩٧٦٣	٦

عدد	لوغا	ف
٧٩٠١	٨٩٧٦٨	٥
٧٩٠٢	٨٩٧٧٤	٦
٧٩٠٣	٨٩٧٧٩	٥
٧٩٠٤	٨٩٧٨٥	٦
٧٩٠٥	٨٩٧٩٠	٥
٧٩٠٦	٨٩٧٩٦	٦
٧٩٠٧	٨٩٨٠١	٥
٧٩٠٨	٨٩٨٠٧	٦
٧٩٠٩	٨٩٨١٢	٥
٧٩١٠	٨٩٨١٨	٦
٧٩١١	٨٩٨٢٣	٥
٧٩١٢	٨٩٨٢٩	٦
٧٩١٣	٨٩٨٣٤	٥
٧٩١٤	٨٩٨٤٠	٦
٧٩١٥	٨٩٨٤٥	٥
٧٩١٦	٨٩٨٥١	٦
٧٩١٧	٨٩٨٥٦	٥
٧٩١٨	٨٩٨٦٢	٦
٧٩١٩	٨٩٨٦٧	٥
٧٩٢٠	٨٩٨٧٣	٦
٧٩٢١	٨٩٨٧٨	٥
٧٩٢٢	٨٩٨٨٣	٥
٧٩٢٣	٨٩٨٨٩	٦
٧٩٢٤	٨٩٨٩٤	٥
٧٩٢٥	٨٩٩٠٠	٦

عدد	لوغا	ف
٧٩٢٦	٨٩٩٠٥	٥
٧٩٢٧	٨٩٩١١	٦
٧٩٢٨	٨٩٩١٦	٥
٧٩٢٩	٨٩٩٢٢	٦
٧٩٣٠	٨٩٩٢٧	٥
٧٩٣١	٨٩٩٣٣	٦
٧٩٣٢	٨٩٩٣٨	٥
٧٩٣٣	٨٩٩٤٤	٦
٧٩٣٤	٨٩٩٤٩	٥
٧٩٣٥	٨٩٩٥٥	٦
٧٩٣٦	٨٩٩٦٠	٥
٧٩٣٧	٨٩٩٦٦	٦
٧٩٣٨	٨٩٩٧١	٥
٧٩٣٩	٨٩٩٧٧	٦
٧٩٤٠	٨٩٩٨٢	٥
٧٩٤١	٨٩٩٨٨	٦
٧٩٤٢	٨٩٩٩٣	٥
٧٩٤٣	٨٩٩٩٨	٥
٧٩٤٤	٩٠٠٠٤	٦
٧٩٤٥	٩٠٠٠٩	٥
٧٩٤٦	٩٠٠١٥	٦
٧٩٤٧	٩٠٠٢٠	٥
٧٩٤٨	٩٠٠٣٦	٦
٧٩٤٩	٩٠٠٣١	٥
٧٩٥٠	٩٠٠٣٧	٦

عدد	لوغا	ف
٧٩٥١	٩٠٠٤٢	٥
٧٩٥٢	٩٠٠٤٨	٦
٧٩٥٣	٩٠٠٥٣	٥
٧٩٥٤	٩٠٠٥٩	٦
٧٩٥٥	٩٠٠٦٤	٥
٧٩٥٦	٩٠٠٦٩	٥
٧٩٥٧	٩٠٠٧٥	٦
٧٩٥٨	٩٠٠٨٠	٥
٧٩٥٩	٩٠٠٨٦	٦
٧٩٦٠	٩٠٠٩١	٥
٧٩٦١	٩٠٠٩٧	٦
٧٩٦٢	٩٠١٠٢	٥
٧٩٦٣	٩٠١٠٨	٦
٧٩٦٤	٩٠١١٣	٥
٧٩٦٥	٩٠١١٩	٦
٧٩٦٦	٩٠١٢٤	٥
٧٩٦٧	٩٠١٢٩	٥
٧٩٦٨	٩٠١٣٥	٦
٧٩٦٩	٩٠١٤٠	٥
٧٩٧٠	٩٠١٤٦	٦
٧٩٧١	٩٠١٥١	٥
٧٩٧٢	٩٠١٥٧	٦
٧٩٧٣	٩٠١٦٢	٥
٧٩٧٤	٩٠١٦٨	٦
٧٩٧٥	٩٠١٧٣	٥

عدد	لوغا	ف
٧٩٧٦	٩٠١٧٩	٦
٧٩٧٧	٩٠١٨٤	٥
٧٩٧٨	٩٠١٨٩	٥
٧٩٧٩	٩٠١٩٥	٦
٧٩٨٠	٩٠٢٠٠	٥
٧٩٨١	٩٠٢٠٦	٦
٧٩٨٢	٩٠٢١١	٥
٧٩٨٣	٩٠٢١٧	٦
٧٩٨٤	٩٠٢٢٢	٥
٧٩٨٥	٩٠٢٢٧	٥
٧٩٨٦	٩٠٢٣٣	٦
٧٩٨٧	٩٠٢٣٨	٥
٧٩٨٨	٩٠٢٤٤	٦
٧٩٨٩	٩٠٢٤٩	٥
٧٩٩٠	٩٠٢٥٥	٦
٧٩٩١	٩٠٢٦٠	٥
٧٩٩٢	٩٠٢٦٦	٦
٧٩٩٣	٩٠٢٧١	٥
٧٩٩٤	٩٠٢٧٦	٥
٧٩٩٥	٩٠٢٨٢	٦
٧٩٩٦	٩٠٢٨٧	٥
٧٩٩٧	٩٠٢٩٣	٦
٧٩٩٨	٩٠٢٩٨	٥
٧٩٩٩	٩٠٣٠٤	٦
٨٠٠٠	٩٠٣٠٩	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨٠٠١	٩٠٣١٤	٥	٨٠٢٦	٩٠٤٥٠	٥	٨٠٥١	٩٠٥٨٥	٥	٨٠٧٦	٩٠٧٢٠	٦	٨١٠١	٩٠٨٥٤	٥
٨٠٠٢	٩٠٣٢٠	٦	٨٠٢٧	٩٠٤٥٥	٥	٨٠٥٢	٩٠٥٩٠	٥	٨٠٧٧	٩٠٧٢٥	٥	٨١٠٢	٩٠٨٥٩	٥
٨٠٠٣	٩٠٣٢٥	٥	٨٠٢٨	٩٠٤٦١	٦	٨٠٥٣	٩٠٥٩٦	٦	٨٠٧٨	٩٠٧٣٠	٥	٨١٠٣	٩٠٨٦٥	٦
٨٠٠٤	٩٠٣٣١	٦	٨٠٢٩	٩٠٤٦٦	٥	٨٠٥٤	٩٠٦٠١	٥	٨٠٧٩	٩٠٧٣٦	٦	٨١٠٤	٩٠٨٧٠	٥
٨٠٠٥	٩٠٣٣٦	٥	٨٠٣٠	١٠٤٧٢	٦	٨٠٥٥	٩٠٦٠٧	٦	٨٠٨٠	٩٠٧٤١	٥	٨١٠٥	٩٠٨٧٥	٥
٨٠٠٦	٩٠٣٤٢	٦	٨٠٣١	٩٠٤٧٧	٥	٨٠٥٦	٩٠٦١٢	٥	٨٠٨١	٩٠٧٤٧	٦	٨١٠٦	٩٠٨٨١	٦
٨٠٠٧	٩٠٣٤٧	٥	٨٠٣٢	٩٠٤٨٢	٥	٨٠٥٧	٩٠٦١٧	٥	٨٠٨٢	٩٠٧٥٢	٥	٨١٠٧	٩٠٨٨٦	٥
٨٠٠٨	٩٠٣٥٢	٥	٨٠٣٣	٩٠٤٨٨	٦	٨٠٥٨	٩٠٦٢٣	٦	٨٠٨٣	٩٠٧٥٧	٥	٨١٠٨	٩٠٨٩١	٥
٨٠٠٩	٩٠٣٥٨	٦	٨٠٣٤	٩٠٤٩٣	٥	٨٠٥٩	٩٠٦٢٨	٥	٨٠٨٤	٩٠٧٦٣	٦	٨١٠٩	٩٠٨٩٧	٦
٨٠١٠	٩٠٣٦٣	٥	٨٠٣٥	٩٠٤٩٩	٦	٨٠٦٠	٩٠٦٣٤	٦	٨٠٨٥	٩٠٧٦٨	٥	٨١١٠	٩٠٩٠٢	٥
٨٠١١	٩٠٣٦٩	٦	٨٠٣٦	٩٠٥٠٤	٥	٨٠٦١	٩٠٦٣٩	٥	٨٠٨٦	٩٠٧٧٣	٥	٨١١١	٩٠٩٠٧	٥
٨٠١٢	٩٠٣٧٤	٥	٨٠٣٧	٩٠٥٠٩	٥	٨٠٦٢	٩٠٦٤٤	٥	٨٠٨٧	٩٠٧٧٩	٦	٨١١٢	٩٠٩١٣	٦
٨٠١٣	٩٠٣٨٠	٦	٨٠٣٨	٩٠٥١٥	٦	٨٠٦٣	٩٠٦٥٠	٦	٨٠٨٨	٩٠٧٨٤	٥	٨١١٣	٩٠٩١٨	٥
٨٠١٤	٩٠٣٨٥	٥	٨٠٣٩	٩٠٥٢٠	٥	٨٠٦٤	٩٠٦٥٥	٥	٨٠٨٩	٩٠٧٨٩	٥	٨١١٤	٩٠٩٢٤	٦
٨٠١٥	٩٠٣٩٠	٥	٨٠٤٠	٩٠٥٢٦	٦	٨٠٦٥	٩٠٦٦٠	٥	٨٠٩٠	٩٠٧٩٥	٦	٨١١٥	٩٠٩٢٩	٥
٨٠١٦	٩٠٣٩٦	٦	٨٠٤١	٩٠٥٣١	٥	٨٠٦٦	٩٠٦٦٦	٦	٨٠٩١	٩٠٨٠٠	٥	٨١١٦	٩٠٩٣٤	٥
٨٠١٧	٩٠٤٠١	٥	٨٠٤٢	٩٠٥٣٦	٥	٨٠٦٧	٩٠٦٧١	٥	٨٠٩٢	٩٠٨٠٦	٦	٨١١٧	٩٠٩٤٠	٦
٨٠١٨	٩٠٤٠٧	٦	٨٠٤٣	٩٠٥٤٢	٦	٨٠٦٨	٩٠٦٧٧	٦	٨٠٩٣	٩٠٨١١	٥	٨١١٨	٩٠٩٤٥	٥
٨٠١٩	٩٠٤١٢	٥	٨٠٤٤	٩٠٥٤٧	٥	٨٠٦٩	٩٠٦٨٢	٥	٨٠٩٤	٩٠٨١٦	٥	٨١١٩	٩٠٩٥٠	٥
٨٠٢٠	٩٠٤١٧	٥	٨٠٤٥	٩٠٥٥٣	٦	٨٠٧٠	٩٠٦٨٧	٥	٨٠٩٥	٩٠٨٢٢	٦	٨١٢٠	٩٠٩٥٦	٦
٨٠٢١	٩٠٤٢٣	٦	٨٠٤٦	٩٠٥٥٨	٥	٨٠٧١	٩٠٦٩٣	٦	٨٠٩٦	٩٠٨٢٧	٥	٨١٢١	٩٠٩٦١	٥
٨٠٢٢	٩٠٤٢٨	٥	٨٠٤٧	٩٠٥٦٣	٥	٨٠٧٢	٩٠٦٩٨	٥	٨٠٩٧	٩٠٨٣٢	٥	٨١٢٢	٩٠٩٦٦	٥
٨٠٢٣	٩٠٤٣٤	٦	٨٠٤٨	٩٠٥٦٩	٦	٨٠٧٣	٩٠٧٠٣	٥	٨٠٩٨	٩٠٨٣٨	٦	٨١٢٣	٩٠٩٧٢	٦
٨٠٢٤	٩٠٤٣٩	٥	٨٠٤٩	٩٠٥٧٤	٥	٨٠٧٤	٩٠٧٠٩	٦	٨٠٩٩	٩٠٨٤٣	٥	٨١٢٤	٩٠٩٧٧	٥
٨٠٢٥	٩٠٤٤٥	٦	٨٠٥٠	٩٠٥٨٠	٦	٨٠٧٥	٩٠٧١٤	٥	٨١٠٠	٩٠٨٤٩	٦	٨١٢٥	٩٠٩٨٢	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨١٢٦	٩٠٩٨٨	٦	٨١٥١	٩١١٢١	٥	٨١٧٦	٩١٢٥٤	٥	٨٢٠١	٩١٣٨٧	٦	٨٢٢٦	٩١٥١٩	٥
٨١٢٧	٩٠٩٩٣	٥	٨١٥٢	٩١١٢٦	٥	٨١٧٧	٩١٢٥٩	٥	٨٢٠٢	٩١٣٩٢	٥	٨٢٢٧	٩١٥٢٤	٥
٨١٢٨	٩٠٩٩٨	٥	٨١٥٣	٩١١٣٢	٦	٨١٧٨	٩١٢٦٥	٦	٨٢٠٣	٩١٣٩٧	٥	٨٢٢٨	٩١٥٢٩	٥
٨١٢٩	٩١٠٠٤	٦	٨١٥٤	٩١١٣٧	٥	٨١٧٩	٩١٢٧٠	٥	٨٢٠٤	٩١٤٠٣	٦	٨٢٢٩	٩١٥٣٥	٦
٨١٣٠	٩١٠٠٩	٥	٨١٥٥	٩١١٤٢	٥	٨١٨٠	٩١٢٧٥	٥	٨٢٠٥	٩١٤٠٨	٥	٨٢٣٠	٩١٥٤٠	٥
٨١٣١	٩١٠١٤	٥	٨١٥٦	٩١١٤٨	٦	٨١٨١	٩١٢٨١	٦	٨٢٠٦	٩١٤١٣	٥	٨٢٣١	٩١٥٤٥	٥
٨١٣٢	٩١٠٢٠	٦	٨١٥٧	٩١١٥٣	٥	٨١٨٢	٩١٢٨٦	٥	٨٢٠٧	٩١٤١٨	٥	٨٢٣٢	٩١٥٥١	٦
٨١٣٣	٩١٠٢٥	٥	٨١٥٨	٩١١٥٨	٥	٨١٨٣	٩١٢٩١	٥	٨٢٠٨	٩١٤٢٤	٦	٨٢٣٣	٩١٥٥٦	٥
٨١٣٤	٩١٠٣٠	٥	٨١٥٩	٩١١٦٤	٦	٨١٨٤	٩١٢٩٧	٦	٨٢٠٩	٩١٤٢٩	٥	٨٢٣٤	٩١٥٦١	٥
٨١٣٥	٩١٠٣٦	٦	٨١٦٠	٩١١٦٩	٥	٨١٨٥	٩١٣٠٢	٥	٨٢١٠	٩١٤٣٤	٥	٨٢٣٥	٩١٥٦٦	٥
٨١٣٦	٩١٠٤١	٥	٨١٦١	٩١١٧٤	٥	٨١٨٦	٩١٣٠٧	٥	٨٢١١	٩١٤٤٠	٦	٨٢٣٦	٩١٥٧٢	٦
٨١٣٧	٥١٠٤٦	٥	٨١٦٢	٩١١٨٠	٦	٨١٨٧	٩١٣١٢	٥	٨٢١٢	٩١٤٤٥	٥	٨٢٣٧	٩١٥٧٧	٥
٨١٣٨	٩١٠٥٢	٦	٨١٦٣	٩١١٨٥	٥	٨١٨٨	٩١٣١٨	٦	٨٢١٣	٩١٤٥٠	٥	٨٢٣٨	٩١٥٨٢	٥
٨١٣٩	٩١٠٥٧	٥	٨١٧٤	٩١١٩٠	٥	٨١٨٩	٩١٣٢٣	٥	٨٢١٤	٩١٤٥٥	٥	٨٢٣٩	٩١٥٨٧	٥
٨١٤٠	٩١٠٦٢	٥	٨١٦٥	٩١١٩٦	٦	٨١٩٠	٩١٣٢٨	٥	٨٢١٥	٩١٤٦١	٦	٨٢٤٠	٩١٥٩٣	٦
٨١٤١	٩١٠٦٨	٦	٨١٦٦	٩١٢٠١	٥	٨١٩١	٩١٣٣٤	٦	٨٢١٦	٩١٤٦٦	٥	٨٢٤١	٩١٥٩٨	٥
٨١٤٢	٩١٠٧٣	٥	٨١٦٧	٩١٢٠٦	٥	٨١٩٢	٩١٣٣٩	٥	٨٢١٧	٩١٤٧١	٥	٨٢٤٢	٩١٦٠٣	٥
٨١٤٣	٩١٠٧٨	٥	٨١٦٨	٩١٢١٢	٦	٨١٩٣	٩١٣٤٤	٥	٨٢١٨	٩١٤٧٧	٦	٨٢٤٣	٩١٦٠٩	٦
٨١٤٤	٩١٠٨٤	٦	٨١٦٩	٩١٢١٧	٥	٨١٩٤	٩١٣٥٠	٦	٨٢١٩	٩١٤٨٢	٥	٨٢٤٤	٩١٦١٤	٥
٨١٤٥	٩١٠٨٩	٥	٨١٧٠	٩١٢٢٢	٥	٨١٩٥	٩١٣٥٥	٥	٨٢٢٠	٩١٤٨٧	٥	٨٢٤٥	٩١٦١٩	٥
٨١٤٦	٩١٠٩٤	٥	٨١٧١	٩١٢٢٨	٦	٨١٩٦	٩١٣٦٠	٥	٨٢٢١	٩١٤٩٢	٥	٨٢٤٦	٩١٦٢٤	٥
٨١٤٧	٩١١٠٠	٦	٨١٧٢	٩١٢٣٣	٥	٨١٩٧	٩١٣٦٥	٥	٨٢٢٢	٩١٤٩٨	٦	٨٢٤٧	٩١٦٣٠	٦
٨١٤٨	٩١١٠٥	٥	٨١٧٣	٩١٢٣٨	٥	٨١٩٨	٩١٣٧١	٦	٨٢٢٣	٩١٥٠٣	٥	٨٢٤٨	٩١٦٣٥	٥
٨١٤٩	٩١١١٠	٥	٨١٧٤	٩١٢٤٣	٥	٨١٩٩	٩١٣٧٦	٥	٨٢٢٤	٩١٥٠٨	٥	٨٢٤٩	٩١٦٤٠	٥
٨١٥٠	٩١١١٦	٦	٨١٧٥	٩١٢٤٩	٦	٨٢٠٠	٩١٣٨١	٥	٨٢٢٥	٩١٥١٤	٦	٨٢٥٠	٩١٦٤٥	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨٢٥١	٩١٦٥١	٦	٨٢٧٦	٩١٧٨٢	٥	٨٣٠١	٩١٩١٣	٥	٨٣٢٦	٩٢٠٤٤	٦	٨٣٥١	٩٢١٧٤	٥
٨٢٥٢	٩١٦٥٦	٥	٨٢٧٧	٩١٧٨٧	٥	٨٣٠٢	٩١٩١٨	٥	٨٣٢٧	٩٢٠٤٩	٥	٨٣٥٢	٩٢١٧٩	٥
٨٢٥٣	٩١٦٦١	٥	٨٢٧٨	٩١٧٩٣	٦	٨٣٠٣	٩١٩٢٤	٦	٨٣٢٨	٩٢٠٥٤	٥	٨٣٥٣	٩٢١٨٤	٥
٨٢٥٤	٩١٦٦٦	٥	٨٢٧٩	٩١٧٩٨	٥	٨٣٠٤	٩١٩٢٩	٥	٨٣٢٩	٩٢٠٥٩	٥	٨٣٥٤	٩٢١٨٩	٥
٨٢٥٥	٩١٦٧٢	٦	٨٢٨٠	٩١٨٠٣	٥	٨٣٠٥	٩١٩٣٤	٥	٨٣٣٠	٩٢٠٦٥	٦	٨٣٥٥	٩٢١٩٥	٦
٨٢٥٦	٩١٦٧٧	٥	٨٢٨١	٩١٨٠٨	٥	٨٣٠٦	٩١٩٣٩	٥	٨٣٣١	٩٢٠٧٠	٥	٨٣٥٦	٩٢٢٠٠	٥
٨٢٥٧	٩١٦٨٢	٥	٨٢٨٢	٩١٨١٤	٦	٨٣٠٧	٩١٩٤٤	٥	٨٣٣٢	٩٢٠٧٥	٥	٨٣٥٧	٩٢٢٠٥	٥
٨٢٥٨	٩١٦٨٧	٥	٨٢٨٣	٩١٨١٩	٥	٨٣٠٨	٩١٩٥٠	٦	٨٣٣٣	٩٢٠٨٠	٥	٨٣٥٨	٩٢٢١٠	٥
٨٢٥٩	٩١٦٩٣	٦	٨٢٨٤	٩١٨٢٤	٥	٨٣٠٩	٩١٩٥٥	٥	٨٣٣٤	٩٢٠٨٥	٥	٨٣٥٩	٩٢٢١٥	٥
٨٢٦٠	٩١٦٩٨	٥	٨٢٨٥	٩١٨٢٩	٥	٨٣١٠	٩١٩٦٠	٥	٨٣٣٥	٩٢٠٩١	٦	٨٣٦٠	٩٢٢٢١	٦
٨٢٦١	٩١٧٠٣	٥	٨٢٨٦	٩١٨٣٤	٥	٨٣١١	٩١٩٦٥	٥	٨٣٣٦	٩٢٠٩٦	٥	٨٣٦١	٩٢٢٢٦	٥
٨٢٦٢	٩١٧٠٩	٦	٨٢٨٧	٩١٨٤٠	٦	٨٣١٢	٩١٩٧١	٦	٨٣٣٧	٩٢١٠١	٥	٨٣٦٢	٩٢٢٣١	٥
٨٢٦٣	٩١٧١٤	٥	٨٢٨٨	٩١٨٤٥	٥	٨٣١٣	٩١٩٧٦	٥	٨٣٣٨	٩٢١٠٦	٥	٨٣٦٣	٩٢٢٣٦	٥
٨٢٦٤	٩١٧١٩	٥	٨٢٨٩	٩١٨٥٠	٥	٨٣١٤	٩١٩٨١	٥	٨٣٣٩	٩٢١١١	٥	٨٣٦٤	٩٢٢٤١	٥
٨٢٦٥	٩١٧٢٤	٥	٨٢٩٠	٩١٨٥٥	٥	٨٣١٥	٩١٩٨٦	٥	٨٣٤٠	٩٢١١٧	٦	٨٣٦٥	٩٢٢٤٧	٦
٨٢٦٦	٩١٧٣٠	٦	٨٢٩١	٩١٨٦١	٦	٨٣١٦	٩١٩٩١	٥	٨٣٤١	٩٢١٢٢	٥	٨٣٦٦	٩٢٢٥٢	٥
٨٢٦٧	٩١٧٣٥	٥	٨٢٩٢	٩١٨٦٦	٥	٨٣١٧	٩١٩٩٧	٦	٨٣٤٢	٩٢١٢٧	٥	٨٣٦٧	٩٢٢٥٧	٥
٨٢٦٨	٩١٧٤٠	٥	٨٢٩٣	٩١٨٧١	٥	٨٣١٨	٩٢٠٠٢	٥	٨٣٤٣	٩٢١٣٢	٥	٨٣٦٨	٩٢٢٦٢	٥
٨٢٦٩	٩١٧٤٥	٥	٨٢٩٤	٩١٨٧٦	٥	٨٣١٩	٩٢٠٠٧	٥	٨٣٤٤	٩٢١٣٧	٥	٨٣٦٩	٩٢٢٦٧	٥
٨٢٧٠	٩١٧٥١	٦	٨٢٩٥	٩١٨٨٢	٦	٨٣٢٠	٩٢٠١٢	٥	٨٣٤٥	٩٢١٤٣	٦	٨٣٧٠	٩٢٢٧٣	٦
٨٢٧١	٩١٧٥٦	٥	٨٢٩٦	٩١٨٨٧	٥	٨٣٢١	٩٢٠١٨	٦	٨٣٤٦	٩٢١٤٨	٥	٨٣٧١	٩٢٢٧٨	٥
٨٢٧٢	٩١٧٦١	٥	٨٢٩٧	٩١٨٩٢	٥	٨٣٢٢	٩٢٠٢٣	٥	٨٣٤٧	٩٢١٥٣	٥	٨٣٧٢	٩٢٢٨٣	٥
٨٢٧٣	٩١٧٦٦	٥	٨٢٩٨	٩١٨٩٧	٥	٨٣٢٣	٩٢٠٢٨	٥	٨٣٤٨	٩٢١٥٨	٥	٨٣٧٣	٩٢٢٨٨	٥
٨٢٧٤	٩١٧٧٢	٦	٨٢٩٩	٩١٩٠٣	٦	٨٣٢٤	٩٢٠٣٣	٥	٨٣٤٩	٩٢١٦٣	٥	٨٣٧٤	٩٢٢٩٣	٥
٨٢٧٥	٩١٧٧٧	٥	٨٣٠٠	٩١٩٠٨	٥	٨٣٢٥	٩٢٠٣٨	٥	٨٣٥٠	٩٢١٦٩	٦	٨٣٧٥	٩٢٢٩٨	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨٣٧٦	٩٢٣٠٤	٦	٨٤٠١	٩٢٤٣٣	٥	٨٤٢٦	٩٢٥٦٢	٥	٨٤٥١	٩٢٦٩١	٥	٨٤٧٦	٩٢٨١٩	٥
٨٣٧٧	٩٢٣٠٩	٥	٨٤٠٢	٩٢٤٣٨	٥	٨٤٢٧	٩٢٥٦٧	٥	٨٤٥٢	٩٢٦٩٦	٥	٨٤٧٧	٩٢٨٢٤	٥
٨٣٧٨	٩٢٣١٤	٥	٨٤٠٣	٩٢٤٤٣	٥	٨٤٢٨	٩٢٥٧٢	٥	٨٤٥٣	٩٢٧٠١	٥	٨٤٧٨	٩٢٨٢٩	٥
٨٣٧٩	٩٢٣١٩	٥	٨٤٠٤	٩٢٤٤٩	٦	٨٤٢٩	٩٢٥٧٨	٦	٨٤٥٤	٩٢٧٠٦	٥	٨٤٧٩	٩٢٨٣٤	٥
٨٣٨٠	٩٢٣٢٤	٥	٨٤٠٥	٩٢٤٥٤	٥	٨٤٣٠	٩٢٥٨٣	٥	٨٤٥٥	٩٢٧١١	٥	٨٤٨٠	٩٢٨٤٠	٦
٨٣٨١	٩٢٣٣٠	٦	٨٤٠٦	٩٢٤٥٩	٥	٨٤٣١	٩٢٥٨٨	٥	٨٤٥٦	٩٢٧١٦	٥	٨٤٨١	٩٢٨٤٥	٥
٨٣٨٢	٩٢٣٣٥	٥	٨٤٠٧	٩٢٤٦٤	٥	٨٤٣٢	٩٢٥٩٣	٥	٨٤٥٧	٩٢٧٢٢	٦	٨٤٨٢	٩٢٨٥٠	٥
٨٣٨٣	٩٢٣٤٠	٥	٨٤٠٨	٩٢٤٦٩	٥	٨٤٣٣	٩٢٥٩٨	٥	٨٤٥٨	٩٢٧٢٧	٥	٨٤٨٣	٩٢٨٥٥	٥
٨٣٨٤	٩٢٣٤٥	٥	٨٤٠٩	٩٢٤٧٤	٥	٨٤٣٤	٩٢٦٠٣	٥	٨٤٥٩	٩٢٧٣٢	٥	٨٤٨٤	٩٢٨٦٠	٥
٨٣٨٥	٩٢٣٥٠	٥	٨٤١٠	٩٢٤٨٠	٦	٨٤٣٥	٩٢٦٠٩	٦	٨٤٦٠	٩٢٧٣٧	٥	٨٤٨٥	٩٢٨٦٥	٥
٨٣٨٦	٩٢٣٥٥	٥	٨٤١١	٩٢٤٨٥	٥	٨٤٣٦	٩٢٦١٤	٥	٨٤٦١	٩٢٧٤٢	٥	٨٤٨٦	٩٢٨٧٠	٥
٨٣٨٧	٩٢٣٦١	٦	٨٤١٢	٩٢٤٩٠	٥	٨٤٣٧	٩٢٦١٩	٥	٨٤٦٢	٩٢٧٤٧	٥	٨٤٨٧	٩٢٨٧٥	٥
٨٣٨٨	٩٢٣٦٦	٥	٨٤١٣	٩٢٤٩٥	٥	٨٤٣٨	٩٢٦٢٤	٥	٨٤٦٣	٩٢٧٥٢	٥	٨٤٨٨	٩٢٨٨١	٦
٨٣٨٩	٩٢٣٧١	٥	٨٤١٤	٩٢٥٠٠	٥	٨٤٣٩	٩٢٦٢٩	٥	٨٤٦٤	٩٢٧٥٨	٦	٨٤٨٩	٩٢٨٨٦	٥
٨٣٩٠	٩٢٣٧٦	٥	٨٤١٥	٩٢٥٠٥	٥	٨٤٤٠	٩٢٦٣٤	٥	٨٤٦٥	٩٢٧٦٣	٥	٨٤٩٠	٩٢٨٩١	٥
٨٣٩١	٩٢٣٨١	٥	٨٤١٦	٩٢٥١١	٦	٨٤٤١	٩٢٦٣٩	٥	٨٤٦٦	٩٢٧٦٨	٥	٨٤٩١	٩٢٨٩٦	٥
٨٣٩٢	٩٢٣٨٧	٦	٨٤١٧	٩٢٥١٦	٥	٨٤٤٢	٩٢٦٤٥	٦	٨٤٦٧	٩٢٧٧٣	٥	٨٤٩٢	٩٢٩٠١	٥
٨٣٩٣	٩٢٣٩٢	٥	٨٤١٨	٩٢٥٢١	٥	٨٤٤٣	٩٢٦٥٠	٥	٨٤٦٨	٩٢٧٧٨	٥	٨٤٩٣	٩٢٩٠٦	٥
٨٣٩٤	٩٢٣٩٧	٥	٨٤١٩	٩٢٥٢٦	٥	٨٤٤٤	٩٢٦٥٥	٥	٨٤٦٩	٩٢٧٨٣	٥	٨٤٩٤	٩٢٩١١	٥
٨٣٩٥	٩٢٤٠٢	٥	٨٤٢٠	٩٢٥٣١	٥	٨٤٤٥	٩٢٦٦٠	٥	٨٤٧٠	٩٢٧٨٨	٥	٨٤٩٥	٩٢٩١٦	٥
٨٣٩٦	٩٢٤٠٧	٥	٨٤٢١	٩٢٥٣٦	٥	٨٤٤٦	٩٢٦٦٥	٥	٨٤٧١	٩٢٧٩٣	٥	٨٤٩٦	٩٢٩٢١	٥
٨٣٩٧	٩٢٤١٢	٥	٨٤٢٢	٩٢٥٤٢	٦	٨٤٤٧	٩٢٦٧٠	٥	٨٤٧٢	٩٢٧٩٩	٦	٨٤٩٧	٩٢٩٢٧	٦
٨٣٩٨	٩٢٤١٨	٦	٨٤٢٣	٩٢٥٤٧	٥	٨٤٤٨	٩٢٦٧٥	٥	٨٤٧٣	٩٢٨٠٤	٥	٨٤٩٨	٩٢٩٣٢	٥
٨٣٩٩	٩٢٤٢٣	٥	٨٤٢٤	٩٢٥٥٢	٥	٨٤٤٩	٩٢٦٨١	٦	٨٤٧٤	٩٢٨٠٩	٥	٨٤٩٩	٩٢٩٣٧	٥
٨٤٠٠	٩٢٤٢٨	٥	٨٤٢٥	٩٢٥٥٧	٥	٨٤٥٠	٩٢٦٨٦	٥	٨٤٧٥	٩٢٨١٤	٥	٨٥٠٠	٩٢٩٤٢	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨٥٠١	٩٢٩٤٧	٥	٨٥٢٦	٩٣٠٧٥	٦	٨٥٥١	٩٣٢٠٢	٥	٨٥٧٦	٩٣٣٢٨	٥	٨٦٠١	٩٣٤٥٥	٥
٨٥٠٢	٩٢٩٥٢	٥	٨٥٢٧	٩٣٠٨٠	٥	٨٥٥٢	٩٣٢٠٧	٥	٨٥٧٧	٩٣٣٣٤	٦	٨٦٠٢	٩٣٤٦٠	٥
٨٥٠٣	٩٢٩٥٧	٥	٨٥٢٨	٩٣٠٨٥	٥	٨٥٥٣	٩٣٢١٢	٥	٨٥٧٨	٩٣٣٣٩	٥	٨٦٠٣	٩٣٤٦٥	٥
٨٥٠٤	٩٢٩٦٢	٥	٨٥٢٩	٩٣٠٩٠	٥	٨٥٥٤	٩٣٢١٧	٥	٨٥٧٩	٩٣٣٤٤	٥	٨٦٠٤	٩٣٤٧٠	٥
٨٥٠٥	٩٢٩٦٧	٥	٨٥٣٠	٩٣٠٩٥	٥	٨٥٥٥	٩٣٢٢٢	٥	٨٥٨٠	٩٣٣٤٩	٥	٨٦٠٥	٩٣٤٧٥	٥
٨٥٠٦	٩٢٩٧٢	٦	٨٥٣١	٩٣١٠٠	٥	٨٥٥٦	٩٣٢٢٧	٥	٨٥٨١	٩٣٣٥٤	٥	٨٦٠٦	٩٣٤٨٠	٥
٨٥٠٧	٩٢٩٧٨	٥	٨٥٣٢	٩٣١٠٥	٥	٨٥٥٧	٩٣٢٣٢	٥	٨٥٨٢	٩٣٣٥٩	٥	٨٦٠٧	٩٣٤٨٥	٥
٨٥٠٨	٩٢٩٨٣	٥	٨٥٣٣	٩٣١١٠	٥	٨٥٥٨	٩٣٢٣٧	٥	٨٥٨٣	٩٣٣٦٤	٥	٨٦٠٨	٩٣٤٩٠	٥
٨٥٠٩	٩٢٩٨٨	٥	٨٥٣٤	٩٣١١٥	٥	٨٥٥٩	٩٣٢٤٢	٥	٨٥٨٤	٩٣٣٦٩	٥	٨٦٠٩	٩٣٤٩٥	٥
٨٥١٠	٩٢٩٩٣	٥	٨٥٣٥	٩٣١٢٠	٥	٨٥٦٠	٩٣٢٤٧	٥	٨٥٨٥	٩٣٣٧٤	٥	٨٦١٠	٩٣٥٠٠	٥
٨٥١١	٩٢٩٩٨	٥	٨٥٣٦	٩٣١٢٥	٥	٨٥٦١	٩٣٢٥٢	٥	٨٥٨٦	٩٣٣٧٩	٥	٨٦١١	٩٣٥٠٥	٥
٨٥١٢	٩٣٠٠٣	٥	٨٥٣٧	٩٣١٣١	٦	٨٥٦٢	٩٣٢٥٨	٦	٨٥٨٧	٩٣٣٨٤	٥	٨٦١٢	٩٣٥١٠	٥
٨٥١٣	٩٣٠٠٨	٥	٨٥٣٨	٩٣١٣٦	٥	٨٥٦٣	٩٣٢٦٣	٥	٨٥٨٨	٩٣٣٨٩	٥	٨٦١٣	٩٣٥١٥	٥
٨٥١٤	٩٣٠١٣	٥	٨٥٣٩	٩٣١٤١	٥	٨٥٦٤	٩٣٢٦٨	٥	٨٥٨٩	٩٣٣٩٤	٥	٨٦١٤	٩٣٥٢٠	٥
٨٥١٥	٩٣٠١٨	٥	٨٥٤٠	٩٣١٤٦	٥	٨٥٦٥	٩٣٢٧٣	٥	٨٥٩٠	٩٣٣٩٩	٥	٨٦١٥	٩٣٥٢٦	٦
٨٥١٦	٩٣٠٢٤	٦	٨٥٤١	٩٣١٥١	٥	٨٥٦٦	٩٣٢٧٨	٥	٨٥٩١	٩٣٤٠٤	٥	٨٦١٦	٩٣٥٣١	٥
٨٥١٧	٩٣٠٢٩	٥	٨٥٤٢	٩٣١٥٦	٥	٨٥٦٧	٩٣٢٨٣	٥	٨٥٩٢	٩٣٤٠٩	٥	٨٦١٧	٩٣٥٣٦	٥
٨٥١٨	٩٣٠٣٤	٥	٨٥٤٣	٩٣١٦١	٥	٨٥٦٨	٩٣٢٨٨	٥	٨٥٩٣	٩٣٤١٤	٥	٨٦١٨	٩٣٥٤١	٥
٨٥١٩	٩٣٠٣٩	٥	٨٥٤٤	٩٣١٦٦	٥	٨٥٦٩	٩٣٢٩٣	٥	٨٥٩٤	٩٣٤٢٠	٦	٨٦١٩	٩٣٥٤٦	٥
٨٥٢٠	٩٣٠٤٤	٥	٨٥٤٥	٩٣١٧١	٥	٨٥٧٠	٩٣٢٩٨	٥	٨٥٩٥	٩٣٤٢٥	٥	٨٦٢٠	٩٣٥٥١	٥
٨٥٢١	٩٣٠٤٩	٥	٨٥٤٦	٩٣١٧٦	٥	٨٥٧١	٩٣٣٠٣	٥	٨٥٩٦	٩٣٤٣٠	٥	٨٦٢١	٩٣٥٥٦	٥
٨٥٢٢	٩٣٠٥٤	٥	٨٥٤٧	٩٣١٨١	٥	٨٥٧٢	٩٣٣٠٨	٥	٨٥٩٧	٩٣٤٣٥	٥	٨٦٢٢	٩٣٥٦١	٥
٨٥٢٣	٩٣٠٥٩	٥	٨٥٤٨	٩٣١٨٦	٥	٨٥٧٣	٩٣٣١٣	٥	٨٥٩٨	٩٣٤٤٠	٥	٨٦٢٣	٩٣٥٦٦	٥
٨٥٢٤	٩٣٠٦٤	٥	٨٥٤٩	٩٣١٩٢	٦	٨٥٧٤	٩٣٣١٨	٥	٨٥٩٩	٩٣٤٤٥	٥	٨٦٢٤	٩٣٥٧١	٥
٨٥٢٥	٩٣٠٦٩	٥	٨٥٥٠	٩٣١٩٧	٥	٨٥٧٥	٩٣٣٢٣	٥	٨٦٠٠	٩٣٤٥٠	٥	٨٦٢٥	٩٣٥٧٦	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٦٢٦	٩٣٥٨١		٨٦٥١	٩٣٧٠٧		٨٦٧٦	٩٣٨٣٢		٨٧٠١	٩٣٩٥٧		٨٧٢٦	٩٤٠٨٢	
٨٦٢٧	٩٣٥٨٦	٥	٨٦٥٢	٩٣٧١٢	٥	٨٦٧٧	٩٣٨٣٧	٥	٨٧٠٢	٩٣٩٦٢	٥	٨٧٢٧	٩٤٠٨٦	٤
٨٦٢٨	٩٣٥٩١	٥	٨٦٥٣	٩٣٧١٧	٥	٨٦٧٨	٩٣٨٤٢	٥	٨٧٠٣	٩٣٩٦٧	٥	٨٧٢٨	٩٤٠٩١	٥
٨٦٢٩	٩٣٥٩٦	٥	٨٦٥٤	٩٣٧٢٢	٥	٨٦٧٩	٩٣٨٤٧	٥	٨٧٠٤	٩٣٩٧٢	٥	٨٧٢٩	٩٤٠٩٦	٥
٨٦٣٠	٩٣٦٠١	٥	٨٦٥٥	٩٣٧٢٧	٥	٨٦٨٠	٩٣٨٥٢	٥	٨٧٠٥	٩٣٩٧٧	٥	٨٧٣٠	٩٤١٠١	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٦٣١	٩٣٦٠٦		٨٦٥٦	٩٣٧٣٢		٨٦٨١	٩٣٨٥٧		٨٧٠٦	٩٣٩٨٢		٨٧٣١	٩٤١٠٦	
٨٦٣٢	٩٣٦١١	٥	٨٦٥٧	٩٣٧٣٧	٥	٨٦٨٢	٩٣٨٦٢	٥	٨٧٠٧	٩٣٩٨٧	٥	٨٧٣٢	٩٤١١١	٥
٨٦٣٣	٩٣٦١٦	٥	٨٦٥٨	٩٣٧٤٢	٥	٨٦٨٣	٩٣٨٦٧	٥	٨٧٠٨	٩٣٩٩٢	٥	٨٧٣٣	٩٤١١٦	٥
٨٦٣٤	٩٣٦٢١	٥	٨٦٥٩	٩٣٧٤٧	٥	٨٦٨٤	٩٣٨٧٢	٥	٨٧٠٩	٩٣٩٩٧	٥	٨٧٣٤	٩٤١٢١	٥
٨٦٣٥	٩٣٦٢٦	٥	٨٦٦٠	٩٣٧٥٢	٥	٨٦٨٥	٩٣٨٧٧	٥	٨٧١٠	٩٤٠٠٢	٥	٨٧٣٥	٩٤١٢٦	٥
		٥			٥			٥		٩٤٠٠٧	٥			٥
٨٦٣٦	٩٣٦٣١		٨٦٦١	٩٣٧٥٧		٨٦٨٦	٩٣٨٨٢		٨٧١١			٨٧٣٦	٩٤١٣١	
٨٦٣٧	٩٣٦٣٦	٥	٨٦٦٢	٩٣٧٦٢	٥	٨٦٨٧	٩٣٨٨٧	٥	٨٧١٢	٩٤٠١٢	٥	٨٧٣٧	٩٤١٣٦	٥
٨٦٣٨	٩٣٦٤١	٥	٨٦٦٣	٩٣٧٦٧	٥	٨٦٨٨	٩٣٨٩٢	٥	٨٧١٣	٩٤٠١٧	٥	٨٧٣٨	٩٤١٤١	٥
٨٦٣٩	٩٣٦٤٦	٥	٨٦٦٤	٩٣٧٧٢	٥	٨٦٨٩	٩٣٨٩٧	٥	٨٧١٤	٩٤٠٢٢	٥	٨٧٣٩	٩٤١٤٦	٥
٨٦٤٠	٩٣٦٥١	٥	٨٦٦٥	٩٣٧٧٧	٥	٨٦٩٠	٩٣٩٠٢	٥	٨٧١٥	٩٤٠٢٧	٥	٨٧٤٠	٩٤١٥١	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٦٤١	٩٣٦٥٦		٨٦٦٦	٩٣٧٨٢		٨٦٩١	٩٣٩٠٧		٨٧١٦	٩٤٠٣٢		٨٧٤١	٩٤١٥٦	
٨٦٤٢	٩٣٦٦١	٥	٨٦٦٧	٩٣٧٨٧	٥	٨٦٩٢	٩٣٩١٢	٥	٨٧١٧	٩٤٠٣٧	٥	٨٧٤٢	٩٤١٦١	٥
٨٦٤٣	٩٣٦٦٦	٥	٨٦٦٨	٩٣٧٩٢	٥	٨٦٩٣	٩٣٩١٧	٥	٨٧١٨	٩٤٠٤٢	٥	٨٧٤٣	٩٤١٦٦	٥
٨٦٤٤	٩٣٦٧١	٥	٨٦٦٩	٩٣٧٩٧	٥	٨٦٩٤	٩٣٩٢٢	٥	٨٧١٩	٩٤٠٤٧	٥	٨٧٤٤	٩٤١٧١	٥
٨٦٤٥	٩٣٦٧٦	٥	٨٦٧٠	٩٣٨٠٢	٥	٨٦٩٥	٩٣٩٢٧	٥	٨٧٢٠	٩٤٠٥٢	٥	٨٧٤٥	٩٤١٧٦	٥
		٦			٥			٥			٥			٥
٨٦٤٦	٩٣٦٨٢		٨٦٧١	٩٣٨٠٧		٨٦٩٦	٩٣٩٣٢		٨٧٢١	٩٤٠٥٧		٨٧٤٦	٩٤١٨١	
٨٦٤٧	٩٣٦٨٧	٥	٨٦٧٢	٩٣٨١٢	٥	٨٦٩٧	٩٣٩٣٧	٥	٨٧٢٢	٩٤٠٦٢	٥	٨٧٤٧	٩٤١٨٦	٥
٨٦٤٨	٩٣٦٩٢	٥	٨٦٧٣	٩٣٨١٧	٥	٨٦٩٨	٩٣٩٤٢	٥	٨٧٢٣	٩٤٠٦٧	٥	٨٧٤٨	٩٤١٩١	٥
٨٦٤٩	٩٣٦٩٧	٥	٨٦٧٤	٩٣٨٢٢	٥	٨٦٩٩	٩٣٩٤٧	٥	٨٧٢٤	٩٤٠٧٢	٥	٨٧٤٩	٩٤١٩٦	٥
٨٦٥٠	٩٣٧٠٢	٥	٨٦٧٥	٩٣٨٢٧	٥	٨٧٠٠	٩٣٩٥٢	٥	٨٧٢٥	٩٤٠٧٧	٥	٨٧٥٠	٩٤٢٠١	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٧٥١	٩٤٢٠٦		٨٧٧٦	٩٤٣٣٠		٨٨٠١	٩٤٤٥٣		٨٨٢٦	٩٤٥٧٦		٨٨٥١	٩٤٦٩٩	
٨٧٥٢	٩٤٢١١	٥	٨٧٧٧	٩٤٣٣٥	٥	٨٨٠٢	٩٤٤٥٨	٥	٨٨٢٧	٩٤٥٨١	٥	٨٨٥٢	٩٤٧٠٤	٥
٨٧٥٣	٩٤٢١٦	٥	٨٧٧٨	٩٤٣٤٠	٥	٨٨٠٣	٩٤٤٦٣	٥	٨٨٢٨	٩٤٥٨٦	٥	٨٨٥٣	٩٤٧٠٩	٥
٨٧٥٤	٩٤٢٢١	٥	٨٧٧٩	٩٤٣٤٥	٥	٨٨٠٤	٩٤٤٦٨	٥	٨٨٢٩	٩٤٥٩١	٥	٨٨٥٤	٩٤٧١٤	٥
٨٧٥٥	٩٤٢٢٦	٥	٨٧٨٠	٩٤٣٤٩	٤	٨٨٠٥	٩٤٤٧٣	٥	٨٨٣٠	٩٤٥٩٦	٥	٨٨٥٥	٩٤٧١٩	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٧٥٦	٩٤٢٣١		٨٧٨١	٩٤٣٥٤		٨٨٠٦	٩٤٤٧٨		٨٨٣١	٩٤٦٠١		٨٨٥٦	٩٤٧٢٤	
٨٧٥٧	٩٤٢٣٦	٥	٨٧٨٢	٩٤٣٥٩	٥	٨٨٠٧	٩٤٤٨٣	٥	٨٨٣٢	٩٤٦٠٦	٥	٨٨٥٧	٩٤٧٢٩	٥
٨٧٥٨	٩٤٢٤٠	٤	٨٧٨٣	٩٤٣٦٤	٥	٨٨٠٨	٩٤٤٨٨	٥	٨٨٣٣	٩٤٦١١	٥	٨٨٥٨	٩٤٧٣٤	٥
٨٧٥٩	٩٤٢٤٥	٥	٨٧٨٤	٩٤٣٦٩	٥	٨٨٠٩	٩٤٤٩٣	٥	٨٨٣٤	٩٤٦١٦	٥	٨٨٥٩	٩٤٧٣٨	٤
٨٧٦٠	٩٤٢٥٠	٥	٨٧٨٥	٩٤٣٧٤	٥	٨٨١٠	٩٤٤٩٨	٥	٨٨٣٥	٩٤٦٢١	٥	٨٨٦٠	٩٤٧٤٣	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٧٦١	٩٤٢٥٥		٨٧٨٦	٩٤٣٧٩		٨٨١١	٩٤٥٠٣		٨٨٣٦	٩٤٦٢٦		٨٨٦١	٩٤٧٤٨	
٨٧٦٢	٩٤٢٦٠	٥	٨٧٨٧	٩٤٣٨٤	٥	٨٨١٢	٩٤٥٠٧	٤	٨٨٣٧	٩٤٦٣٠	٤	٨٨٦٢	٩٤٧٥٣	٥
٨٧٦٣	٩٤٢٦٥	٥	٨٧٨٨	٩٤٣٨٩	٥	٨٨١٣	٩٤٥١٢	٥	٨٨٣٨	٩٤٦٣٥	٥	٨٨٦٣	٩٤٧٥٨	٥
٨٧٦٤	٩٤٢٧٠	٥	٨٧٨٩	٩٤٣٩٤	٥	٨٨١٤	٩٤٥١٧	٥	٨٨٣٩	٩٤٦٤٠	٥	٨٨٦٤	٩٤٧٦٣	٥
٨٧٦٥	٩٤٢٧٥	٥	٨٧٩٠	٩٤٣٩٩	٥	٨٨١٥	٩٤٥٢٢	٥	٨٨٤٠	٩٤٦٤٥	٥	٨٨٦٥	٩٤٧٦٨	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٧٦٦	٩٤٢٨٠		٨٧٩١	٩٤٤٠٤		٨٨١٦	٩٤٥٢٧		٨٨٤١	٩٤٦٥٠		٨٨٦٦	٩٤٧٧٣	
٨٧٦٧	٩٤٢٨٥	٥	٨٧٩٢	٩٤٤٠٩	٥	٨٨١٧	٩٤٥٣٢	٥	٨٨٤٢	٩٤٦٥٥	٥	٨٨٦٧	٩٤٧٧٨	٥
٨٧٦٨	٩٤٢٩٠	٥	٨٧٩٣	٩٤٤١٤	٥	٨٨١٨	٩٤٥٣٧	٥	٨٨٤٣	٩٤٦٦٠	٥	٨٨٦٨	٩٤٧٨٣	٥
٨٧٦٩	٩٤٢٩٥	٥	٨٧٩٤	٩٤٤١٩	٥	٨٨١٩	٩٤٥٤٢	٥	٨٨٤٤	٩٤٦٦٥	٥	٨٨٦٩	٩٤٧٨٧	٤
٨٧٧٠	٩٤٣٠٠	٥	٨٧٩٥	٩٤٤٢٤	٥	٨٨٢٠	٩٤٥٤٧	٥	٨٨٤٥	٩٤٦٧٠	٥	٨٨٧٠	٩٤٧٩٢	٥
		٥			٥			٥			٥			٥
٨٧٧١	٩٤٣٠٥		٨٧٩٦	٩٤٤٢٩		٨٨٢١	٩٤٥٥٢		٨٨٤٦	٩٤٦٧٥		٨٨٧١	٩٤٧٩٧	
٨٧٧٢	٩٤٣١٠	٥	٨٧٩٧	٩٤٤٣٣	٤	٨٨٢٢	٩٤٥٥٧	٥	٨٨٤٧	٩٤٦٨٠	٥	٨٨٧٢	٩٤٨٠٢	٥
٨٧٧٣	٩٤٣١٥	٥	٨٧٩٨	٩٤٤٣٨	٥	٨٨٢٣	٩٤٥٦٢	٥	٨٨٤٨	٩٤٦٨٥	٥	٨٨٧٣	٩٤٨٠٧	٥
٨٧٧٤	٩٤٣٢٠	٥	٨٧٩٩	٩٤٤٤٣	٥	٨٨٢٤	٩٤٥٦٧	٥	٨٨٤٩	٩٤٦٨٩	٤	٨٨٧٤	٩٤٨١٢	٥
٨٧٧٥	٩٤٣٢٥	٥	٨٨٠٠	٩٤٤٤٨	٥	٨٨٢٥	٩٤٥٧١	٤	٨٨٥٠	٩٤٦٩٤	٥	٨٨٧٥	٩٤٨١٧	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٨٨٧٦	٩٤٨٢٢	٥	٨٩٠١	٩٤٩٤٤	٥	٨٩٢٦	٩٥٠٦٦	٥	٨٩٥١	٩٥١٨٧	٥	٨٩٧٦	٩٥٣٠٨	٥
٨٨٧٧	٩٤٨٢٧	٥	٨٩٠٢	٩٤٩٤٩	٥	٨٩٢٧	٩٥٠٧١	٥	٨٩٥٢	٩٥١٩٢	٥	٨٩٧٧	٩٥٣١٣	٥
٨٨٧٨	٩٤٨٣٢	٥	٨٩٠٣	٩٤٩٥٤	٥	٨٩٢٨	٩٥٠٧٥	٤	٨٩٥٣	٩٥١٩٧	٥	٨٩٧٨	٩٥٣١٨	٥
٨٨٧٩	٩٤٨٣٦	٤	٨٩٠٤	٩٤٩٥٩	٥	٨٩٢٩	٩٥٠٨٠	٥	٨٩٥٤	٩٥٢٠٢	٥	٨٩٧٩	٩٥٣٢٣	٥
٨٨٨٠	٩٤٨٤١	٥	٨٩٠٥	٩٤٩٦٣	٤	٨٩٣٠	٩٥٠٨٥	٥	٨٩٥٥	٩٥٢٠٧	٥	٨٩٨٠	٩٥٣٢٨	٥
٨٨٨١	٩٤٨٤٦	٥	٨٩٠٦	٩٤٩٦٨	٥	٨٩٣١	٩٥٠٩٠	٥	٨٩٥٦	٩٥٢١١	٤	٨٩٨١	٩٥٣٣٢	٤
٨٨٨٢	٩٤٨٥١	٥	٨٩٠٧	٩٤٩٧٣	٥	٨٩٣٢	٩٥٠٩٥	٥	٨٩٥٧	٩٥٢١٦	٥	٨٩٨٢	٩٥٣٣٧	٥
٨٨٨٣	٩٤٨٥٦	٥	٨٩٠٨	٩٤٩٧٨	٥	٨٩٣٣	٩٥١٠٠	٥	٨٩٥٨	٩٥٢٢١	٥	٨٩٨٣	٩٥٣٤٢	٥
٨٨٨٤	٩٤٨٦١	٥	٨٩٠٩	٩٤٩٨٣	٥	٨٩٣٤	٩٥١٠٥	٥	٨٩٥٩	٩٥٢٢٦	٥	٨٩٨٤	٩٥٣٤٧	٥
٨٨٨٥	٩٤٨٦٦	٥	٨٩١٠	٩٤٩٨٨	٥	٨٩٣٥	٩٥١٠٩	٤	٨٩٦٠	٩٥٢٣١	٥	٨٩٨٥	٩٥٣٥٢	٥
٨٨٨٦	٩٤٨٧١	٥	٨٩١١	٩٤٩٩٣	٥	٨٩٣٦	٩٥١١٤	٥	٨٩٦١	٩٥٢٣٦	٥	٨٩٨٦	٩٥٣٥٧	٥
٨٨٨٧	٩٤٨٧٦	٥	٨٩١٢	٩٤٩٩٨	٥	٨٩٣٧	٩٥١١٩	٥	٨٩٦٢	٩٥٢٤٠	٤	٨٩٨٧	٩٥٣٦١	٤
٨٨٨٨	٩٤٨٨٠	٤	٨٩١٣	٩٥٠٠٢	٤	٨٦٣٨	٩٥١٢٤	٥	٨٩٦٣	٩٥٢٤٥	٥	٨٩٨٨	٩٥٣٦٦	٥
٨٨٨٩	٩٤٨٨٥	٥	٨٩١٤	٩٥٠٠٧	٥	٨٩٣[illegible]	٩٥١٢٩	٥	٨٨٦٤	٩٥٢٥٠	٥	٨٩٨٩	٩٥٣٧١	٥
٨٨٩٠	٩٤٨٩٠	٥	٨٩١٥	٩٥٠١٢	٥	٨٩٤٠	٩٥١٣٤	٥	٨٩٦٥	٩٥٢٥٥	٥	٨٩٩٠	٩٥٣٧٦	٥
٨٨٩١	٩٤٨٩٥	٥	٨٩١٦	٩٥٠١٧	٥	٨٩٤١	٩٥١٣٩	٥	٨٩٦٦	٩٥٢٦٠	٥	٨٩٩١	٩٥٣٨١	٥
٨٨٩٢	٩٤٩٠٠	٥	٨٩١٧	٩٥٠٢٢	٥	٨٩٤٢	٩٥١٤٣	٤	٨٩٦٧	٩٥٢٦٥	٥	٨٩٩٢	٩٥٣٨٦	٥
٨٨٩٣	٩٤٩٠٥	٥	٨٩١٨	٩٥٠٢٧	٥	٨٩٤٣	٩٥١٤٨	٥	٨٩٦٨	٩٥٢٧٠	٥	٨٩٩٣	٩٥٣٩٠	٤
٨٨٩٤	٩٤٩١٠	٥	٨٩١٩	٩٥٠٣٢	٥	٨٩٤٤	٩٥١٥٣	٥	٨٩٦٩	٩٥٢٧٤	٤	٨٩٩٤	٩٥٣٩٥	٥
٨٨٩٥	٩٤٩١٥	٥	٨٩٢٠	٩٥٠٣٦	٤	٨٩٤٥	٩٥١٥٨	٥	٨٩٧٠	٩٥٢٧٩	٥	٨٩٩٥	٩٥٤٠٠	٥
٨٨٩٦	٩٤٩١٩	٤	٨٩٢١	٩٥٠٤١	٥	٨٩٤٦	٩٥١٦٣	٥	٨٩٧١	٩٥٢٨٤	٥	٨٩٩٦	٩٥٤٠٥	٥
٨٨٩٧	٩٤٩٢٤	٥	٨٩٢٢	٩٥٠٤٦	٥	٨٩٤٧	٩٥١٦٨	٥	٨٩٧٢	٩٥٢٨٩	٥	٨٩٩٧	٩٥٤١٠	٥
٨٨٩٨	٩٤٩٢٩	٥	٨٩٢٣	٩٥٠٥١	٥	٨٩٤٨	٩٥١٧٣	٥	٨٩٧٣	٩٥٢٩٤	٥	٨٩٩٨	٩٥٤١٥	٥
٨٨٩٩	٩٤٩٣٤	٥	٨٩٢٤	٩٥٠٥٦	٥	٨٩٤٩	٩٥١٧٧	٤	٨٩٧٤	٩٥٢٩٩	٥	٨٩٩٩	٩٥٤١٩	٤
٨٩٠٠	٩٤٩٣٩	٥	٨٩٢٥	٩٥٠٦١	٥	٨٩٥٠	٩٥١٨٢	٥	٨٩٧٥	٩٥٣٠٣	٤	٩٠٠٠	٩٥٤٢٤	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٠٠١	٩٥٤٢٩	٥	٩٠٢٦	٩٥٥٥٠	٥	٩٠٥١	٩٥٦٧٠	٥	٩٠٧٦	٩٥٧٨٩	٤	٩١٠١	٩٥٩٠٩	٥
٩٠٠٢	٩٥٤٣٤	٥	٩٠٢٧	٩٥٥٥٤	٤	٩٠٥٢	٩٥٦٧٤	٤	٩٠٧٧	٩٥٧٩٤	٥	٩١٠٢	٩٥٩١٤	٥
٩٠٠٣	٩٥٤٣٩	٥	٩٠٢٨	٩٥٥٥٩	٥	٩٠٥٣	٩٥٦٧٩	٥	٩٠٧٨	٩٥٧٩٩	٥	٩١٠٣	٩٥٩١٨	٤
٩٠٠٤	٩٥٤٤٤	٥	٩٠٢٩	٩٥٥٦٤	٥	٩٠٥٤	٩٥٦٨٤	٥	٩٠٧٩	٩٥٨٠٤	٥	٩١٠٤	٩٥٩٢٤	٥
٩٠٠٥	٩٥٤٤٨	٤	٩٠٣٠	٩٥٥٦٩	٥	٩٠٥٥	٩٥٦٨٩	٥	٩٠٨٠	٩٥٨٠٩	٥	٩١٠٥	٩٥٩٢٨	٥
٩٠٠٦	٩٥٤٥٣	٥	٩٠٣١	٩٥٥٧٤	٥	٩٠٥٦	٩٥٦٩٤	٥	٩٠٨١	٩٥٨١٣	٤	٩١٠٦	٩٥٩٣٣	٥
٩٠٠٧	٩٥٤٥٨	٥	٩٠٣٢	٩٥٥٧٨	٤	٩٠٥٧	٩٥٦٩٨	٤	٩٠٨٢	٩٥٨١٨	٥	٩١٠٧	٩٥٩٣٨	٥
٩٠٠٨	٩٥٤٦٣	٥	٩٠٣٣	٩٥٥٨٣	٥	٩٠٥٨	٩٥٧٠٣	٥	٩٠٨٣	٩٥٨٢٣	٥	٩١٠٨	٩٥٩٤٢	٤
٩٠٠٩	٩٥٤٦٨	٥	٩٠٣٤	٩٥٥٨٨	٥	٩٠٥٩	٩٥٧٠٨	٥	٩٠٨٤	٩٥٨٢٨	٥	٩١٠٩	٩٥٩٤٧	٥
٩٠١٠	٩٥٤٧٢	٤	٩٠٣٥	٩٥٥٩٣	٥	٩٠٦٠	٩٥٧١٣	٥	٩٠٨٥	٩٥٨٣٢	٤	٩١١٠	٩٥٩٥٢	٥
٩٠١١	٩٥٤٧٧	٥	٩٠٣٦	٩٥٥٩٨	٥	٩٠٦١	٩٥٧١٨	٥	٩٠٨٦	٩٥٨٣٧	٥	٩١١١	٩٥٩٥٧	٥
٩٠١٢	٩٥٤٨٢	٥	٩٠٣٧	٩٥٦٠٢	٤	٩٠٦٢	٩٥٧٢٢	٤	٩٠٨٧	٩٥٨٤٢	٥	٩١١٢	٩٥٩٦١	٤
٩٠١٣	٩٥٤٨٧	٥	٩٠٣٨	٩٥٦٠٧	٥	٩٠٦٣	٩٥٧٢٧	٥	٩٠٨٨	٩٥٨٤٧	٥	٩١١٣	٩٥٩٦٦	٥
٩٠١٤	٩٥٤٩٢	٥	٩٠٣٩	٩٥٦١٢	٥	٩٠٦٤	٩٥٧٣٢	٥	٩٠٨٩	٩٥٨٥٢	٥	٩١١٤	٩٥٩٧١	٥
٩٠١٥	٩٥٤٩٧	٥	٩٠٤٠	٩٥٦١٧	٥	٩٠٦٥	٩٥٧٣٧	٥	٩٠٩٠	٩٥٨٥٦	٤	٩١١٥	٩٥٩٧٦	٥
٩٠١٦	٩٥٥٠١	٤	٩٠٤١	٩٥٦٢٢	٥	٩٠٦٦	٩٥٧٤٢	٥	٩٠٩١	٩٥٨٦١	٥	٩١١٦	٩٥٩٨٠	٤
٩٠١٧	٩٥٥٠٦	٥	٩٠٤٢	٩٥٦٢٦	٤	٩٠٦٧	٩٥٧٤٦	٤	٩٠٩٢	٩٥٨٦٦	٥	٩١١٧	٩٥٩٨٥	٥
٩٠١٨	٩٥٥١١	٥	٩٠٤٣	٩٥٦٣١	٥	٩٠٦٨	٩٥٧٥١	٥	٩٠٩٣	٩٥٨٧١	٥	٩١١٨	٩٥٩٩٠	٥
٩٠١٩	٩٥٥١٦	٥	٩٠٤٤	٩٥٦٣٦	٥	٩٠٦٩	٩٥٧٥٦	٥	٩٠٩٤	٩٥٨٧٥	٤	٩١١٩	٩٥٩٩٥	٥
٩٠٢٠	٩٥٥٢١	٥	٩٠٤٥	٩٥٦٤١	٥	٩٠٧٠	٩٥٧٦١	٥	٩٠٩٥	٩٥٨٨٠	٥	٩١٢٠	٩٥٩٩٩	٤
٩٠٢١	٩٥٥٢٥	٤	٩٠٤٦	٩٥٦٤٦	٥	٩٠٧١	٩٥٧٦٦	٥	٩٠٩٦	٩٥٨٨٥	٥	٩١٢١	٩٦٠٠٤	٥
٩٠٢٢	٩٥٥٣٠	٥	٩٠٤٧	٩٥٦٥٠	٤	٩٠٧٢	٩٥٧٧٠	٤	٩٠٩٧	٩٥٨٩٠	٥	٩١٢٢	٩٦٠٠٩	٥
٩٠٢٣	٩٥٥٣٥	٥	٩٠٤٨	٩٥٦٥٥	٥	٩٠٧٣	٩٥٧٧٥	٥	٩٠٩٨	٩٥٨٩٥	٥	٩١٢٣	٩٦٠١٤	٥
٩٠٢٤	٩٥٥٤٠	٥	٩٠٤٩	٩٥٦٦٠	٥	٩٠٧٤	٩٥٧٨٠	٥	٩٠٩٩	٩٥٨٩٩	٤	٩١٢٤	٩٦٠١٩	٥
٩٠٢٥	٩٥٥٤٥	٥	٩٠٥٠	٩٥٦٦٥	٥	٩٠٧٥	٩٥٧٨٥	٥	٩١٠٠	٩٥٩٠٤	٥	٩١٢٥	٩٦٠٢٣	٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩١٢٦	٩٦٠٢٨	٥	٩١٥١	٩٦١٤٧	٥	٩١٧٦	٩٦٢٦٥	٤	٩٢٠١	٩٦٣٨٤	٥	٩٢٢٦	٩٦٥٠١	٤
٩١٢٧	٩٦٠٣٣	٥	٩١٥٢	٩٦١٥٢	٥	٩١٧٧	٩٦٢٧٠	٥	٩٢٠٢	٩٦٣٨٨	٤	٩٢٢٧	٩٦٥٠٦	٥
٩١٢٨	٩٦٠٣٨	٥	٩١٥٣	٩٦١٥٦	٤	٩١٧٨	٩٦٢٧٥	٥	٩٢٠٣	٩٦٣٩٣	٥	٩٢٢٨	٩٦٥١١	٥
٩١٢٩	٩٦٠٤٢	٤	٩١٥٤	٩٦١٦١	٥	٩١٧٩	٩٦٢٨٠	٥	٩٢٠٤	٩٦٣٩٨	٥	٩٢٢٩	٩٦٥١٥	٤
٩١٣٠	٩٦٠٤٧	٥	٩١٥٥	٩٦١٦٦	٥	٩١٨٠	٩٦٢٨٤	٤	٩٢٠٥	٩٦٤٠٢	٤	٩٢٣٠	٩٦٥٢٠	٥
٩١٣١	٩٦٠٥٢	٥	٩١٥٦	٩٦١٧١	٥	٩١٨١	٩٦٢٨٩	٥	٩٢٠٦	٩٦٤٠٧	٥	٩٢٣١	٩٦٥٢٥	٥
٩١٣٢	٩٦٠٥٧	٥	٩١٥٧	٩٦١٧٥	٤	٩١٨٢	٩٦٢٩٤	٥	٩٢٠٧	٩٦٤١٢	٥	٩٢٣٢	٩٦٥٣٠	٥
٩١٣٣	٩٦٠٦١	٤	٩١٥٨	٩٦١٨٠	٥	٩١٨٣	٩٦٢٩٨	٤	٩٢٠٨	٩٦٤١٧	٥	٩٢٣٣	٩٦٥٣٤	٤
٩١٣٤	٩٦٠٦٦	٥	٩١٥٩	٩٦١٨٥	٥	٩١٨٤	٩٦٣٠٣	٥	٩٢٠٩	٩٦٤٢١	٤	٩٢٣٤	٩٦٥٣٩	٥
٩١٣٥	٩٦٠٧١	٥	٩١٦٠	٩٦١٩٠	٥	٩١٨٥	٩٦٣٠٨	٥	٩٢١٠	٩٦٤٢٦	٥	٩٢٣٥	٩٦٥٤٤	٥
٩١٣٦	٩٦٠٧٦	٥	٩١٦١	٩٦١٩٤	٤	٩١٨٦	٩٦٣١٣	٥	٩٢١١	٩٦٤٣١	٥	٩٢٣٦	٩٦٥٤٨	٤
٩١٣٧	٩٦٠٨٠	٤	٩١٦٢	٩٦١٩٩	٥	٩١٨٧	٩٦٣١٧	٤	٩٢١٢	٩٦٤٣٥	٤	٩٢٣٧	٩٦٥٥٣	٥
٩١٣٨	٩٦٠٨٥	٥	٩١٦٣	٩٦٢٠٤	٥	٩١٨٨	٩٦٣٢٢	٥	٩٢١٣	٩٦٤٤٠	٥	٩٢٣٨	٩٦٥٥٨	٥
٩١٣٩	٩٦٠٩٠	٥	٩١٦٤	٩٦٢٠٩	٥	٩١٨٩	٩٦٣٢٧	٥	٩٢١٤	٩٦٤٤٥	٥	٩٢٣٩	٩٦٥٦٢	٤
٩١٤٠	٩٦٠٩٥	٥	٩١٦٥	٩٦٢١٣	٤	٩١٩٠	٩٦٣٣٢	٥	٩٢١٥	٩٦٤٥٠	٥	٩٢٤٠	٩٦٥٦٧	٥
٩١٤١	٩٦٠٩٩	٤	٩١٦٦	٩٦٢١٨	٥	٩١٩١	٩٦٣٣٦	٤	٩٢١٦	٩٦٤٥٤	٤	٩٢٤١	٩٦٥٧٢	٥
٩١٤٢	٩٦١٠٤	٥	٩١٦٧	٩٦٢٢٣	٥	٩١٩٢	٩٦٣٤١	٥	٩٢١٧	٩٦٤٥٩	٥	٩٢٤٢	٩٦٥٧٧	٥
٩١٤٣	٩٦١٠٩	٥	٩١٦٨	٩٦٢٢٧	٤	٩١٩٣	٩٦٣٤٦	٥	٩٢١٨	٩٦٤٦٤	٥	٩٢٤٣	٩٦٥٨١	٤
٩١٤٤	٩٦١١٤	٥	٩١٦٩	٩٦٢٣٢	٥	٩١٩٤	٩٦٣٥٠	٤	٩٢١٩	٩٦٤٦٨	٤	٩٢٤٤	٩٦٥٨٦	٥
٩١٤٥	٩٦١١٨	٤	٩١٧٠	٩٦٢٣٧	٥	٩١٩٥	٩٦٣٥٥	٥	٩٢٢٠	٩٦٤٧٣	٥	٩٢٤٥	٩٦٥٩١	٥
٩١٤٦	٩٦١٢٣	٥	٩١٧١	٩٦٢٤٢	٥	٩١٩٦	٩٦٣٦٠	٥	٩٢٢١	٩٦٤٧٨	٥	٩٢٤٦	٩٦٥٩٥	٤
٩١٤٧	٩٦١٢٨	٥	٩١٧٢	٩٦٢٤٦	٤	٩١٩٧	٩٦٣٦٥	٥	٩٢٢٢	٩٦٤٨٣	٥	٩٢٤٧	٩٦٦٠٠	٥
٩١٤٨	٩٦١٣٣	٥	٩١٧٣	٩٦٢٥١	٥	٩١٩٨	٩٦٣٦٩	٤	٩٢٢٣	٩٦٤٨٧	٤	٩٢٤٨	٩٦٦٠٥	٥
٩١٤٩	٩٦١٣٧	٤	٩١٧٤	٩٦٢٥٦	٥	٩١٩٩	٩٦٣٧٤	٥	٩٢٢٤	٩٦٤٩٢	٥	٩٢٤٩	٩٦٦٠٩	٤
٩١٥٠	٩٦١٤٢	٥	٩١٧٥	٩٦٢٦١	٥	٩٢٠٠	٩٦٣٧٩	٥	٩٢٢٥	٩٦٤٩٧	٥	٩٢٥٠	٩٦٦١٤	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٢٥١	٩٦٦١٩	٥	٩٢٧٦	٩٦٧٣٦	٥	٩٣٠١	٩٦٨٥٣	٥	٩٣٢٦	٩٦٩٧٠	٥	٩٣٥١	٩٧٠٨٦	٥
٩٢٥٢	٩٦٦٢٤	٥	٩٢٧٧	٩٦٧٤١	٥	٩٣٠٢	٩٦٨٥٨	٥	٩٣٢٧	٩٦٩٧٤	٤	٩٣٥٢	٩٧٠٩٠	٤
٩٢٥٣	٩٦٦٢٨	٤	٩٢٧٨	٩٦٧٤٥	٤	٩٣٠٣	٩٦٨٦٢	٤	٩٣٢٨	٩٦٩٧٩	٥	٩٣٥٣	٩٧٠٩٥	٥
٩٢٥٤	٩٦٦٣٣	٥	٩٢٧٩	٩٦٧٥٠	٥	٩٣٠٤	٩٦٨٦٧	٥	٩٣٢٩	٩٦٩٨٤	٥	٩٣٥٤	٩٧١٠٠	٥
٩٢٥٥	٩٦٦٣٨	٥	٩٢٨٠	٩٦٧٥٥	٥	٩٣٠٥	٩٦٨٧٢	٥	٩٣٣٠	٩٦٩٨٨	٤	٩٣٥٥	٩٧١٠٤	٤
٩٢٥٦	٩٦٦٤٢	٤	٩٢٨١	٩٦٧٥٩	٤	٩٣٠٦	٩٦٨٧٦	٤	٩٣٣١	٩٦٩٩٣	٥	٩٣٥٦	٩٧١٠٩	٥
٩٢٥٧	٩٦٦٤٧	٥	٩٢٨٢	٩٦٧٦٤	٥	٩٣٠٧	٩٦٨٨١	٥	٩٣٣٢	٩٦٩٩٧	٤	٩٣٥٧	٩٧١١٤	٥
٩٢٥٨	٩٦٦٥٢	٥	٩٢٨٣	٩٦٧٦٩	٥	٩٣٠٨	٩٦٨٨٦	٥	٩٣٣٣	٩٧٠٠٢	٥	٩٣٥٨	٩٧١١٨	٤
٩٢٥٩	٩٦٦٥٦	٤	٩٢٨٤	٩٦٧٧٤	٥	٩٣٠٩	٩٦٨٩١	٤	٩٣٣٤	٩٧٠٠٧	٥	٩٣٥٩	٩٧١٢٣	٥
٩٢٦٠	٩٦٦٦١	٥	٩٢٨٥	٩٦٧٧٨	٤	٩٣١٠	٩٦٨٩٥	٥	٩٣٣٥	٩٧٠١١	٤	٩٣٦٠	٩٧١٢٨	٥
٩٢٦١	٩٦٦٦٦	٥	٩٢٨٦	٩٦٧٨٣	٥	٩٣١١	٩٦٩٠٠	٥	٩٣٣٦	٩٧٠١٦	٥	٩٣٦١	٩٧١٣٢	٤
٩٢٦٢	٩٦٦٧٠	٥	٩٢٨٧	٩٦٧٨٨	٥	٩٣١٢	٩٦٩٠٤	٤	٩٣٣٧	٩٧٠٢١	٥	٩٣٦٢	٩٧١٣٧	٥
٩٢٦٣	٩٦٦٧٥	٤	٩٢٨٨	٩٦٧٩٢	٤	٩٣١٣	٩٦٩٠٩	٥	٩٣٣٨	٩٧٠٢٥	٤	٩٣٦٣	٩٧١٤٢	٥
٩٢٦٤	٩٦٦٨٠	٥	٩٢٨٩	٩٦٧٩٧	٥	٩٣١٤	٩٦٩١٤	٥	٩٣٣٩	٩٧٠٣٠	٥	٩٣٦٤	٩٧١٤٦	٤
٩٢٦٥	٩٦٦٨٥	٥	٩٢٩٠	٩٦٨٠٢	٥	٩٣١٥	٩٦٩١٨	٤	٩٣٤٠	٩٧٠٣٥	٥	٩٣٦٥	٩٧١٥١	٥
٩٢٦٦	٩٦٦٨٩	٤	٩٢٩١	٩٦٨٠٦	٤	٩٣١٦	٩٦٩٢٣	٥	٩٣٤١	٩٧٠٣٩	٤	٩٣٦٦	٩٧١٥٥	٤
٩٢٦٧	٩٦٦٩٤	٥	٩٢٩٢	٩٦٨١١	٥	٩٣١٧	٩٦٩٢٨	٥	٩٣٤٢	٩٧٠٤٤	٥	٩٣٦٧	٩٧١٦٠	٥
٩٢٦٨	٩٦٦٩٩	٥	٩٢٩٣	٩٦٨١٦	٥	٩٣١٨	٩٦٩٣٢	٤	٩٣٤٣	٩٧٠٤٩	٥	٩٣٦٨	٩٧١٦٥	٥
٩٢٦٩	٩٦٧٠٣	٤	٩٢٩٤	٩٦٨٢٠	٤	٩٣١٩	٩٦٩٣٧	٥	٩٣٤٤	٩٧٠٥٣	٤	٩٣٦٩	٩٧١٦٩	٤
٩٢٧٠	٩٦٧٠٨	٥	٩٢٩٥	٩٦٨٢٥	٥	٩٣٢٠	٩٦٩٤٢	٥	٩٣٤٥	٩٧٠٥٨	٥	٩٣٧٠	٩٧١٧٤	٥
٩٢٧١	٩٦٧١٣	٥	٩٢٩٦	٩٦٨٣٠	٥	٩٣٢١	٩٦٩٤٦	٤	٩٣٤٦	٩٧٠٦٣	٥	٩٣٧١	٩٧١٧٩	٥
٩٢٧٢	٩٦٧١٧	٤	٩٢٩٧	٩٦٨٣٤	٤	٩٣٢٢	٩٦٩٥١	٥	٩٣٤٧	٩٧٠٦٧	٤	٩٣٧٢	٩٧١٨٣	٤
٩٢٧٣	٩٦٧٢٢	٥	٩٢٩٨	٩٦٨٣٩	٥	٩٣٢٣	٩٦٩٥٦	٥	٩٣٤٨	٩٧٠٧٢	٥	٩٣٧٣	٩٧١٨٨	٥
٩٢٧٤	٩٦٧٢٧	٥	٩٢٩٩	٩٦٨٤٤	٥	٩٣٢٤	٩٦٩٦٠	٤	٩٣٤٩	٩٧٠٧٧	٥	٩٣٧٤	٩٧١٩٢	٤
٩٢٧٥	٩٦٧٣١	٤	٩٣٠٠	٩٦٨٤٨	٤	٩٣٢٥	٩٦٩٦٥	٥	٩٣٥٠	٩٧٠٨١	٤	٩٣٧٥	٩٧١٩٧	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٣٧٦	٩٧٢٠٢	٥	٩٤٠١	٩٧٣١٧	٤	٩٤٢٦	٩٧٤٣٣	٥	٩٤٥١	٩٧٥٤٨	٥	٩٤٧٦	٩٧٦٦٣	٥
٩٣٧٧	٩٧٢٠٦	٤	٩٤٠٢	٩٧٣٢٢	٥	٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٢	٩٧٥٥٢	٤	٩٤٧٧	٩٧٦٦٧	٤
٩٣٧٨	٨٧٢١١	٥	٩٤٠٣	٩٧٣٢٧	٥	٩٤٢٨	٩٧٤٤٢	٥	٩٤٥٣	٩٧٥٥٧	٥	٩٤٧٨	٩٧٦٧٢	٥
٩٣٧٩	٩٧٢١٦	٥	٩٤٠٤	٩٧٣٣١	٤	٩٤٢٩	٩٧٤٤٧	٥	٩٤٥٤	٩٧٥٦٢	٥	٩٤٧٩	٩٧٦٧٦	٤
٩٣٨٠	٩٧٢٢٠	٤	٩٤٠٥	٩٧٣٣٦	٥	٩٤٣٠	٩٧٤٥١	٤	٩٤٥٥	٩٧٥٦٦	٤	٩٤٨٠	٩٧٦٨١	٥
٩٣٨١	٩٧٢٢٥	٥	٩٤٠٦	٩٧٣٤٠	٤	٩٤٣١	٩٧٤٥٦	٥	٩٤٥٦	٩٧٥٧١	٥	٩٤٨١	٩٧٦٨٥	٤
٩٣٨٢	٩٧٢٣٠	٥	٩٤٠٧	٩٧٣٤٥	٥	٩٤٣٢	٩٧٤٦٠	٤	٩٤٥٧	٩٧٥٧٥	٤	٩٤٨٢	٩٧٦٩٠	٥
٩٣٨٣	٩٧٢٣٤	٤	٩٤٠٨	٩٧٣٥٠	٥	٩٤٣٣	٩٧٤٦٥	٥	٩٤٥٨	٩٧٥٨٠	٥	٩٤٨٣	٩٧٦٩٥	٥
٩٤٨٤	٩٧٢٣٩	٥	٩٤٠٩	٩٧٣٥٤	٤	٩٤٣٤	٩٧٤٧٠	٥	٩٤٥٩	٩٧٥٨٥	٥	٩٤٨٤	٩٧٦٩٩	٤
٩٣٨٥	٩٧٢٤٣	٤	٩٤١٠	٩٧٣٥٩	٥	٩٤٣٥	٩٧٤٧٤	٤	٩٤٦٠	٩٧٥٨٩	٤	٩٤٨٥	٩٧٧٠٤	٥
٩٣٨٦	٩٧٢٤٨	٥	٩٤١١	٩٧٣٦٤	٥	٩٤٣٦	٩٧٤٧٩	٥	٩٤٦١	٩٧٥٩٤	٥	٩٤٨٦	٩٧٧٠٨	٤
٩٣٨٧	٩٧٢٥٣	٥	٩٤١٢	٩٧٣٦٨	٤	٩٤٣٧	٩٧٤٨٣	٤	٩٤٦٢	٩٧٥٩٨	٤	٩٤٨٧	٩٧٧١٣	٥
٩٣٨٨	٩٧٢٥٧	٤	٩٤١٣	٩٧٣٧٣	٥	٩٤٣٨	٩٧٤٨٨	٥	٩٤٦٣	٩٧٦٠٣	٥	٩٤٨٨	٩٧٧١٧	٤
٩٣٨٩	٩٧٢٦٢	٥	٩٤١٤	٩٧٣٧٧	٤	٩٤٣٩	٩٧٤٩٣	٥	٩٤٦٤	٩٧٦٠٧	٤	٩٤٨٩	٩٧٧٢٢	٥
٩٣٩٠	٩٧٢٦٧	٥	٩٤١٥	٩٧٣٨٢	٥	٩٤٤٠	٩٧٤٩٧	٤	٩٤٦٥	٩٧٦١٢	٥	٩٤٩٠	٩٧٧٢٧	٥
٩٣٩١	٩٧٢٧١	٤	٩٤١٦	٩٧٣٨٧	٥	٩٤٤١	٩٧٥٠٢	٥	٩٤٦٦	٩٧٦١٧	٥	٩٤٩١	٩٧٧٣١	٤
٩٣٩٢	٩٧٢٧٦	٥	٩٤١٧	٩٧٣٩١	٤	٩٤٤٢	٩٧٥٠٦	٤	٩٤٦٧	٩٧٦٢١	٤	٩٤٩٢	٩٧٧٣٦	٥
٩٣٩٣	٩٧٢٨٠	٤	٩٤١٨	٩٧٣٩٦	٥	٩٤٤٣	٩٧٥١١	٥	٩٤٦٨	٩٧٦٢٦	٥	٩٤٩٣	٩٧٧٤٠	٤
٩٣٩٤	٩٧٢٨٥	٥	٩٤١٩	٩٧٤٠٠	٤	٩٤٤٤	٩٧٥١٦	٥	٩٤٦٩	٩٧٦٣٠	٤	٩٤٩٤	٩٧٧٤٥	٥
٩٣٩٥	٩٧٢٩٠	٥	٩٤٢٠	٩٧٤٠٥	٥	٩٤٤٥	٩٧٥٢٠	٤	٩٤٧٠	٩٧٦٣٥	٥	٩٤٩٥	٩٧٧٤٩	٤
٩٣٩٦	٩٧٢٩٤	٤	٩٤٢١	٩٧٤١٠	٥	٩٤٤٦	٩٧٥٢٥	٥	٩٤٧١	٩٧٦٤٠	٥	٩٤٩٦	٩٧٧٥٤	٥
٩٣٩٧	٩٧٢٩٩	٥	٩٤٢٢	٩٧٤١٤	٤	٩٤٤٧	٩٧٥٢٩	٤	٩٤٧٢	٩٧٦٤٤	٤	٩٤٩٧	٩٧٧٥٩	٥
٩٣٩٨	٩٧٣٠٤	٥	٩٤٢٣	٩٧٤١٩	٥	٩٤٤٨	٩٧٥٣٤	٥	٩٤٧٣	٩٧٦٤٩	٥	٩٤٩٨	٩٧٧٦٣	٤
٩٣٩٩	٩٧٣٠٨	٤	٩٤٢٤	٩٧٤٢٤	٥	٩٤٤٩	٩٧٥٣٩	٥	٩٤٧٤	٩٧٦٥٣	٤	٩٤٩٩	٩٧٧٦٨	٥
٩٤٠٠	٩٧٣١٣	٥	٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٤	٩٤٥٠	٩٧٥٤٣	٤	٩٤٧٥	٩٧٦٥٨	٥	٩٥٠٠	٩٧٧٧٢	٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٢٥١	٩٦٦١٩	٥	٩٢٧٦	٩٦٧٣٦	٥	٩٣٠١	٩٦٨٥٣	٥	٩٣٢٦	٩٦٩٧٠	٥	٩٣٥١	٩٧٠٨٦	٥
٩٢٥٢	٩٦٦٢٤	٥	٩٢٧٧	٩٦٧٤١	٥	٩٣٠٢	٩٦٨٥٨	٥	٩٣٢٧	٩٦٩٧٤	٤	٩٣٥٢	٩٧٠٩٠	٤
٩٢٥٣	٩٦٦٢٨	٤	٩٢٧٨	٩٦٧٤٥	٤	٩٣٠٣	٩٦٨٦٢	٤	٩٣٢٨	٩٦٩٧٩	٥	٩٣٥٣	٩٧٠٩٥	٥
٩٢٥٤	٩٦٦٣٣	٥	٩٢٧٩	٩٦٧٥٠	٥	٩٣٠٤	٩٦٨٦٧	٥	٩٣٢٩	٩٦٩٨٤	٥	٩٣٥٤	٩٧١٠٠	٥
٩٢٥٥	٩٦٦٣٨	٥	٩٢٨٠	٩٦٧٥٥	٥	٩٣٠٥	٩٦٨٧٢	٥	٩٣٣٠	٩٦٩٨٨	٤	٩٣٥٥	٩٧١٠٤	٤
٩٢٥٦	٩٦٦٤٢	٤	٩٢٨١	٩٦٧٥٩	٤	٩٣٠٦	٩٦٨٧٦	٤	٩٣٣١	٩٦٩٩٣	٥	٩٣٥٦	٩٧١٠٩	٥
٩٢٥٧	٩٦٦٤٧	٥	٩٢٨٢	٩٦٧٦٤	٥	٩٣٠٧	٩٦٨٨١	٥	٩٣٣٢	٩٦٩٩٧	٤	٩٣٥٧	٩٧١١٤	٥
٩٢٥٨	٩٦٦٥٢	٥	٩٢٨٣	٩٦٧٦٩	٥	٩٣٠٨	٩٦٨٨٦	٥	٩٣٣٣	٩٧٠٠٢	٥	٩٣٥٨	٩٧١١٨	٤
٩٢٥٩	٩٦٦٥٦	٤	٩٢٨٤	٩٦٧٧٤	٥	٩٣٠٩	٩٦٨٩١	٤	٩٣٣٤	٩٧٠٠٧	٥	٩٣٥٩	٩٧١٢٣	٥
٩٢٦٠	٩٦٦٦١	٥	٩٢٨٥	٩٦٧٧٨	٤	٩٣١٠	٩٦٨٩٥	٥	٩٣٣٥	٩٧٠١١	٤	٩٣٦٠	٩٧١٢٨	٥
٩٢٦١	٩٦٦٦٦	٥	٩٢٨٦	٩٦٧٨٣	٥	٩٣١١	٩٦٩٠٠	٥	٩٣٣٦	٩٧٠١٦	٥	٩٣٦١	٩٧١٣٢	٤
٩٢٦٢	٩٦٦٧٠	٥	٩٢٨٧	٩٦٧٨٨	٥	٩٣١٢	٩٦٩٠٤	٤	٩٣٣٧	٩٧٠٢١	٥	٩٣٦٢	٩٧١٣٧	٥
٩٢٦٣	٩٦٦٧٥	٤	٩٢٨٨	٩٦٧٩٢	٤	٩٣١٣	٩٦٩٠٩	٥	٩٣٣٨	٩٧٠٢٥	٤	٩٣٦٣	٩٧١٤٢	٥
٩٢٦٤	٩٦٦٨٠	٥	٩٢٨٩	٩٦٧٩٧	٥	٩٣١٤	٩٦٩١٤	٥	٩٣٣٩	٩٧٠٣٠	٥	٩٣٦٤	٩٧١٤٦	٤
٩٢٦٥	٩٦٦٨٥	٥	٩٢٩٠	٩٦٨٠٢	٥	٩٣١٥	٩٦٩١٨	٤	٩٣٤٠	٩٧٠٣٥	٥	٩٣٦٥	٩٧١٥١	٥
٩٢٦٦	٩٦٦٨٩	٤	٩٢٩١	٩٦٨٠٦	٤	٩٣١٦	٩٦٩٢٣	٥	٩٣٤١	٩٧٠٣٩	٤	٩٣٦٦	٩٧١٥٥	٤
٩٢٦٧	٩٦٦٩٤	٥	٩٢٩٢	٩٦٨١١	٥	٩٣١٧	٩٦٩٢٨	٥	٩٣٤٢	٩٧٠٤٤	٥	٩٣٦٧	٩٧١٦٠	٥
٩٢٦٨	٩٦٦٩٩	٥	٩٢٩٣	٩٦٨١٦	٥	٩٣١٨	٩٦٩٣٢	٤	٩٣٤٣	٩٧٠٤٩	٥	٩٣٦٨	٩٧١٦٥	٥
٩٢٦٩	٩٦٧٠٣	٤	٩٢٩٤	٩٦٨٢٠	٤	٩٣١٩	٩٦٩٣٧	٥	٩٣٤٤	٩٧٠٥٣	٤	٩٣٦٩	٩٧١٦٩	٤
٩٢٧٠	٩٦٧٠٨	٥	٩٢٩٥	٩٦٨٢٥	٥	٩٣٢٠	٩٦٩٤٢	٥	٩٣٤٥	٩٧٠٥٨	٥	٩٣٧٠	٩٧١٧٤	٥
٩٢٧١	٩٦٧١٣	٥	٩٢٩٦	٩٦٨٣٠	٥	٩٣٢١	٩٦٩٤٦	٤	٩٣٤٦	٩٧٠٦٣	٥	٩٣٧١	٩٧١٧٩	٥
٩٢٧٢	٩٦٧١٧	٤	٩٢٩٧	٩٦٨٣٤	٤	٩٣٢٢	٩٦٩٥١	٥	٩٣٤٧	٩٧٠٦٧	٤	٩٣٧٢	٩٧١٨٣	٤
٩٢٧٣	٩٦٧٢٢	٥	٩٢٩٨	٩٦٨٣٩	٥	٩٣٢٣	٩٦٩٥٦	٥	٩٣٤٨	٩٧٠٧٢	٥	٩٣٧٣	٩٧١٨٨	٥
٩٢٧٤	٩٦٧٢٧	٥	٩٢٩٩	٩٦٨٤٤	٥	٩٣٢٤	٩٦٩٦٠	٤	٩٣٤٩	٩٧٠٧٧	٥	٩٣٧٤	٩٧١٩٢	٤
٩٢٧٥	٩٦٧٣١	٤	٩٣٠٠	٩٦٨٤٨	٤	٩٣٢٥	٩٦٩٦٥	٥	٩٣٥٠	٩٧٠٨١	٤	٩٣٧٥	٩٧١٩٧	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٣٧٦	٩٧٢٠٢	٥	٩٤٠١	٩٧٣١٧	٤	٩٤٢٦	٩٧٤٣٣	٥	٩٤٥١	٩٧٥٤٨	٥	٩٤٧٦	٩٧٦٦٣	٥
٩٣٧٧	٩٧٢٠٦	٤	٩٤٠٢	٩٧٣٢٢	٥	٩٤٢٧	٩٧٤٣٧	٤	٩٤٥٢	٩٧٥٥٢	٤	٩٤٧٧	٩٧٦٦٧	٤
٩٣٧٨	٨٧٢١١	٥	٩٤٠٣	٩٧٣٢٧	٥	٩٤٢٨	٩٧٤٤٢	٥	٩٤٥٣	٩٧٥٥٧	٥	٩٤٧٨	٩٧٦٧٢	٥
٩٣٧٩	٩٧٢١٦	٥	٩٤٠٤	٩٧٣٣١	٤	٩٤٢٩	٩٧٤٤٧	٥	٩٤٥٤	٩٧٥٦٢	٥	٩٤٧٩	٩٧٦٧٦	٤
٩٣٨٠	٩٧٢٢٠	٤	٩٤٠٥	٩٧٣٣٦	٥	٩٤٣٠	٩٧٤٥١	٤	٩٤٥٥	٩٧٥٦٦	٤	٩٤٨٠	٩٧٦٨١	٥
٩٣٨١	٩٧٢٢٥	٥	٩٤٠٦	٩٧٣٤٠	٤	٩٤٣١	٩٧٤٥٦	٥	٩٤٥٦	٩٧٥٧١	٥	٩٤٨١	٩٧٦٨٥	٤
٩٣٨٢	٩٧٢٣٠	٥	٩٤٠٧	٩٧٣٤٥	٥	٩٤٣٢	٩٧٤٦٠	٤	٩٤٥٧	٩٧٥٧٥	٤	٩٤٨٢	٩٧٦٩٠	٥
٩٣٨٣	٩٧٢٣٤	٤	٩٤٠٨	٩٧٣٥٠	٥	٩٤٣٣	٩٧٤٦٥	٥	٩٤٥٨	٩٧٥٨٠	٥	٩٤٨٣	٩٧٦٩٥	٥
٩٤٨٤	٩٧٢٣٩	٥	٩٤٠٩	٩٧٣٥٤	٤	٩٤٣٤	٩٧٤٧٠	٥	٩٤٥٩	٩٧٥٨٥	٥	٩٤٨٤	٩٧٦٩٩	٤
٩٣٨٥	٩٧٢٤٣	٤	٩٤١٠	٩٧٣٥٩	٥	٩٤٣٥	٩٧٤٧٤	٤	٩٤٦٠	٩٧٥٨٩	٤	٩٤٨٥	٩٧٧٠٤	٥
٩٣٨٦	٩٧٢٤٨	٥	٩٤١١	٩٧٣٦٤	٥	٩٤٣٦	٩٧٤٧٩	٥	٩٤٦١	٩٧٥٩٤	٥	٩٤٨٦	٩٧٧٠٨	٤
٩٣٨٧	٩٧٢٥٣	٥	٩٤١٢	٩٧٣٦٨	٤	٩٤٣٧	٩٧٤٨٣	٤	٩٤٦٢	٩٧٥٩٨	٤	٩٤٨٧	٩٧٧١٣	٥
٩٣٨٨	٩٧٢٥٧	٤	٩٤١٣	٩٧٣٧٣	٥	٩٤٣٨	٩٧٤٨٨	٥	٩٤٦٣	٩٧٦٠٣	٥	٩٤٨٨	٩٧٧١٧	٤
٩٣٨٩	٩٧٢٦٢	٥	٩٤١٤	٩٧٣٧٧	٤	٩٤٣٩	٩٧٤٩٣	٥	٩٤٦٤	٩٧٦٠٧	٤	٩٤٨٩	٩٧٧٢٢	٥
٩٣٩٠	٩٧٢٦٧	٥	٩٤١٥	٩٧٣٨٢	٥	٩٤٤٠	٩٧٤٩٧	٤	٩٤٦٥	٩٧٦١٣	٥	٩٤٩٠	٩٧٧٢٧	٥
٩٣٩١	٩٧٢٧١	٤	٩٤١٦	٩٧٣٨٧	٥	٩٤٤١	٩٧٥٠٢	٥	٩٤٦٦	٩٧٦١٧	٥	٩٤٩١	٩٧٧٣١	٤
٩٣٩٢	٩٧٢٧٦	٥	٩٤١٧	٩٧٣٩١	٤	٩٤٤٢	٩٧٥٠٦	٤	٩٤٦٧	٩٧٦٢١	٤	٩٤٩٢	٩٧٧٣٦	٥
٩٣٩٣	٩٧٢٨٠	٤	٩٤١٨	٩٧٣٩٦	٥	٩٤٤٣	٩٧٥١١	٥	٩٤٦٨	٩٧٦٢٦	٥	٩٤٩٣	٩٧٧٤٠	٤
٩٣٩٤	٩٧٢٨٥	٥	٩٤١٩	٩٧٤٠٠	٤	٩٤٤٤	٩٧٥١٦	٥	٩٤٦٩	٩٧٦٣٠	٤	٩٤٩٤	٩٧٧٤٥	٥
٩٣٩٥	٩٧٢٩٠	٥	٩٤٢٠	٩٧٤٠٥	٥	٩٤٤٥	٩٧٥٢٠	٤	٩٤٧٠	٩٧٦٣٥	٥	٩٤٩٥	٩٧٧٤٩	٤
٩٣٩٦	٩٧٢٩٤	٤	٩٤٢١	٩٧٤١٠	٥	٩٤٤٦	٩٧٥٢٥	٥	٩٤٧١	٩٧٦٤٠	٥	٩٤٩٦	٩٧٧٥٤	٥
٩٣٩٧	٩٧٢٩٩	٥	٩٤٢٢	٩٧٤١٤	٤	٩٤٤٧	٩٧٥٢٩	٤	٩٤٧٢	٩٧٦٤٤	٤	٩٤٩٧	٩٧٧٥٩	٥
٩٣٩٨	٩٧٣٠٤	٥	٩٤٢٣	٩٧٤١٩	٥	٩٤٤٨	٩٧٥٣٤	٥	٩٤٧٣	٩٧٦٤٩	٥	٩٤٩٨	٩٧٧٦٣	٤
٩٣٩٩	٩٧٣٠٨	٤	٩٤٢٤	٩٧٤٢٤	٥	٩٤٤٩	٩٧٥٣٩	٥	٩٤٧٤	٩٧٦٥٣	٤	٩٤٩٩	٩٧٧٦٨	٥
٩٤٠٠	٩٧٣١٣	٥	٩٤٢٥	٩٧٤٢٨	٤	٩٤٥٠	٩٧٥٤٣	٤	٩٤٧٥	٩٧٦٥٨	٥	٩٥٠٠	٩٧٧٧٢	٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٥٠١	٩٧٧٧٩	٥	٩٥٢٦	٩٧٨٩١	٥	٩٥٥١	٩٨٠٠٥	٥	٩٥٧٦	٩٨١١٨	٤	٩٦٠١	٩٨٢٣٢	٥
٩٥٠٢	٩٧٧٨٢	٥	٩٥٢٧	٩٧٨٩٦	٥	٩٥٥٢	٩٨٠٠٩	٤	٩٥٧٧	٩٨١٢٣	٥	٩٦٠٢	٩٨٢٣٦	٤
٩٥٠٣	٩٧٧٨٦	٤	٩٥٢٨	٩٧٩٠٠	٤	٩٥٥٣	٩٨٠١٤	٥	٩٥٧٨	٩٨١٢٧	٤	٩٦٠٣	٩٨٢٤١	٥
٩٥٠٤	٩٧٧٩١	٥	٩٥٢٩	٩٧٩٠٥	٥	٩٥٥٤	٩٨٠١٩	٥	٩٥٧٩	٩٨١٣٢	٥	٩٦٠٤	٩٨٢٤٥	٤
٩٥٠٥	٩٧٧٩٥	٤	٩٥٣٠	٩٧٩٠٩	٤	٩٥٥٥	٩٨٠٢٣	٤	٩٥٨٠	٩٨١٣٧	٥	٩٦٠٥	٩٨٢٥٠	٥
٩٥٠٦	٩٧٨٠٠	٥	٩٥٣١	٩٧٩١٤	٥	٩٥٥٦	٩٨٠٢٨	٥	٩٥٨١	٩٨١٤١	٤	٩٦٠٦	٩٨٢٥٤	٤
٩٥٠٧	٩٧٨٠٤	٤	٩٥٣٢	٩٧٩١٨	٤	٩٥٥٧	٩٨٠٣٢	٤	٩٥٨٢	٩٨١٤٦	٥	٩٦٠٧	٩٨٢٥٩	٥
٩٥٠٨	٩٧٨٠٩	٥	٩٥٣٣	٩٧٩٢٣	٥	٩٥٥٨	٩٨٠٣٧	٥	٩٥٨٣	٩٨١٥٠	٤	٩٦٠٨	٩٨٢٦٣	٤
٩٥٠٩	٩٧٨١٣	٤	٩٥٣٤	٩٧٩٢٨	٥	٩٥٥٩	٩٨٠٤١	٤	٩٥٨٤	٩٨١٥٥	٥	٩٦٠٩	٩٨٢٦٨	٥
٩٥١٠	٩٧٨١٨	٥	٩٥٣٥	٩٧٩٣٢	٤	٩٥٦٠	٩٨٠٤٦	٥	٩٥٨٥	٩٨١٥٩	٤	٩٦١٠	٩٨٢٧٢	٤
٩٥١١	٩٧٨٢٣	٥	٩٥٣٦	٩٧٩٣٧	٥	٩٥٦١	٩٨٠٥٠	٤	٩٥٨٦	٩٨١٦٤	٥	٩٦١١	٩٨٢٧٧	٥
٩٥١٢	٩٧٨٢٧	٤	٩٥٣٧	٩٧٩٤١	٤	٩٥٦٢	٩٨٠٥٥	٥	٩٥٨٧	٩٨١٦٨	٤	٩٦١٢	٩٨٢٨١	٤
٩٥١٣	٩٧٨٣٢	٥	٩٥٣٨	٩٧٩٤٦	٥	٩٥٦٣	٩٨٠٥٩	٤	٩٥٨٨	٩٨١٧٣	٥	٩٦١٣	٩٨٢٨٦	٥
٩٥١٤	٩٧٨٣٦	٤	٩٥٣٩	٩٧٩٥٠	٤	٩٥٦٤	٩٨٠٦٤	٥	٩٥٨٩	٩٨١٧٧	٤	٩٦١٤	٩٨٢٩٠	٤
٩٥١٥	٩٧٨٤١	٥	٩٥٤٠	٩٧٩٥٥	٥	٩٥٦٥	٩٨٠٦٨	٤	٩٥٩٠	٩٨١٨٢	٥	٩٦١٥	٩٨٢٩٥	٥
٩٥١٦	٩٧٨٤٥	٤	٩٥٤١	٩٧٩٥٩	٤	٩٥٦٦	٩٨٠٧٣	٥	٩٥٩١	٩٨١٨٦	٤	٩٦١٦	٩٨٢٩٩	٤
٩٥١٧	٩٧٨٥٠	٥	٩٥٤٢	٩٧٩٦٤	٥	٩٥٦٧	٩٨٠٧٨	٥	٩٥٩٢	٩٨١٩١	٥	٩٦١٧	٩٨٣٠٤	٥
٩٥١٨	٩٧٨٥٥	٥	٩٥٤٣	٩٧٩٦٨	٤	٩٥٦٨	٩٨٠٨٢	٤	٩٥٩٣	٩٨١٩٥	٤	٩٦١٨	٩٨٣٠٨	٤
٩٥١٩	٩٧٨٥٩	٤	٩٥٤٤	٩٧٩٧٣	٥	٩٥٦٩	٩٨٠٨٧	٥	٩٥٩٤	٩٨٢٠٠	٥	٩٦١٩	٩٨٣١٣	٥
٩٥٢٠	٩٧٨٦٤	٥	٩٥٤٥	٩٧٩٧٨	٥	٩٥٧٠	٩٨٠٩١	٤	٩٥٩٥	٩٨٢٠٤	٤	٩٦٢٠	٩٨٣١٨	٥
٩٥٢١	٩٧٨٦٨	٤	٩٥٤٦	٩٧٩٨٢	٤	٩٥٧١	٩٨٠٩٦	٥	٩٥٩٦	٩٨٢٠٩	٥	٩٦٢١	٩٨٣٢٢	٤
٩٥٢٢	٩٧٨٧٣	٥	٩٥٤٧	٩٧٩٨٧	٥	٩٥٧٢	٩٨١٠٠	٤	٩٥٩٧	٩٨٢١٤	٥	٩٦٢٢	٩٨٣٢٧	٥
٩٥٢٣	٩٧٨٧٧	٤	٩٥٤٨	٩٧٩٩١	٤	٩٥٧٣	٩٨١٠٥	٥	٩٥٩٨	٩٨٢١٨	٤	٩٦٢٣	٩٨٣٣١	٤
٩٥٢٤	٩٧٨٨٢	٥	٩٥٤٩	٩٧٩٩٦	٥	٩٥٧٤	٩٨١٠٩	٤	٩٥٩٩	٩٨٢٢٣	٥	٩٦٢٤	٩٨٣٣٦	٥
٩٥٢٥	٩٧٨٨٦	٤	٩٥٥٠	٩٨٠٠٠	٤	٩٥٧٥	٩٨١١٤	٥	٩٦٠٠	٩٨٢٢٧	٤	٩٦٢٥	٩٨٣٤٠	٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٦٢٦	٩٨٣٤٥	٥	٩٦٥١	٩٨٤٥٧	٤	٩٦٧٦	٩٨٥٧٠	٥	٩٧٠١	٩٨٦٨٢	٥	٩٧٢٦	٩٨٧٩٣	٤
٩٦٢٧	٩٨٣٤٩	٤	٩٦٥٢	٩٨٤٦٢	٥	٩٦٧٧	٩٨٥٧٤	٤	٩٧٠٢	٩٨٦٨٦	٤	٩٧٢٧	٩٨٧٩٨	٥
٩٦٢٨	٩٨٣٥٤	٥	٩٦٥٣	٩٨٤٦٦	٤	٩٦٧٨	٩٨٥٧٩	٥	٩٧٠٣	٩٨٦٩١	٥	٩٧٢٨	٩٨٨٠٢	٤
٩٦٢٩	٩٨٣٥٨	٤	٩٦٥٤	٩٨٤٧١	٥	٩٦٧٩	٩٨٥٨٣	٤	٩٧٠٤	٩٨٦٩٥	٤	٩٧٢٩	٩٨٨٠٧	٥
٩٦٣٠	٩٨٣٦٣	٥	٩٦٥٥	٩٨٤٧٥	٤	٩٦٨٠	٩٨٥٨٨	٥	٩٧٠٥	٩٨٧٠٠	٥	٩٧٣٠	٩٨٨١١	٤
٩٦٣١	٩٨٣٦٧	٤	٩٦٥٦	٩٨٤٨٠	٥	٩٦٨١	٩٨٥٩٢	٤	٩٧٠٦	٩٨٧٠٤	٤	٩٧٣١	٩٨٨١٦	٥
٩٦٣٢	٩٨٣٧٢	٥	٩٦٥٧	٩٨٤٨٤	٤	٩٦٨٢	٩٨٥٩٧	٥	٩٧٠٧	٩٨٧٠٩	٥	٩٧٣٢	٩٨٨٢٠	٤
٩٦٣٣	٩٨٣٧٦	٤	٩٦٥٨	٩٨٤٨٩	٥	٩٦٨٣	٩٨٦٠١	٤	٩٧٠٨	٩٨٧١٣	٤	٩٧٣٣	٩٨٨٢٥	٥
٩٦٣٤	٩٨٣٨١	٥	٩٦٥٩	٩٨٤٩٣	٤	٩٦٨٤	٩٨٦٠٥	٤	٩٧٠٩	٩٨٧١٧	٤	٩٧٣٤	٩٨٨٢٩	٤
٩٦٣٥	٩٨٣٨٥	٤	٩٦٦٠	٩٨٤٩٨	٥	٩٦٨٥	٩٨٦١٠	٥	٩٧١٠	٩٨٧٢٢	٥	٩٧٣٥	٩٨٨٣٤	٥
٩٦٣٦	٩٨٣٩٠	٥	٩٦٦١	٩٨٥٠٢	٤	٩٦٨٦	٩٨٦١٤	٤	٩٧١١	٩٨٧٢٦	٤	٩٧٣٦	٩٨٨٣٨	٤
٩٦٣٧	٩٨٣٩٤	٤	٩٦٦٢	٩٨٥٠٧	٥	٩٦٨٧	٩٨٦١٩	٥	٩٧١٢	٩٨٧٣١	٥	٩٧٣٧	٩٨٨٤٣	٥
٩٦٣٨	٩٨٣٩٩	٥	٩٦٦٣	٩٨٥١١	٤	٩٦٨٨	٩٨٦٢٣	٤	٩٧١٣	٩٨٧٣٥	٤	٩٧٣٨	٩٨٨٤٧	٤
٩٦٣٩	٩٨٤٠٣	٤	٩٦٦٤	٩٨٥١٦	٥	٩٦٨٩	٩٨٦٢٨	٥	٩٧١٤	٩٨٧٤٠	٥	٩٧٣٩	٩٨٨٥٥	٤
٩٦٤٠	٩٨٤٠٨	٥	٩٦٦٥	٩٨٥٢٠	٤	٩٦٩٠	٩٨٦٣٢	٤	٩٧١٥	٩٨٧٤٤	٤	٩٧٤٠	٩٨٨٥٦	٥
٩٦٤١	٩٨٤١٢	٤	٩٦٦٦	٩٨٥٢٥	٥	٩٦٩١	٩٨٦٣٧	٥	٩٧١٦	٩٨٧٤٩	٥	٩٧٤١	٩٨٨٦٠	٤
٩٦٤٢	٩٨٤١٧	٥	٩٦٦٧	٩٨٥٢٩	٤	٩٦٩٢	٩٨٦٤١	٤	٩٧١٧	٩٨٧٥٣	٤	٩٧٤٢	٩٨٨٦٥	٥
٩٦٤٣	٩٨٤٢١	٤	٩٦٦٨	٩٨٥٣٤	٥	٩٦٩٣	٩٨٦٤٦	٥	٩٧١٨	٩٨٧٥٨	٥	٩٧٤٣	٩٨٨٦٩	٤
٩٦٤٤	٩٨٤٢٦	٥	٩٦٦٩	٩٨٥٣٨	٤	٩٦٩٤	٩٨٦٥٠	٤	٩٧١٩	٩٨٧٦٢	٤	٩٧٤٤	٩٨٨٧٤	٥
٩٦٤٥	٩٨٤٣٠	٤	٩٦٧٠	٩٨٥٤٣	٥	٩٦٩٥	٩٨٦٥٥	٥	٩٧٢٠	٩٨٧٦٧	٥	٩٧٤٥	٩٨٨٧٨	٤
٩٦٤٦	٩٨٤٣٥	٥	٩٦٧١	٩٨٥٤٧	٤	٩٦٩٦	٩٨٦٥٩	٤	٩٧٢١	٩٨٧٧١	٤	٩٧٤٦	٩٨٨٨٣	٥
٩٦٤٧	٩٨٤٣٩	٤	٩٦٧٢	٩٨٥٥٢	٥	٩٦٩٧	٩٨٦٦٤	٥	٩٧٢٢	٩٨٧٧٦	٥	٩٧٤٧	٩٨٨٨٧	٤
٩٦٤٨	٩٨٤٤٤	٥	٩٦٧٣	٩٨٥٥٦	٤	٩٦٩٨	٩٨٦٦٨	٤	٩٧٢٣	٩٨٧٨٠	٤	٩٧٤٨	٩٨٨٩٢	٥
٩٦٤٩	٩٨٤٤٨	٤	٩٦٧٤	٩٨٥٦٠	٥	٩٦٩٩	٩٨٦٧٣	٥	٩٧٢٤	٩٨٧٨٤	٤	٩٧٤٩	٩٨٨٩٦	٤
٩٦٥٠	٩٨٤٥٣	٥	٩٦٧٥	٩٨٥٦٥	٤	٩٧٠٠	٩٨٦٧٧	٤	٩٧٢٥	٩٨٧٨٩	٥	٩٧٥٠	٩٨٩٠٠	٤

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٧٥١	٩٨٩٠٥	٥	٩٧٧٦	٩٩٠١٦	٤	٩٨٠١	٩٩١٢٧	٤	٩٨٢٦	٩٩٢٣٨	٥	٩٨٥١	٩٩٣٤٨	٤
٩٧٥٢	٩٨٩٠٩	٤	٩٧٧٧	٩٩٠٢١	٥	٩٨٠٢	٩٩١٣١	٤	٩٨٢٧	٩٩٢٤٢	٤	٩٨٥٢	٩٩٣٥٢	٤
٩٧٥٣	٩٨٩١٤	٥	٩٧٧٨	٩٩٠٢٥	٤	٩٨٠٣	٩٩١٣٦	٥	٩٨٢٨	٩٩٢٤٧	٥	٩٨٥٣	٩٩٣٥٧	٥
٩٧٥٤	٩٨٩١٨	٤	٩٧٧٩	٩٩٠٢٩	٤	٩٨٠٤	٩٩١٤٠	٤	٩٨٢٩	٩٩٢٥١	٤	٩٨٥٤	٩٩٣٦١	٤
٩٧٥٥	٩٨٩٢٣	٥	٩٧٨٠	٩٩٠٣٤	٥	٩٨٠٥	٩٩١٤٥	٥	٩٨٣٠	٩٩٢٥٥	٤	٩٨٥٥	٩٩٣٦٦	٥
٩٧٥٦	٩٨٩٢٧	٤	٩٧٨١	٩٩٠٣٨	٤	٩٨٠٦	٩٩١٤٩	٤	٩٨٣١	٩٩٢٦٠	٥	٩٨٥٦	٩٩٣٧٠	٤
٩٧٥٧	٩٨٩٣٢	٥	٩٧٨٢	٩٩٠٤٣	٥	٩٨٠٧	٩٩١٥٤	٥	٩٨٣٢	٩٩٢٦٤	٤	٩٨٥٧	٩٩٣٧٤	٤
٩٧٥٨	٩٨٩٣٦	٤	٩٧٨٣	٩٩٠٤٧	٤	٩٨٠٨	٩٩١٥٨	٤	٩٨٣٣	٩٩٢٦٩	٥	٩٨٥٨	٩٩٣٧٩	٥
٩٧٥٩	٩٨٩٤١	٥	٩٧٨٤	٩٩٠٥٢	٥	٩٨٠٩	٩٩١٦٢	٤	٩٨٣٤	٩٩٢٧٣	٤	٩٨٥٩	٩٩٣٨٣	٤
٩٧٦٠	٩٨٩٤٥	٤	٩٧٨٥	٩٩٠٥٦	٤	٩٨١٠	٩٩١٦٧	٥	٩٨٣٥	٩٩٢٧٧	٤	٩٨٦٠	٩٩٣٨٨	٥
٩٧٦١	٩٨٩٤٩	٤	٩٧٨٦	٩٩٠٦١	٥	٩٨١١	٩٩١٧١	٤	٩٨٣٦	٩٩٢٨٢	٥	٩٨٦١	٩٩٣٩٢	٤
٩٧٦٢	٩٨٩٥٤	٥	٩٧٨٧	٩٩٠٦٥	٤	٩٨١٢	٩٩١٧٦	٥	٩٨٣٧	٩٩٢٨٦	٤	٩٨٦٢	٩٩٣٩٦	٤
٩٧٦٣	٩٨٩٥٨	٤	٩٧٨٨	٩٩٠٦٩	٤	٩٨١٣	٩٩١٨٠	٤	٩٨٣٨	٩٩٢٩١	٥	٩٨٦٣	٩٩٤٠١	٥
٩٧٦٤	٩٨٩٦٣	٥	٩٧٨٩	٩٩٠٧٤	٥	٩٨١٤	٩٩١٨٥	٥	٩٨٣٩	٩٩٢٩٥	٤	٩٨٦٤	٩٩٤٠٥	٤
٩٧٦٥	٩٨٩٦٧	٤	٩٧٩٠	٩٩٠٧٨	٤	٩٨١٥	٩٩١٨٩	٤	٩٨٤٠	٩٩٣٠٠	٥	٩٨٦٥	٩٩٤١٠	٥
٩٧٦٦	٩٨٩٧٢	٥	٩٧٩١	٩٩٠٨٣	٥	٩٨١٦	٩٩١٩٣	٤	٩٨٤١	٩٩٣٠٤	٤	٩٨٦٦	٩٩٤١٤	٤
٩٧٦٧	٩٨٩٧٦	٤	٩٧٩٢	٩٩٠٨٧	٤	٩٨١٧	٩٩١٩٨	٥	٩٨٤٢	٩٩٣٠٨	٤	٩٨٦٧	٩٩٤١٩	٥
٩٧٦٨	٩٨٩٨١	٥	٩٧٩٣	٩٩٠٩٢	٥	٩٨١٨	٩٩٢٠٢	٤	٩٨٤٣	٩٩٣١٣	٥	٩٨٦٨	٩٩٤٢٣	٤
٩٧٦٩	٩٨٩٨٥	٤	٩٧٩٤	٩٩٠٩٦	٤	٩٨١٩	٩٩٢٠٧	٥	٩٨٤٤	٩٩٣١٧	٤	٩٨٦٩	٩٩٤٢٧	٤
٩٧٧٠	٩٨٩٨٩	٤	٩٧٩٥	٩٩١٠٠	٤	٩٨٢٠	٩٩٢١١	٤	٩٨٤٥	٩٩٣٢٢	٥	٩٨٧٠	٩٩٤٣٢	٥
٩٧٧١	٩٨٩٩٤	٥	٩٧٩٦	٩٩١٠٥	٥	٩٨٢١	٩٩٢١٦	٥	٩٨٤٦	٩٩٣٢٦	٤	٩٨٧١	٩٩٤٣٦	٤
٩٧٧٢	٩٨٩٩٨	٤	٩٧٩٧	٩٩١٠٩	٤	٩٨٢٢	٩٩٢٢٠	٤	٩٨٤٧	٩٩٣٣٠	٤	٩٨٧٢	٩٩٤٤١	٥
٩٧٧٣	٩٩٠٠٣	٥	٩٧٩٨	٩٩١١٤	٥	٩٨٢٣	٩٩٢٢٤	٤	٩٨٤٨	٩٩٣٣٥	٥	٩٨٧٣	٩٩٤٤٥	٤
٩٧٧٤	٩٩٠٠٧	٤	٩٧٩٩	٩٩١١٨	٤	٩٨٢٤	٩٩٢٢٩	٥	٩٨٤٩	٩٩٣٣٩	٤	٩٨٧٤	٩٩٤٤٩	٤
٩٧٧٥	٩٩٠١٢	٥	٩٨٠٠	٩٩١٢٣	٥	٩٨٢٥	٩٩٢٣٣	٤	٩٨٥٠	٩٩٣٤٤	٥	٩٨٧٥	٩٩٤٥٤	٥

عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف	عدد	لوغا	ف
٩٨٧٦	٩٩٤٥٨	٤	٩٩٠١	٩٩٥٦٨	٤	٩٩٢٦	٩٩٦٧٧	٤	٩٩٥١	٩٩٧٨٧	٥	٩٩٧٦	٩٩٨٩٦	٥
٩٨٧٧	٩٩٤٦٣	٥	٩٩٠٢	٩٩٥٧٢	٤	٩٩٢٧	٩٩٦٨٢	٥	٩٩٥٢	٩٩٧٩١	٤	٩٩٧٧	٩٩٩٠٠	٤
٩٨٧٨	٩٩٤٦٧	٤	٩٩٠٣	٩٩٥٧٧	٥	٩٩٢٨	٩٩٦٨٦	٤	٩٩٥٣	٩٩٧٩٥	٤	٩٩٧٨	٩٩٩٠٤	٤
٩٨٧٩	٩٩٤٧١	٤	٩٩٠٤	٩٩٥٨١	٤	٩٩٢٩	٩٩٦٩١	٥	٩٩٥٤	٩٩٨٠٠	٥	٩٩٧٩	٩٩٩٠٩	٥
٩٨٨٠	٩٩٤٧٦	٥	٩٩٠٥	٩٩٥٨٥	٤	٩٩٣٠	٩٩٦٩٥	٤	٩٩٥٥	٩٩٨٠٤	٤	٩٩٨٠	٩٩٩١٣	٤
٩٨٨١	٩٩٤٨٠	٤	٩٩٠٦	٩٩٥٩٠	٥	٩٩٣١	٩٩٦٩٩	٤	٩٩٥٦	٩٩٨٠٨	٤	٩٩٨١	٩٩٩١٧	٤
٩٨٨٢	٩٩٤٨٤	٤	٩٩٠٧	٩٩٥٩٤	٤	٩٩٣٢	٩٩٧٠٤	٥	٩٩٥٧	٩٩٨١٣	٥	٩٩٨٢	٩٩٩٢٢	٥
٩٨٨٣	٩٩٤٨٩	٥	٩٩٠٨	٩٩٥٩٩	٥	٩٩٣٣	٩٩٧٠٨	٤	٩٩٥٨	٩٩٨١٧	٤	٩٩٨٣	٩٩٩٢٦	٤
٩٨٨٤	٩٩٤٩٣	٤	٩٩٠٩	٩٩٦٠٣	٤	٩٩٣٤	٩٩٧١٢	٤	٩٩٥٩	٩٩٨٢٢	٥	٩٩٨٤	٩٩٩٣٠	٤
٩٨٨٥	٩٩٤٩٨	٥	٩٩١٠	٩٩٦٠٧	٤	٩٩٣٥	٩٩٧١٧	٥	٩٩٦٠	٩٩٨٢٦	٤	٩٩٨٥	٩٩٩٣٥	٥
٩٨٨٦	٩٩٥٠٢	٤	٩٩١١	٩٩٦١٢	٥	٩٩٣٦	٩٩٧٢١	٤	٩٩٦١	٩٩٨٣٠	٤	٩٩٨٦	٩٩٩٣٩	٤
٩٨٨٧	٩٩٥٠٦	٤	٩٩١٢	٩٩٦١٦	٤	٩٩٣٧	٩٩٧٢٦	٥	٩٩٦٢	٩٩٨٣٥	٥	٩٩٨٧	٩٩٩٤٤	٥
٩٨٨٨	٩٩٥١١	٥	٩٩١٣	٩٩٦٢١	٥	٩٩٣٨	٩٩٧٣٠	٤	٩٩٦٣	٩٩٨٣٩	٤	٩٩٨٨	٩٩٩٤٨	٤
٩٨٨٩	٩٩٥١٥	٤	٩٩١٤	٩٩٦٢٥	٤	٩٩٣٩	٩٩٧٣٤	٤	٩٩٦٤	٩٩٨٤٣	٤	٩٩٨٩	٩٩٩٥٢	٤
٩٨٩٠	٩٩٥٢٠	٥	٩٩١٥	٩٩٦٢٩	٤	٩٩٤٠	٩٩٧٣٩	٥	٩٩٦٥	٩٩٨٤٨	٥	٩٩٩٠	٩٩٩٥٧	٥
٩٨٩١	٩٩٥٢٤	٤	٩٩١٦	٩٩٦٣٤	٥	٩٩٤١	٩٩٧٤٣	٤	٩٩٦٦	٩٩٨٥٢	٤	٩٩٩١	٩٩٩٦١	٤
٩٨٩٢	٩٩٥٢٨	٤	٩٩١٧	٩٩٦٣٨	٤	٩٩٤٢	٩٩٧٤٧	٤	٩٩٦٧	٩٩٨٥٦	٤	٩٩٩٢	٩٩٩٦٥	٤
٩٨٩٣	٩٩٥٣٣	٥	٩٩١٨	٩٩٦٤٢	٤	٩٩٤٣	٩٩٧٥٢	٥	٩٩٦٨	٩٩٨٦١	٥	٩٩٩٣	٩٩٩٧٠	٥
٩٨٩٤	٩٩٥٣٧	٤	٩٩١٩	٩٩٦٤٧	٥	٩٩٤٤	٩٩٧٥٦	٤	٩٩٦٩	٩٩٨٦٥	٤	٩٩٩٤	٩٩٩٧٤	٤
٩٨٩٥	٩٩٥٤٢	٥	٩٩٢٠	٩٩٦٥١	٤	٩٩٤٥	٩٩٧٦٠	٤	٩٩٧٠	٩٩٨٧٠	٥	٩٩٩٥	٩٩٩٧٨	٤
٩٨٩٦	٩٩٥٤٦	٤	٩٩٢١	٩٩٦٥٦	٥	٩٩٤٦	٩٩٧٦٥	٥	٩٩٧١	٩٩٨٧٤	٤	٩٩٩٦	٩٩٩٨٣	٥
٩٨٩٧	٩٩٥٥٠	٤	٩٩٢٢	٩٩٦٦٠	٤	٩٩٤٧	٩٩٧٦٩	٤	٩٩٧٢	٩٩٨٧٨	٤	٩٩٩٧	٩٩٩٨٧	٤
٩٨٩٨	٩٩٥٥٥	٥	٩٩٢٣	٩٩٦٦٤	٤	٩٩٤٨	٩٩٧٧٤	٥	٩٩٧٣	٩٩٨٨٣	٥	٩٩٩٨	٩٩٩٩١	٤
٩٨٩٩	٩٩٥٥٩	٤	٩٩٢٤	٩٩٦٦٩	٥	٩٩٤٩	٩٩٧٧٨	٤	٩٩٧٤	٩٩٨٨٧	٤	٩٩٩٩	٩٩٩٩٦	٥
٩٩٠٠	٩٩٥٦٤	٥	٩٩٢٥	٩٩٦٧٣	٤	٩٩٥٠	٩٩٧٨٢	٤	٩٩٧٥	٩٩٨٩١	٤	١٠٠٠٠	٠٠٠٠٠	٤

والى هنا تم تعريب كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب * وكان افراغه في هذا القالب المستعذب * وترتيبه على هذا الاسلوب المحرر المهذب * بمعرفة أفقر عباد الله * واحوجهم الى عفو مولاه * المستنصر بربه القوى * محمد قطة العدوى * مع الشاب النجيب * والبارع الاريب * من حصل في تجارة هذا الفن أربح تجارة * جناب السيد أفندى عمارة * فهو الذى قابله معى على أصله * واستفرغ الوسع في تحرير صعبه وسهله * فجاء بحمد الله كتابا عظيما في بابه * نافعا لطلابه * حريا بالانتظام في سلك الكتب النافعة * جديرا بالظهور في دولة الخديوى الساطعة * لازالت وارفة الظلال * وافرة السعود والاقبال * ناشرة على الرعية ألوية العدل والامان * بجاه سيد ولد عدنان * عليه من ربه أفضل الصلاة والسلام * وعلى آله وأصحابه الكرام * ونسأله بجاههم حسن الختام * ودخول دار السلام بسلام

بعد حمد الله على آلائه والصلاة والسلام على خاتم أنبيائه يقول المتوسل الى الله بالنبى المختار ابراهيم الدسوقى الملقب بعبد الغفار مصحح دار الطباعة اعانه الله على مشاق هذه الصناعة

تم بعون الملك الوهاب طبع كشف النقاب طبعة ثالثة مستدركة ما فرط فيه من حادثة بالمطبعة العامرة الزاهية الزاهرة المتوفرة دواعى مجدها المشرقة كواكب سعدها في ظل من تعطرت بثنائه الافواه وبلغ من كل وصف جميل منتهاه سيد ولاة الانام بهجة الليالى والايام من سلك برعاياه أحسن مسلك واعترف له بجميل السيرة كل مملك بدر الصدارة قطب دائرة الامارة حامى حمى الاقطار النيلية بعظم صولته وماحى ظلم الظلم الديجوجية بعدله وسطوته المحبب الى رعاياه المسبل عليهم غيوث انعامه وعطاياه الراقى بهممه الى كل مقام معتلى عزيز مصر الخديو اسمعيل بن ابراهيم بن محمد على ادام الله ايام عدله العمرية ولا برحت ظلمات الظلم ممحوة بسنا صورته القمرية ولا فتئت مصر مؤيدة العزائم مشيدة الدعائم برعاية انجاله الكرام وأشباله الفخام خصوصا الوزير الشهير النبيل الاصيل

ذا المجد الاثيل والشرف الجليل رب المعارف الكثيرة والعوارف الغزيرة
من هو باحاسن الثناء حقيق سعادة محمد باشا توفيق اكبر انجال الحضرة
الخديوية وولى عهد الحكومة المصرية لازالت الايام مضيئة بشمس علاه
والليالى منيرة ببدر حلاه وكان تمام طبعه وتمثيله وكمال تصويره وتشكيله
مشمولا بادارة منيع المكانة رب العفة والصيانة مدير المطبعة والكاغدخانة
من خاطبته المعالى بابالك اعنى سعادة حسين بك حسنى ونظارة وكيله السالك
جادة سبيله من لم تزل عليه أحاسن أخلاقه تثنى حضرة محمد افندى حسنى
وملاحظة من هو فى ملاحظته مفرد حضرة ابى العينين افندى احمد
فى أوائل أول الربيعين المشرف بولادة سيد الكونين من
سنة تسع وثمانين ومائتين وألف من هجرة من خلقه
الله على أكمل وصف صلى الله وسلم عليه وعلى آله
وكل منتسب اليه مالاح فى الخافقين
بدر تمام وطلعت الشمس على
الروابى والآكام
آمين